

УДК 537.523.4

КИНЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СТРИМЕРА ДЛИННОЙ ИСКРЫ. АВТОМОДЕЛЬНОЕ ОПИСАНИЕ ЭВОЛЮЦИИ СТРИМЕРА

В. А. Павлов

Санкт-Петербургский государственный университет, 198904 Санкт-Петербург
E-mail: Pavlov.Valery@mail.ru

На основе кинематического подхода получено нелинейное уравнение диффузии, позволяющее описать стример длинной искры. Построено автомодельное решение одномерной задачи о нестационарной эволюции волны плотности заряда. Проведен анализ основных закономерностей процесса. Установлено, что полученные аналитические формулы могут быть использованы при анализе экспериментальных данных и данных компьютерного моделирования длинной искры. Сравнение этих данных показывает, что одномерное автомодельное решение можно использовать при описании стадии торможения стримера.

Ключевые слова: длинная искра, стример, модельное описание, автомодельная задача.

Введение. Развитие теории длинной искры обусловлено не только чисто научным интересом к сложнейшему электродинамическому стримерно-лидерному явлению, но и вниманием к важной с практической точки зрения проблеме молниезащиты [1–17]. Процессы, происходящие в стримерной зоне, играют главную роль при описании движения в головке лидера. Эти процессы настолько сложны, что до сих пор отсутствуют формулы для зависимости скорости лидера и стримера от определяющих параметров. Имеется только упрощенное, качественное описание явления [3]. Приведем типичные значения параметров стримера и лидера [3]. При напряжении порядка $10^4 \div 10^6$ В скорость стримера в воздухе достигает значений $10^5 \div 10^7$ м/с, при этом создается плазма с концентрацией электронов в окрестности головки лидера до 10^{20} м⁻³. Лидерный канал подобен каналу дуги [2, 3]. Сила тока в канале ограничена внутренним сопротивлением, в нем происходит процесс, близкий к короткому замыканию. В лабораторных условиях сила тока в канале лидера порядка 1 А, для молнии эта величина на два порядка больше. Головка лидера является высоковольтным источником стримеров, расходящихся в виде веера. У молнии потенциал головки на 1–2 порядка больше потенциала головки, максимально возможного в лабораторных экспериментах. В лабораторных условиях развитие лидерной искры происходит в течение промежутка времени порядка $10^{-4} \div 10^{-3}$ с. У молнии этот промежуток на 1–2 порядка больше.

1. Для того чтобы определить основные закономерности пространственно-временной эволюции стримера длинной икры, сделаем ряд упрощений. При таком подходе будут учитываться только наиболее значимые особенности процесса. Считается, что наиболее важную роль играют нелинейные механизмы (в том числе возможность проявления сильной нелинейности процесса). Такой подход использовался в работе [18] при исследовании качественных закономерностей формирования и эволюции ударной волны. Это исследование проводилось на основе кинематического приближения для уравнения неразрывности. Позднее этот подход применялся в работе [19], где выполнено “аналоговое” описание дето-

нации в горючей среде, по сути, представляющее собой обобщение кинематического приближения Дж. Уизема на более сложную задачу, учитывающую возможность химической реакции горения.

В основу описания процесса в стримерном канале положен закон сохранения зарядов

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{j} = 0, \quad (1)$$

где w , \mathbf{j} — плотность заряда и плотность тока в стримерном канале. Если рассматриваемый объем V ограничен поверхностью S и при этом выполняется условие $\oint_S j_n dS = 0$ (j_n — проекция вектора \mathbf{j} на нормаль к поверхности S), то справедлив закон сохранения заряда

$$\int_V w(t, \mathbf{r}) dV = \text{const} \equiv Q. \quad (2)$$

Модель, основанная на уравнениях (1), (2), является очень упрощенной идеализацией рассматриваемого процесса. В частности, при этом не учитывается возможность нарушения закона сохранения $Q = \text{const}$ (за счет наличия проводящих ток плазменных “мостиков”, обуславливающих потери зарядов в канале стримера; за счет реакций ионизации и диссоциации и др.).

Суть кинематического подхода [18] заключается в сведении уравнения для двух неизвестных функций w , \mathbf{j} в (1) к уравнению для одной неизвестной функции w . При этом считается, что вид функции $\mathbf{j}(w)$ известен. Использование такого модельного описания позволяет лишь выявить основные закономерности сложного процесса. Более целесообразно использовать эмпирические связи $\mathbf{j}(w)$. При этом необходимо проводить сравнение получаемых закономерностей и экспериментальных данных, чего в общем случае не было сделано. В п. 3 такое сравнение проводится для частного случая одномерного автомоделльного режима торможения стримера.

Ограничимся приближением потенциального электрического поля $\mathbf{E} = -\nabla U$ и используем простейшую форму закона Ома для медленных процессов

$$\mathbf{j} = \mathbf{j}(U) = -\frac{1}{R(U)} \nabla U, \quad (3)$$

где $R(U)$ — нелинейное погонное сопротивление канала. Связь между плотностью заряда w и потенциалом электрического поля U определим дифференциальным соотношением

$$C(U) \equiv \frac{dw}{dU}, \quad (4)$$

где $C(U)$ — нелинейная погонная емкость канала. С учетом (3), (4) имеем представление

$$\mathbf{j} = \mathbf{j}(w) = -\frac{1}{R(w)} \frac{dU}{dw} \nabla w = -\frac{1}{R(w)C(w)} \nabla w.$$

Тогда уравнение (1) принимает вид

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \operatorname{div} \left(-\frac{1}{T(w)} \nabla w \right) = 0, \quad T(w) \equiv R(w)C(w), \quad w = w(U). \quad (5)$$

Описание с использованием уравнения (5) будет кинематическим, если считать, что функция $T(w)$ известна. Основные недостатки модели (5) отмечены выше. Преимуществом этой

модели является то, что описание процесса сводится к решению уравнения для одной функции w . За счет подбора функции $T(w)$ имеется возможность учесть влияние различных сложных механизмов. В частности, уравнение (5) позволяет частично учесть неоднородность процесса эволюции стримера.

В случае если функция $T(\mathbf{r}, t)$ считается неизвестной, возможно более строгое (более точное) описание процесса. При этом в дополнение к (5) необходимо использовать уравнения материальной связи, устанавливающие достаточно адекватное соотношение между функциями T и w . При этом получаем нелинейное самосогласованное описание. Кроме того, возможно альтернативное описание, имеющее более узкую область применимости, когда для нахождения функции $T(\mathbf{r}, t)$ используется не зависящая от (5) система уравнений. В последнем случае получаем несамосогласованное описание с использованием линейной эволюции на основе (5) с коэффициентом, зависящим от координат и времени.

Сделаем несколько замечаний об альтернативном подходе. Нередко проводится моделирование процессов в стримерном канале на основе линейных уравнений длинной линии с известными распределенными параметрами, зависящими от координаты и времени [1–3]: $R_0 = R_0(t, x)$ — линейное погонное сопротивление канала, $C_0 = C_0(t, x)$ — линейная погонная емкость канала, $L_0 = 0$ — линейная погонная индуктивность канала. Такое приближение соответствует замене $R \rightarrow R_0$, $C \rightarrow C_0$ в уравнении (5). Следует отметить, что при решении обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений со слабой нелинейностью (учитываются только квадратичные члены) в ряде случаев справедлив принцип “эквивалентной линеаризации нелинейных колебательных систем” [20]. При этом нелинейные уравнения с постоянными коэффициентами заменяются линейными уравнениями с переменными коэффициентами. С точностью до членов второй степени малости решения таких уравнений совпадают. В случае сильной нелинейности такая замена некорректна. По сути, замена $R \rightarrow R_0$, $C \rightarrow C_0$ есть обобщение принципа эквивалентности на случай уравнения в частных производных (5). Заметим, что в случае сильной нелинейности такая замена некорректна.

Ограничимся рассмотрением кинематических моделей одномерных полей, зависящих от переменных t, x , что является дополнительной идеализацией эволюции стримера (обоснование такой идеализации для стадии торможения приведено в п. 3). Уравнение (5) сводится к уравнению нелинейной одномерной диффузии

$$\frac{\partial w}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{T(w)} \frac{\partial w}{\partial x} \right) = 0. \quad (6)$$

2. Пространственно-временную эволюцию стримера исследуем на основе решения автомодельной задачи. Рассмотрим задачу о нестационарной эволюции плотности заряда при условии мгновенного выделения заряда Q на плоскости (y, z) . Используем степенную аппроксимацию

$$T(w) = T_1(w_1/w)^n, \quad T_1 = \text{const}, \quad w_1 = \text{const}. \quad (7)$$

Здесь n — произвольное число. При этом уравнение (6) принимает вид

$$\frac{\partial w}{\partial t} - \varkappa \frac{\partial^2 w^{n+1}}{\partial x^2} = 0, \quad \varkappa \equiv \frac{1}{(n+1)T_1 w_1^{n+1}}. \quad (8)$$

Использование степенной аппроксимации (7) обусловлено следующим. Имеется возможность построить строгое решение идеализированной автомодельной задачи, имеющее физический смысл (см. п. 3). Сравнение с данными экспериментов показывает, что это решение достаточно точно описывает основные закономерности на стадии торможения стримера, по сути, являясь “промежуточной асимптотикой” процесса [21–23]. При различных условиях проведения экспериментов в случае, когда значение параметра нелинейности находится в диапазоне $n = 0,77 \div 3,00$, имеет место зависимость (7) (см. п. 3).

Потребуем выполнения условий

$$\int_0^{x_*} w(0, x) dx = \pm Q, \quad Q > 0, \quad x_* > 0, \quad (9)$$

$$w(t, \infty)|_{t>0} = 0, \quad w(t, x)|_{t<0, x \neq 0} = 0.$$

Аналогами задачи (6)–(9) являются нелинейная задача о распространении тепла (в случае, когда теплопроводность зависит от температуры) [21], и задача о фильтрации жидкости и газа в пористой среде [22].

Имеется четыре размерных определяющих параметра: t , x , Q , \varkappa . Согласно П-теореме теории размерности плотность заряда w можно представить в виде автомодельного решения

$$w = \pm \left(\frac{Q^2}{t\varkappa} \right)^{1/(n+2)} \Phi(\Pi), \quad (10)$$

где $\Phi(\Pi)$ — безразмерная функция, зависящая от безразмерного параметра

$$\Pi = x \left(\frac{1}{t\varkappa Q^n} \right)^{1/(n+2)}.$$

Из (8), (10) получаем обыкновенное дифференциальное уравнение для функции $\Phi(\Pi)$

$$\frac{d^2}{d\Pi^2} \Phi^{n+1} + \frac{\Pi}{n+2} \frac{d}{d\Pi} \Phi + \frac{1}{n+2} \Phi = 0. \quad (11)$$

Уравнение (11) не имеет вещественного решения с непрерывными производными, удовлетворяющего условию на бесконечности $\Phi(\infty) = 0$. Функция Φ в (11) является четной: $\Phi = \Phi(\Pi^2)$. Условие $\Phi(\infty) = 0$ выполняется, если выполняется условие $\Phi(\Pi^2) = 0$ при $\Pi^2 \geq \Pi_0^2 = \text{const}$. При $\Pi^2 \leq \Pi_0^2$ уравнению (11) удовлетворяет вещественная функция вида

$$\Phi = c(\Pi_0^2 - \Pi^2)^\alpha.$$

Параметры $c = \text{const}$ и α находятся при подстановке этой функции в (11). Имеет место непрерывное решение с разрывом производных

$$\Phi = \begin{cases} \{n(\Pi_0^2 - \Pi^2)/[2(n+1)(n+2)]\}^{1/n}, & \Pi^2 \leq \Pi_0^2, \\ 0, & \Pi^2 \geq \Pi_0^2. \end{cases} \quad (12)$$

Представление (12) удовлетворяет уравнению (11) при произвольном значении параметра Π_0 . Параметр Π_0 находится из условия сохранения заряда (2). Это условие приводится к соотношению

$$\left(\frac{n}{2(n+1)(n+2)} \right)^{1/n} \int_0^{\Pi_0} (\Pi_0^2 - \Pi^2)^{1/n} d\Pi = 1,$$

из которого получаем представление

$$\Pi_0 = (n+2)^{(n+1)/(n+2)} \left[2 \frac{n+1}{n} \left(\frac{\Gamma(1/n + 1/2)}{\sqrt{\pi} \Gamma(1/n)} \right)^n \right]^{1/(n+2)}.$$

Таким образом, автомодельное решение (12) построено. Такое решение уравнения (11) с учетом его нулевого значения на бесконечности, обладающее свойством сохранения полного заряда, впервые было получено в работе [21]. В математическом смысле рассматриваемая задача эквивалентна задаче, исследованной в [21, 22]. Решение (12) справедливо

при $n > -2$. При $n \leq -2$ решение расходится, что соответствует мгновенному переносу зарядов на бесконечность. Анализ экспериментальных данных [12–17], проведенный в п. 4, показывает, что на стадии торможения стримеров между параметрами n и Q имеется зависимость.

Параметр Π_0 характеризует положение фронта стримера $x_0(t)$:

$$w(x_0(t), t) = 0, \quad \Pi|_{x_0(t)} = \Pi_0, \quad x_0(t) = t^{1/(n+2)}[\Pi_0(\kappa Q^n)^{1/(n+2)}]. \quad (13)$$

Решение (10)–(13) можно представить в виде простой формулы, описывающей нелинейную нестационарную волну плотности заряда. Эта волна имеет фронт $x = x_0(t)$ и распространяется по электронейтральной среде:

$$w(x, t) = \begin{cases} w(0, t)(1 - x^2/x_0^2(t))^{1/n}, & x \leq x_0(t), \\ 0, & x \geq x_0(t). \end{cases} \quad (14)$$

Следует отметить, что при $n > 1$ на фронте реализуется бесконечный скачок производной $\partial w/\partial x$, формируется ударная волна w нулевой интенсивности (отсутствует скачок функции w):

$$\frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{x \rightarrow x_0-0} \rightarrow \infty, \quad n > 1.$$

В используемой идеализации увеличения интенсивности такой ударной волны по мере ее перемещения не происходит. Скорость перемещения фронта, зависящая от времени, определяется соотношением

$$V_0(t) = \frac{dx_0}{dt} = \frac{1}{n+2} \frac{x_0}{t}, \quad V_0(t) \sim t^{-(n+1)/(n+2)}, \quad V_0 \sim Q^{n/(n+2)}. \quad (15)$$

Если ввести понятие осредненной скорости перемещения фронта на основе определения $\bar{V}_0 \equiv x_0(t)/t$ (t — время прихода фронта в точку $x_0(t)$), то имеет место зависимость между скоростями $V_0(t) = \bar{V}_0(t)/(n+2)$.

По мере увеличения времени при выполнении условия $n > -1$ движение фронта постепенно замедляется (скорость фронта обращается в нуль только при $t = \infty$). В рамках используемой идеализации остановки стримера на конечных расстояниях не происходит. В этом случае возможно введение различных критериев определения времени остановки и максимальной длины стримера. В данной работе в качестве момента остановки фронта $t = t_{\max}$ примем момент времени, в который скорость фронта $V_0(t_{\max})$ равна некоторому малому фиксированному значению V_{\min} . Величина V_{\min} может задаваться с учетом точности фиксации скорости в эксперименте:

$$V_0(t_{\max}) = V_{\min}.$$

Это соотношение позволяет определить t_{\max} . Максимальная длина L стримера в момент его остановки равна

$$L = x_0(t_{\max}). \quad (16)$$

Экспериментально изучаемым параметром является скорость головки лидера V_L . Для исследования процессов, происходящих в молниях, необходимо задать зависимость скорости головки лидера от внешних параметров [3]. Используется определение скорости стримера V_s [1–3], которая в рассматриваемой задаче совпадает со скоростью фронта стримера: $V_s = V_0$. Между скоростями V_s и V_L установлено приближенное соотношение

$$V_L \approx V_s \Omega,$$

где параметр Ω — отношение времени распада плазмы (время прилипания электронов либо время рекомбинации) к характерному времени увеличения температуры газа. Для экспериментов в воздухе $\Omega \approx 10^{-1}$. В экспериментах с искрами длиной 100 м установлена эмпирическая зависимость [3]

$$V_L = a\sqrt{|U - U_0|},$$

где $a = 15 \text{ (м/с)} \cdot \text{В}^{-1/2}$; U_0 — внешний потенциал в месте расположения головки лидера.

Зависимости локальной погонной емкости канала от радиуса поперечного сечения канала и его длины являются логарифмическими, в то время как зависимость погонного сопротивления от радиуса поперечного сечения канала более сильная — степенная. Поэтому влияние сопротивления на нелинейность более существенно, чем влияние емкости. Учитывая определение (4), а также тот факт, что емкость канала оказывает слабое влияние на нелинейные эффекты, можно допустить, что для искр длиной 100 м имеет место пропорциональность следующих величин: $|U - U_0| \sim Q$, $V_0 \sim V_L \sim \sqrt{Q}$. Следствием закономерностей (13), (15) является возможность определить параметр n в указанном случае пропорциональности величин: $n = 2$. При этом имеют место закон уменьшения скорости фронта и закон увеличения длины стримера:

$$V_0(t) \sim t^{-3/4}, \quad V_0(t) = \bar{V}_0(t)/4, \quad n = 2, \quad x_0(t) \sim t^{1/4}.$$

Значение $n = 2$ соответствует случаю достаточно сильной нелинейности, что свидетельствует о некорректности использования линейных уравнений длинной линии с распределенными параметрами при описании эволюции стримера, порождаемого искрой длиной 100 м. Для искр, длина которых превышает 100 м, нелинейность будет еще более сильной: $n > 2$. Для искр, имеющих длину менее 100 м, должно выполняться условие $n < 2$. Используемое автомодельное представление не позволяет описать начальную стадию ускорения стримера. В рассматриваемой задаче скорость фронта зависит от трех размерных и одного безразмерного определяющих параметров:

$$V_0 = V_0(t, \varkappa, Q, n).$$

Оценим ограничение на параметр n , при выполнении которого реализуется предельный переход решения (14) в соответствующее линейное приближение. В случае выполнения условий

$$n \ll 1, \quad nT_1x^2/(4t) < 1 \tag{17}$$

осуществляется предельный переход нелинейного автомодельного решения (14) в известное представление линейной задачи

$$w \rightarrow \pm Q \sqrt{\frac{T_1}{4\pi t}} \left(1 - n \frac{T_1x^2}{4t}\right)^{1/n} \rightarrow \pm Q \sqrt{\frac{T_1}{4\pi t}} \exp\left(-\frac{T_1x^2}{4t}\right). \tag{18}$$

Положение фронта определяется соотношением

$$x_0 \rightarrow \sqrt{4t/(nT_1)}, \quad x_0|_{n \rightarrow 0} \rightarrow \infty.$$

Используя значения параметров $V_0 = 10^6 \text{ м/с}$, $C_1 = 10^{-11} \text{ Ф/м}$, $R_1 = 5 \cdot 10^4 \text{ Ом/м}$, $x/t \approx V_0$, $t = 5 \cdot 10^{-4} \text{ с}$, согласно (17) получим ограничение на значения параметра n , при которых реализуется предельный переход (14) в (18):

$$n < 4/(V_0^2 t R_1 C_1) = 2 \cdot 10^{-2}.$$

Следует отметить, что в случае выполнения условий (17) описание эволюции стримера на основе автомодельного решения (14), (18) является грубой идеализацией. Закономерность

$x_0 \sim \sqrt{t}$ не соответствует экспериментальным данным (см., например, рис. 4 в [12]), свидетельствующим о слабой нелинейности. Согласно [12] эволюция стримера происходит по закону $x_0(t) \sim t^{0,36}$, что соответствует значению параметра нелинейности $n = 0,63$.

Для нахождения плотности тока (3) и напряжения (4) необходимы дополнительные сведения о функциях $R(w)$, $C(w)$. При получении оценок полей можно использовать приближение

$$C \approx \text{const}, \quad R \approx R_1 \left(\frac{w}{w_1} \right)^n, \quad U \approx \frac{w}{C}, \quad j \approx -\frac{1}{CR_1} \left(\frac{w}{w_1} \right)^n \frac{\partial w}{\partial x}.$$

В таком приближении электрическое поле имеет представление

$$E(t, x) = \frac{2xQ^{2(n-1)/(n(n+2))}}{Cn(t\kappa)^{3/(n+2)}} \left(\frac{n}{2(n+1)(n+2)} \right)^{1/n} [\Pi_0^2 - \Pi^2(t, x)]^{-(1-n)/n}, \quad x \leq x_0(t).$$

В случае $n < 1$ электрическое поле имеет конечный скачок в точке $x = x_0(t)$ и максимум при выполнении условия

$$\frac{\partial E(t, x)}{\partial x} = 0.$$

Существует критерий определения максимальной длины стримера [2], отличный от критерия (16). Экспериментально измеряемой величиной является так называемое критическое поле [2] E_{\min} — предельно слабое поле, в котором фронт стримера еще способен передвигаться: $V_0(t) \rightarrow V_0(t_{\max}) = V_{\min}$. На основе экспериментальных данных для воздуха, осредненных по результатам различных измерений, рекомендуется принимать значение E_{\min} равным 465 кВ/м.

В случае $n < 1$ параметры L и t_{\max} можно определить из системы двух уравнений

$$E_{\min} = E(t_{\max}, L), \quad \left. \frac{\partial E(t, x)}{\partial x} \right|_{x=L, t=t_{\max}} = 0.$$

При $n > 1$ структура поля $E(t, x)$ существенно меняется: в точке $x = x_0(t)$ имеется бесконечный скачок поля. В этом случае в рамках используемой модели остановку стримера нельзя определять с помощью величины E_{\min} . С этой целью можно применять критерий (16).

3. Проведем сравнение закономерностей эволюции стримеров на стадии торможения, полученных на основе автомодельного решения, с данными различных экспериментов [12–17].

В [13] исследован катодонаправленный стример в промежутке длиной 4 м. Использована система электродов шар — плоскость (радиус анода равен 12,5 см). На промежутке действовал положительный импульс напряжения длительностью $200 \div 10\,000$ мкс. В процессе развития стримерной вспышки напряжение практически не менялось и составляло приблизительно 600 кВ. Напряженность на аноде в момент старта стримера составляла 40 кВ/см. При длине стримера порядка 30 см его фронт попадал в точку на промежутке, в которой величина внешнего невозмущенного поля уменьшалась до значения, приблизительно равного 450 кВ/м. На основе данных [13] получена аппроксимирующая зависимость длины стримера L_s от времени

$$L_s(t) = 292t^{0,36} \Rightarrow n = 0,78.$$

Средняя емкость единицы длины уединенного проводника (измеряемой в фарадах на метр) равна

$$C = \frac{C_0}{l} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln(r/l)} \approx \frac{5,56 \cdot 10^{-11}}{\ln(l/r)}.$$

Здесь ε_0 — диэлектрическая проницаемость вакуума; r, l — радиус и длина проводника соответственно. При проведении оценочных расчетов параметров стримера будем считать, что $C \approx \text{const}$. Длину канала примем равной максимально возможной длине стримера при данных условиях эксперимента $l = 0,3$ м. Тогда $C \approx 1,2 \cdot 10^{-11}$ Ф/м и для заряда, внедренного в межэлектродный промежуток, получаем оценку $Q = CUL_g$ (L_g — расстояние между электродами). Считаем, что радиус стримера значительно не меняется по его длине. Согласно экспериментальным данным для стримеров такой длины осредненное значение радиуса канала стримера равно $r = 0,3$ см. Заряд, внедренный в межэлектродный промежуток, составляет $Q = 2,2 \cdot 10^{-5}$ Кл. Заметим, что момент остановки стримера соответствует пороговой напряженности поля.

В работе [12] рассматривались катодонаправленные стримеры в системе электродов тонкий цилиндр — плоскость. Диаметр цилиндрического электрода составлял 2 см. Расстояние между электродами и приложенное напряжение изменялись. Длина межэлектродного промежутка варьировалась в интервале от 30 до 150 см. Амплитуда импульса приложенного напряжения изменялась в диапазоне от 75 до 160 кВ. Длительность импульса была такова, что напряжение, приложенное во время стримерной вспышки, можно было считать постоянным. В работе [12] представлены зависимости длины стримера от времени для межэлектродного промежутка длиной $L_g = 150$ см и амплитуды импульса приложенного напряжения, равной $U = 125$ кВ. Аппроксимирующую зависимость длины стримера L_s и скорости стримера от времени можно представить в виде

$$L_s(t) = 44t^{0,36} \Rightarrow n = 0,63, \quad V_s(t) = 16t^{-0,64}.$$

Следует отметить, что согласно экспериментальным данным стример остановился при скорости, превышающей критическую скорость, равную 10^5 м/с. Для критической скорости распространения стримера получено значение $(V_s)_{cr} = 5,5 \cdot 10^5$ м/с.

В [13, 14] представлен обзор экспериментальных данных. Рассмотрим подробно первый эксперимент. Исследуется процесс в системе электродов стержень с полусферической головкой — плоскость (радиус закругления равен 1 см). Расстояние между электродами составляет $L_g = 10$ м. На промежутке действовал положительный импульс включения (единичная ступенька) напряжения, время установления фронта которого в одном случае равно 22 мкс, а в другом 500 мкс. Напряжение включения составляло 1850 кВ, что соответствовало 50 %-й вероятности пробоя промежутка данной длины для данной конфигурации электродов.

Аппроксимирующая зависимость длины стримера L_s от времени и оценка скорости стримера имеют вид

$$L_s(t) = 44t^{0,2} \Rightarrow n = 3, \quad V_s(t) = 37t^{-0,8}.$$

В момент времени $t = 300$ мкс суммарный заряд в разрядном промежутке равен $Q = 7,1 \cdot 10^{-4}$ Кл.

В работах [14, 16] изучен процесс в системе электродов стержень с полусферической головкой — плоскость (радиус закругления равен 0,6 мм). Расстояние между электродами составляет $L_g = 6$ м. На промежутке действовал положительный импульс длительностью $240 \div 9000$ мкс. Амплитуда импульса составляла 1550 кВ, что соответствовало 50 %-й вероятности пробоя промежутка данной длины для данной конфигурации электродов. Функция $L_s(t)$, аппроксимирующая зависимость длины стримера от времени, имеет вид

$$L_s(t) = 100t^{0,34} \Rightarrow n = 0,94.$$

Значения скорости фронта стримера получены косвенно в результате деления приращения длины стримера на время, за которое оно было достигнуто:

$$V_s(t) = 54t^{-0,66}.$$

В момент времени $t = 250$ мкс суммарный заряд в разрядном промежутке равен $Q = 2,5 \cdot 10^{-4}$ Кл.

В работах [14, 17] исследованы процессы в системе электродов стержень с конической головкой — плоскость (радиус кривизны равен 0,6 мм). Расстояние между электродами составляет $L_g = 2$ м. На промежутке действовал положительный импульс длительностью $103 \div 3100$ мкс. Амплитуда импульса составляла 820 кВ, что соответствовало 50 %-й вероятности пробоя промежутка данной длины для данной конфигурации электродов. Аппроксимирующая зависимость длины стримера L_s от времени представляется в виде

$$L_s(t) = 58t^{0,36} \Rightarrow n = 0,77.$$

Для внедренного в межэлектродный промежуток заряда получаем оценку $Q = 3,6 \cdot 10^{-5}$ Кл.

Автомодельное решение (12) достаточно точно описывает торможение стримера в диапазоне значений параметра $n = 0,77 \div 3,00$ при изменении параметра Q в интервале $Q = 3,6 \cdot 10^{-5} \div 7,1 \cdot 10^{-4}$.

4. На основе экспериментальных данных можно получить следующую аппроксимирующую функцию, описывающую зависимость между параметром нелинейности и длиной межэлектродного промежутка L_g :

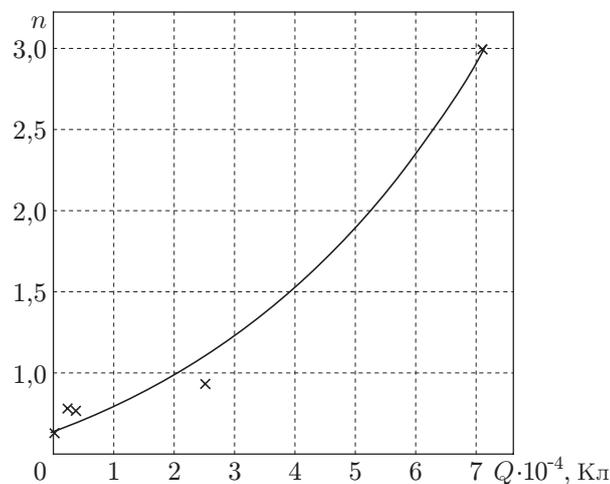
$$n(L_g) = 0,6 \exp(0,068L_g) + 10^{-5} \exp(1,2L_g).$$

Следует отметить, что сформулированная на основе (8), (9) автомодельная задача имеет четыре размерных определяющих параметра: t , x , Q , \varkappa . В такой задаче безразмерный параметр нелинейности n задается независимо. Анализ экспериментальных данных [12–17] показывает, что между параметром нелинейности n и внедряемым в межэлектродный промежуток зарядом Q существует зависимость, описываемая аппроксимирующей функцией

$$n(Q) = 0,64 \exp(22Q) \quad (19)$$

(см. рисунок).

Таким образом, рассматривая различные физические эксперименты, можно получить оценочные данные для численного моделирования на основе более полного (чем с помощью предложенной в данной работе модели) описания. Введение некоторого искусственного параметра L_g объясняется тем, что в рассматриваемом случае используется условие



Зависимость параметра нелинейности n от величины заряда Q , внедряемого в межэлектродный промежуток:

точки — результаты расчета, линия — аппроксимация (19)

напряженности поля, равной критической, в случае, когда длина стримера максимальна при данном напряжении на электроде.

Предложенная выше одномерная нелинейная кинематическая модель стримера (основанная на законе сохранения суммарного заряда Q) является очень упрощенной идеализацией реального процесса, поэтому многие достаточно сложные физические процессы не учитываются в явном виде. Однако следует отметить, что значительная часть этих процессов учитывается в предложенной модели эмпирически задаваемым параметром нелинейности n , который определяется на основе экспериментальных данных, приведенных в п. 3. Одномерное автомодельное решение имеет ряд преимуществ по сравнению с известными решениями. Получены простые аналитические формулы, описывающие основные закономерности стадии торможения стримера. Это подтверждают результаты сравнения с различными экспериментальными данными, полученными при $0,77 \leq n \leq 3,00$ и $3,6 \cdot 10^{-5} \leq Q \leq 7,1 \cdot 10^{-4}$ (см. п. 3). На основе аналитического описания эволюции фронта стримера удается получить зависимость между скоростью фронта стримера и определяющими параметрами задачи. Получено выражение для максимальной длины стримера. Использование одномерного описания обусловлено тем, что введение параметра нелинейности n позволяет одновременно учитывать различные физические механизмы (в частности, неоднородность процесса).

Предлагаемый подход позволяет получить простые функциональные зависимости между параметрами процесса и оценить порядок величин этих параметров. В частности, для корректного компьютерного моделирования целесообразно использовать сведения о степени нелинейности n процесса эволюции стримера. При интерпретации результатов экспериментов, а также при сравнении их с результатами, полученными с помощью различных теорий, и с результатами численных расчетов представляется целесообразным, используя формулы (13)–(15) и данные эксперимента, определить безразмерный параметр n на основе (19). Этот параметр характеризует степень нелинейности процесса эволюции стримера. Качественные закономерности эволюции стримера описываются кинематическим приближением (5) только в случае $n \geq O(1)$. В случае “очень коротких” стримеров, когда $n \ll 1$, использовать кинематическое приближение (5) не следует.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Базелян Э. М.** Физика молнии и молниезащиты / Э. М. Базелян, Ю. П. Райзер. М.: Физматлит, 2001.
2. **Базелян Э. М.** Искровой разряд / Э. М. Базелян, Ю. П. Райзер. М.: Моск. физ.-техн. ин-т, 1997.
3. **Базелян Э. М., Райзер Ю. П.** Механизм притяжения молнии и проблема лазерного управления молнией // Успехи физ. наук. 2000. Т. 170, № 7. С. 753–769.
4. **Яковленко С. И.** Механизм распространения стримера к аноду, обусловленный размножением электронов фона // Журн. техн. физики. Т. 74, вып. 9. С. 47–54.
5. **Лозанский Э. Д.** Теория искры / Э. Д. Лозанский, О. Б. Фирсов. М.: Атомиздат, 1975.
6. **Vitello P. A., Penetrante V. M., Bartsley J. N.** Simulation of negative streamer dynamics in nitrogen // Phys. Rev. E. 1994. V. 49, N 4. P. 5574–5598.
7. **Aleksandrov N. L., Bazelyan E. M.** Simulation of long-streamer propagation in air at atmospheric pressure // J. Phys. D. Appl. Phys. 1996. V. 29. P. 740–752.
8. **Kulikovskiy A. A.** Positive streamer in weak field in air: A moving avalanche-to-streamer transition // Phys. Rev. E. 1998. V. 57, N 6. P. 7066–7074.
9. **Babaeva N. Y., Naidis G. V.** Two dimensional modeling of positive streamer dynamics in non-uniform electric fields in air // J. Phys. D. Appl. Phys. 1996. V. 29. P. 2423–2431.

10. **Бабаева Н. Ю., Найдис Г. В.** Моделирование положительных стримеров в жидком аргоне // Письма в ЖТФ. 1999. Т. 25, № 3. С. 19–27.
11. **Arrayas M., Erbert U., Hundsdorfer W.** Spontaneous branching of anode-directed streamers between planar electrodes // Phys. Rev. Lett. 2002. V. 7. P. 174502.
12. **Gallimberti I.** A computer model for streamer propagation // J. Phys. D. Appl. Phys. 1972. V. 5. P. 2179–2189.
13. **Schneider K.** Positive discharges in air gaps at les renardiers — 1975: results and conclusions // Electra. 1977. N 53. P. 31–153.
14. **Goelian N., Lalande P., Bondiou-Clergerie A., Bacchiega G. L.** A simplified model for the simulation of positive-spark development in long air gaps // J. Phys. D. Appl. Phys. 1997. V. 30. P. 2441–2452.
15. **Schneider K.** Les renardieres group: results 1985 // IEE Proc. A. 1986. V. 133. P. 3–153.
16. **Bondiou A., Gallimberti I.** Theoretical modeling of the development of the positive spark in long gaps // J. Phys. D. Appl. Phys. 1994. V. 27. P. 1252–1266.
17. **Ortega P.** Long air gap discharges under non standard positive impulse voltages // High voltage engineering: 7th Intern. symp.: Papers and summaries. Dresden: Dresden Univ., 1991. P. 105–108.
18. **Уизем Дж.** Линейные и нелинейные волны. М.: Мир, 1977.
19. **Фикетт У.** Введение в теорию детонации. М.: Мир, 1989.
20. **Боголюбов Н. Н.** Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний / Н. Н. Боголюбов, Ю. А. Митропольский. М.: Наука, 1974. С. 109–125.
21. **Зельдович Я. Б., Компанец А. С.** К теории распространения тепла при теплопроводности, зависящей от температуры // Сб., посвящ. 70-летию акад. А. Ф. Иоффе. М.: Изд-во АН СССР, 1950. С. 61–71.
22. **Баренблатт Г. И.** О некоторых неустановившихся движениях жидкости и газа в пористой среде // Прикл. математика и механика. 1952. Т. 16, № 31. С. 67–78.
23. **Баренблатт Г. И.** Подобие, автомодельность, промежуточная асимптотика. Л.: Гидрометеоиздат, 1978.

*Поступила в редакцию 18/III 2009 г.,
в окончательном варианте — 8/IX 2009 г.*
