

УДК 532.529

Развитие и применение диффузионно-инерционной модели для расчета газодисперсных турбулентных течений*

Н.И. Дробышевский, Л.И. Зайчик, Р.В. Мукин, В.Ф. Стрижов, А.С. Филиппов

Институт проблем безопасного развития атомной энергетики РАН, Москва

E-mail: zaichik@ibrae.as.ru

Показаны развитие и применение диффузионно-инерционной модели для расчета распространения и осаждения аэрозольных частиц в турбулентных потоках. Сравнение с экспериментальными и численными результатами свидетельствует, что развитая модель адекватно описывает все характерные особенности процесса осаждения аэрозольных частиц в прямых и изогнутых трубах.

Ключевые слова: турбулентное газодисперсное течение, аэрозольные частицы, моделирование, осаждение.

ВВЕДЕНИЕ

Существующие методы расчета двухфазных дисперсных турбулентных течений могут быть разделены на две группы. К первой группе относятся работы, основанные на лагранжевом траекторном описании дисперсной фазы — решении стохастических уравнений движения и энергии типа Ланжевена вдоль траекторий отдельных частиц с последующим осреднением решений по ансамблю начальных данных. С уменьшением размера частиц репрезентативное число реализаций должно возрасти, т. к. увеличивается вклад взаимодействия частиц с вихрями все меньших размеров. Лагранжев траекторный подход в сочетании с методами прямого численного моделирования (Direct Numerical Simulations, DNS) или крупных вихрей (Large Eddy Simulations, LES) позволяет получать детальную информацию о взаимодействии частиц с турбулентными вихрями, со стенками и друг с другом, однако требует очень больших затрат времени при расчете сложных течений, встречающихся в природных или промышленных условиях. Другой метод моделирования основан на эйлеровом континуальном описании обеих фаз — на так называемых двухжидкостных моделях в рамках механики взаимопроникающих гетерогенных сред. Существенным преимуществом эйлерова континуального подхода по сравнению с лагранжевым траекторным моделированием является использование балансных уравнений одного типа для обеих

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 09-08-00084).

фаз и соответственно единого алгоритма решения всей системы уравнений. Кроме того, описание динамики очень мелких частиц не вызывает никаких принципиальных трудностей, т. к. при стремлении массы частицы к нулю осуществляется предельный переход к задаче о турбулентной диффузии безынерционной (пассивной) примеси. В целом, лагранжев траекторный и эйлеров континуальный методы моделирования дополняют друг друга, каждый из них имеет свои преимущества и недостатки и, следовательно, свои области приложения. Лагранжев метод применим для существенно неравновесных течений (крупные инерционные частицы, разреженные дисперсные среды), а эйлеров метод справедлив в условиях, близких к равновесным (мелкие малоинерционные частицы, концентрированные дисперсные среды). Эффективность эйлеровых моделей для расчета газодисперсных течений в трубах и струйных потоках, в частности, подтверждается результатами работ [1, 2]. Поскольку дисперсная фаза обладает одновременно свойствами континуума и дискретных частиц, ситуация с этими двумя подходами несколько напоминает известный дуализм “волна–частица” в микромире.

Для описания транспорта и дисперсии малоинерционных частиц в двухфазных турбулентных потоках особенно эффективными оказываются эйлеровы континуальные модели диффузионного типа. В [3–5] предложена диффузионно-инерционная модель (ДИМ), сопряженная с моделированием несущего турбулентного потока в рамках рейнольдсова осреднения уравнений Навье–Стокса (Reynolds-Averaged Navier–Stokes, RANS). Модель основана на кинетическом уравнении для функции плотности вероятности (ФПВ) распределения скорости частиц [6–8], описывает поведение частиц в турбулентном потоке без учета их обратного влияния на турбулентность и справедлива для двухфазных потоков с частицами, время динамической релаксации которых не превышает временной интегральный масштаб турбулентности. Диффузионно-инерционная модель была имплементирована в код Сатурн (Code SATURNE) для расчета вентиляции запыленных помещений [9], а также модифицирована в [10] с целью уточнения граничного условия для концентрации частиц. Модели диффузионного типа предложены также в сочетании с подходами DNS и LES для моделирования турбулентного несущего потока [11–15]. Отличительной особенностью этих моделей является выражение скорости частиц в виде разложения через характеристики несущего потока и тем самым сведение проблемы моделирования транспорта и дисперсии дисперсной фазы к решению одного уравнения для концентрации частиц.

В настоящей статье выполнено обобщение ДИМ на двухфазные течения с относительно высокой массовой концентрацией дисперсной фазы, когда становится существенным обратное влияние частиц на характеристики несущего турбулентного потока. Кроме того, включены эффекты инерционности и пересечения траекторий на коэффициент турбулентной диффузии частиц, а также уточнено граничное условие для уравнения концентрации частиц. ДИМ используется для расчета переноса и осаждения аэрозольных частиц в прямых и искривленных трубах.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФОРМУЛИРОВКА

Уравнение для концентрации частиц

Рассматриваемая модель вытекает из кинетического уравнения для ФПВ распределения скорости частиц в турбулентном потоке [16]:

$$\frac{\partial P}{\partial t} + v_i \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial v_i} \left[\left(\frac{U_i - v_i}{\tau_p} + F_i \right) P \right] = -\frac{1}{\tau_p} \frac{\partial \langle u'_i p \rangle}{\partial v_i} + \frac{D_B}{\tau_p^2} \frac{\partial^2 P}{\partial v_i \partial v_i}, \quad (1)$$

$$\begin{aligned}
\langle u'_i p \rangle &= -\tau_p \left(\lambda_{ij} \frac{\partial P}{\partial v_j} + \mu_{ij} \frac{\partial P}{\partial x_j} \right), \\
\lambda_{ij} &= \langle u'_i u'_k \rangle \left(\frac{f_{u kj}}{\tau_p} + l_{u kn} \frac{\partial U_j}{\partial x_n} \right) - \frac{D_p \langle u'_i u'_k \rangle}{Dt} \frac{f_{u1 kj}}{2}, \\
\mu_{ij} &= \langle u'_i u'_k \rangle g_{u kj}, \quad f_{u ij} = \frac{1}{\tau_p} \int_0^\infty \Psi_{Lp ij}(\tau) \exp\left(-\frac{\tau}{\tau_p}\right) d\tau, \\
f_{u1 ij} &= \frac{1}{\tau_p^2} \int_0^\infty \tau \Psi_{Lp ij}(\tau) \exp\left(-\frac{\tau}{\tau_p}\right) d\tau, \quad g_{u ij} = \frac{T_{Lp ij}}{\tau_p} - f_{u ij}, \quad l_{u ij} = g_{u ij} - f_{u1 ij}, \\
T_{Lp ij} &= \int_0^\infty \Psi_{Lp ij}(\tau) d\tau, \quad \frac{D_p \langle u'_i u'_j \rangle}{Dt} = \frac{\partial \langle u'_i u'_j \rangle}{\partial t} + U_{pk} \frac{\partial \langle u'_i u'_j \rangle}{\partial x_k} + \frac{\partial \langle u'_i u'_j u'_k \rangle_p}{\partial x_k}, \\
U_{pi} &= U_i + \langle u'_i \rangle_p, \quad \langle u'_i \rangle_p = \frac{1}{\Phi} \int \langle u'_i p \rangle d\mathbf{v} = -\tau_p \mu_{ij} \frac{\partial \ln \Phi}{\partial x_j}, \\
\langle u'_i u'_j u'_k \rangle_p &= -\frac{\tau_p}{3} \left(\mu_{in} \frac{\partial \langle u'_j u'_k \rangle}{\partial x_n} + \mu_{jn} \frac{\partial \langle u'_i u'_k \rangle}{\partial x_n} + \mu_{kn} \frac{\partial \langle u'_i u'_j \rangle}{\partial x_n} \right),
\end{aligned}$$

где t — время, x_i — пространственная координата, v_i — скорость частицы, τ_p — время динамической релаксации частицы, F_i — ускорение действующей на частицу массовой силы (например, силы тяжести), U_i — осредненная скорость несущего потока (жидкости), D_B — коэффициент броуновской диффузии, $\langle u'_i u'_j \rangle$ — турбулентные рейнольдсовы напряжения в жидкости, $\Psi_{Lp ij}(\tau)$ — автокорреляционная функция пульсаций скорости жидкости на позиции частицы (скорость жидкости, видимая частицей), $T_{Lp ij}$ — тензор лагранжевых интегральных времен пульсаций скорости жидкости на позиции частицы. Члены в правой части уравнения (1) описывают соответственно взаимодействие частиц с турбулентными вихрями и вклад броуновского движения. Величина U_{pi} определяет видимую частицей скорость жидкости, которая отличается от собственной скорости жидкости U_i на величину так называемой скорости дрейфа $\langle u'_i \rangle_p$ [17], обусловленной неоднородным распределением частиц в пространстве, $\langle u'_i u'_j u'_k \rangle_p$ обозначает третий момент пульсаций скорости жидкости, видимый частицей. Величины $f_{u ij}$, $f_{u1 ij}$, $g_{u ij}$, $l_{u ij}$ представляют собой коэффициенты, характеризующие вовлечение частиц в турбулентное движение жидкости.

Путем интегрирования кинетического уравнения (1) по подпространству скоростей может быть получена система континуальных уравнений для осредненных одноточечных гидродинамических характеристик дисперсной фазы в физическом пространстве. Отметим, что определение осредненных характеристик дисперсной фазы путем интегрирования ФПВ в подпространстве скоростей подобно известному в теории однофазных сжимаемых турбулентных течений осреднению Фавра

с учетом плотности в качестве весовой функции. Полученные таким образом уравнения сохранения массы, количества движения и турбулентных напряжений дисперсной фазы имеют вид:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{\partial \Phi V_i}{\partial x_i} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial t} + V_j \frac{\partial V_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\Phi} \frac{\partial \Phi \langle v'_i v'_j \rangle}{\partial x_j} + \frac{U_i - V_i}{\tau_p} + F_i - \mu_{ij} \frac{\partial \ln \Phi}{\partial x_j}, \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \langle v'_i v'_j \rangle}{\partial t} + V_k \frac{\partial \langle v'_i v'_j \rangle}{\partial x_k} + \frac{1}{\Phi} \frac{\partial \Phi \langle v'_i v'_j v'_k \rangle}{\partial x_k} = & -(\langle v'_i v'_k \rangle + \mu_{ik}) \frac{\partial V_j}{\partial x_k} - (\langle v'_j v'_k \rangle + \mu_{jk}) \frac{\partial V_i}{\partial x_k} + \\ & + \lambda_{ij} + \lambda_{ji} + \frac{2D_B \delta_{ij}}{\tau_p^2} - \frac{2\langle v'_i v'_j \rangle}{\tau_p}, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\Phi = \int P d\mathbf{v}, \quad V_i = \frac{1}{\Phi} \int v_i P d\mathbf{v}, \quad \langle v'_i v'_j \rangle = \frac{1}{\Phi} \int (v_i - V_i)(v_j - V_j) P d\mathbf{v},$$

где Φ , V_i , $\langle v'_i v'_j \rangle$ — осредненные объемная концентрация, скорость и турбулентные напряжения дисперсной фазы.

Далее с целью упрощения лагранжев временной макромасштаб турбулентности предполагается изотропным $T_{Lij} = T_L \delta_{ij}$, однако будет учитываться различие во временах взаимодействия частиц с турбулентными вихрями в разных направлениях, обусловленное так называемым эффектом пересечения траекторий вследствие осредненного скоростного скольжения между частицей и турбулентной жидкостью [18]. В этом случае тензор $T_{Lp ij}$ выражается как

$$T_{Lp ij} = T_{Lp}^n \delta_{ij} + (T_{Lp}^l - T_{Lp}^n) e_i e_j, \quad e_i = \frac{V_{ri}}{|\mathbf{V}_r|}, \quad \mathbf{V}_r = \mathbf{V} - \mathbf{U}_p,$$

где индексы l и n обозначают параллельное и перпендикулярное направления к вектору относительной скорости \mathbf{V}_r .

Согласно (4), турбулентные напряжения малоинерционных частиц выражаются через рейнольдсовы напряжения жидкости и коэффициент броуновской диффузии при помощи локально-равновесного соотношения

$$\langle v'_i v'_j \rangle = \langle u'_i u'_k \rangle f_{ukj} + \frac{D_B \delta_{ij}}{\tau_p}, \quad f_{ukj} = f_u^n \delta_{ij} + (f_u^l - f_u^n) e_i e_j. \quad (5)$$

Для малоинерционных частиц, время релаксации которых меньше временного интегрального масштаба турбулентности, из уравнения (3) с учетом (5) получается с точностью до члена первого порядка разложения в ряд по малому параметру τ_p

$$V_i = U_i - \frac{1}{\Phi} \left(\frac{\partial D_B \Phi}{\partial x_i} + D_{Tp ij} \frac{\partial \Phi}{\partial x_j} \right) + \tau_p \left[F_i - \frac{DU_i}{Dt} - \frac{\partial (\langle u'_i u'_k \rangle f_{ukj})}{\partial x_j} \right] + O(\tau_p^2), \quad (6)$$

$$D_{Tp ij} = \langle u'_i u'_k \rangle T_{Lp kj}, \quad \frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + U_j \frac{\partial}{\partial x_j},$$

где $D_{Tp ij}$ — тензор турбулентной диффузии частиц.

Подстановка (6) в (2) приводит к уравнению для концентрации дисперсной фазы

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{\partial U_i \Phi}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\tau_p \left(F_i - \frac{DU_i}{Dt} \right) \Phi \right] = \\ = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\frac{\partial D_B \Phi}{\partial x_i} + D_{T p ij} \frac{\partial \Phi}{\partial x_j} + \tau_p \Phi \frac{\partial (\langle u'_i u'_k \rangle f_{u kj})}{\partial x_j} \right]. \end{aligned} \quad (7)$$

Таким образом, задача распространения малоинерционных частиц сводится к решению уравнения для концентрации и не требует решения уравнений для их скорости, что существенно уменьшает вычислительную трудоемкость. В предельном случае безынерционных частиц ($\tau_p \rightarrow 0$) при постоянном коэффициенте броуновской диффузии уравнение (7) переходит в обычное уравнение диффузии для пассивной примеси

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{\partial U_i \Phi}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(D_B \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} + D_{T ij} \frac{\partial \Phi}{\partial x_j} \right), \quad D_{T ij} = \langle u'_i u'_j \rangle T_L, \quad (8)$$

где $D_{T ij}$ — тензор турбулентной диффузии безынерционной примеси. По сравнению с (8) уравнение (7) позволяет учесть ряд инерционных механизмов переноса мелкодисперсной примеси: 1) действие массовых сил, 2) транспорт частиц вследствие отклонения траекторий частиц от линий тока жидкости при их искривлении и из-за нестационарности потока, 3) турбулентную миграцию частиц из области с высокой степенью турбулентности в область с низким уровнем пульсаций скорости (турбофорез) и 4) влияние эффектов инерционности и пересечения траекторий на коэффициент турбулентной диффузии частиц.

Для вычисления коэффициентов вовлечения частиц в турбулентное движение жидкости используется двухмасштабная биэкспоненциальная автокорреляционная функция [19]:

$$\begin{aligned} \Psi_{L_p}^\zeta(\tau) = \frac{1}{2\Re_\zeta} \left[(1 + \Re_\zeta) \exp\left(-\frac{2\tau}{(1 + \Re_\zeta)T_{L_p}^\zeta}\right) - (1 - \Re_\zeta) \exp\left(-\frac{2\tau}{(1 - \Re_\zeta)T_{L_p}^\zeta}\right) \right], \quad (9) \\ \Re_\zeta = (1 - 2z_\zeta^2)^{1/2}, \quad z_\zeta = \frac{\tau_T}{T_{L_p}^\zeta}. \end{aligned}$$

В (9) учитывается влияние инерционности частиц только на интегральные временные масштабы $T_{L_p}^\zeta$, а дифференциальный масштаб принимается равным тейлорову временному масштабу τ_T . Тейлоров микромасштаб τ_T предполагается изотропным и вычисляется на основе соотношений [16]:

$$\begin{aligned} \tau_T = \left(\frac{2\text{Re}_\lambda}{15^{1/2} a_0} \right)^{1/2} \tau_k, \quad \tau_k = \left(\frac{v_f}{\varepsilon} \right)^{1/2}, \quad \text{Re}_\lambda = \left(\frac{20k^2}{3\varepsilon v_f} \right)^{1/2}, \\ a_0 = \frac{a_{01} + a_{0\infty} \text{Re}_\lambda}{a_{02} + \text{Re}_\lambda}, \quad a_{01} = 11, \quad a_{02} = 205, \quad a_{0\infty} = 7, \end{aligned}$$

где $k \equiv \langle u'_i u'_i \rangle / 2$ — турбулентная энергия жидкости, ε — скорость диссипации турбулентной энергии. Правомочность использования изотропных соотношений

для определения τ_T подтверждается данными DNS для турбулентного течения в канале [20], свидетельствующими, что амплитуда флуктуаций ускорения a_0 является практически изотропной.

В соответствии с (9) коэффициенты вовлечения определяются соотношениями:

$$f_u^\zeta = \frac{2\Omega_\zeta + z_\zeta^2}{2\Omega_\zeta + 2\Omega_\zeta^2 + z_\zeta^2}, \quad f_{ul}^\zeta = \frac{(2\Omega_\zeta + z_\zeta^2)^2 - 2\Omega_\zeta^2 z_\zeta^2}{(2\Omega_\zeta + 2\Omega_\zeta^2 + z_\zeta^2)^2}, \quad \Omega_\zeta = \frac{\tau_p}{T_{Lp}^\zeta}.$$

Интегральные временные масштабы взаимодействия частиц с турбулентными вихрями определяются на основе модели [21]:

$$T_{Lp}^l = \left\{ \frac{3\mathfrak{S} + m(2 + 3\gamma^2)}{3\mathfrak{S}(1 + m\mathfrak{S})^2} [1 - F(\text{St}_E)] + \left[\frac{1}{1 + m\wp} - \frac{mA^2}{3\wp(1 + m\wp)^2} \right] F(\text{St}_E) \right\} T_E,$$

$$T_{Lp}^n = \left\{ \frac{6\mathfrak{S} + m(4 + 3\gamma^2)}{6\mathfrak{S}(1 + m\mathfrak{S})^2} [1 - F(\text{St}_E)] + \left[\frac{1}{1 + m\wp} - \frac{m(2A^2 + 3\gamma^2)}{6\wp(1 + m\wp)^2} \right] F(\text{St}_E) \right\} T_E,$$

$$\mathfrak{S} = (1 + \gamma^2)^{1/2}, \quad \wp = (A^2 + \gamma^2)^{1/2}, \quad A = \frac{3\rho_f}{\rho_f + 2\rho_p}, \quad \text{St}_E = \frac{\tau_p}{T_E}, \quad m = \frac{T_E(2k/3)^{1/2}}{L},$$

$$\gamma = \frac{|\mathbf{V}_r|}{(2k/3)^{1/2}}, \quad T_E = \frac{3(1+m)^2}{3+2m} T_L, \quad F(\text{St}_E) = \frac{\text{St}_E}{1 + \text{St}_E} - \frac{0,9m\text{St}_E^2}{(1 + \text{St}_E)^2(2 + \text{St}_E)},$$

где T_E — эйлеров временной интегральный масштаб турбулентности, L — пространственный интегральный масштаб турбулентности.

Лагранжев интегральный временной масштаб принимается равным

$$T_L = \alpha \frac{k}{\varepsilon}, \quad \alpha = \text{const.}$$

Время динамической релаксации небольшой аэрозольной частицы определяется соотношением

$$\tau_p = \tau_{p0} \left\{ 1 + \text{Kn} \left[A_1 + A_2 \exp\left(-\frac{A_3}{\text{Kn}}\right) \right] \right\} \left(1 + 0,15 \text{Re}_p^{0,687} \right)^{-1}, \quad \tau_{p0} = \frac{\rho_p d_p^2}{18\rho_f \nu_f}, \quad (10)$$

где τ_{p0} — стоксово время релаксации частицы, d_p — диаметр частицы, ρ_p — плотность материала частиц, ρ_f — плотность жидкости, ν_f — коэффициент кинематической вязкости жидкости, $\text{Kn} \equiv 2l/d_p$ — число Кнудсена, $l \equiv 2\nu_f/u_t$ — длина свободного пробега молекул в жидкости, $u_t \equiv (8RT/\pi)^{1/2}$ — средняя скорость теплового движения молекул, R — газовая постоянная, T — температура. Значения постоянных в (10) согласно [22] равны: $A_1 = 1,20$, $A_2 = 0,41$, $A_3 = 0,88$. Число Рейнольдса обтекания частицы в (10) оценивается как

$$\text{Re}_p = \frac{d_p \left[|\mathbf{V}_r|^2 + 2(1 - 2f_u^m)k \right]^{1/2}}{\nu_f}, \quad f_u^m = \frac{f_u^l + 2f_u^n}{3}.$$

Коэффициент броуновской диффузии равен

$$D_B = \frac{k_B T}{3\pi\rho_f \nu_f d_p} \left\{ 1 + \text{Kn} \left[A_1 + A_2 \exp\left(-\frac{A_3}{\text{Kn}}\right) \right] \right\},$$

где k_B — постоянная Больцмана.

В заключение параграфа представим относительную скорость V_r и уравнение для концентрации частиц (7) в квазиизотропном приближении, соответствующим осреднению по разным направлениям:

$$V_{r i} = V_i - U_{p i} = \tau_p \left(F_i - \frac{DU_i}{Dt} \right) - \frac{1}{\Phi} \frac{\partial}{\partial x_i} \left[(D_B + q_u^m D_{Tp}^m) \Phi \right], \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{\partial U_i \Phi}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\tau_p \left(F_i - \frac{DU_i}{Dt} \right) \Phi \right] = \\ = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[(D_B + D_{Tp}^m) \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} \right] + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\Phi \frac{\partial q_u^m D_{Tp}^m}{\partial x_i} \right), \end{aligned} \quad (12)$$

$$D_{Tp}^m = \frac{D_T T_{Lp}^m}{T_L}, \quad D_T = \frac{\nu_T}{\text{Sc}_T}, \quad T_{Lp}^m = \frac{T_{Lp}^l + 2T_{Lp}^n}{3}, \quad q_u^m = \frac{q_u^l + 2q_u^n}{3}, \quad q_u^s = \frac{\tau_p f_u^s}{T_{Lp}^s},$$

где D_T — коэффициент турбулентной диффузии безынерционной примеси, ν_T — коэффициент турбулентной вязкости, Sc_T — турбулентное число Шмидта, q_u^l и q_u^n — коэффициенты турбулентной миграции в параллельном и перпендикулярном к вектору относительной скорости направлениях. В (12) по сравнению с (7) мы также пренебрегли изменением коэффициента броуновской диффузии в пространстве. Подход, основанный на решении уравнения (7) или (12), назван диффузионно-инерционной моделью (ДИМ).

Граничное условие для уравнения концентрации частиц

Решение уравнения (7) или (12) вплоть до стенки ($y = 0$) затруднено из-за резкого роста концентрации частиц при $y \rightarrow 0$ в результате турбофореза [16]. Кроме того, сами уравнения (7) и (12) перестают быть корректными в пристеночной области турбулентного потока, где вместо локально-равновесных соотношений (5) для моделирования турбулентных напряжений дисперсной фазы нужно привлекать уравнение (4). Для того, чтобы избежать интегрирования уравнения концентрации до стенки, применяется метод пристеночных функций [23], получивший широкое распространение для расчета однофазных течений при больших числах Рейнольдса. В соответствии с методом пристеночных функций в качестве граничного условия на стенке используется соотношение, связывающее поток осаждающихся на стенку частиц J_w с концентрацией частиц в пристеночной области Φ_1 :

$$J_w = \frac{1-\chi}{1+\chi} (\gamma V_{DT} + V_{CF}) \Phi_1, \quad (13)$$

$$V_{DT} = V_{DF} + V_{TR}, \quad V_{CF} = U_w + \tau_p \left(F_w - \frac{DU}{Dt} \Big|_w \right), \quad \gamma = \frac{\exp(-b^2/\pi)}{1 + \text{erf}(b/\pi^{1/2})}, \quad b = \frac{V_{CF}}{V_{DT}}.$$

Здесь V_{DT} определяет диффузионно-турбулентную составляющую скорости осаждения частиц, обусловленную диффузией V_{DF} и турбофорезом V_{TR} . Величина V_{CF} обозначает конвективно-силовую составляющую скорости осаждения, где U_w , F_w и $DU/Dt|_w$ — нормальные к стенке составляющие скорости жидкости, ускорения действующих на частицы массовых сил и ускорения жидкости в пристеночной области. Коэффициент отражения χ учитывает вероятность отскока и возвращения в поток столкнувшейся со стенкой частицы. В случае полной адсорбции частиц при их столкновении с поверхностью $\chi = 0$, а при отсутствии осаждения $\chi = 1$. Параметр b характеризует отношения конвективно-силовой и диффузионно-турбулентной составляющих скорости осаждения. При $b \rightarrow \infty$ ($\gamma \rightarrow 0$) осаждение определяется конвективно-силовым механизмом, а при $b \rightarrow -\infty$ ($\gamma \rightarrow -b$) скорость осаждения стремится к нулю, т. к. конвекция и массовые силы препятствуют осаждению частиц.

Граничное условие (13) получается в предположении, что ФПВ нормальной составляющей скорости частиц в пристеночной области подчиняется бинормальному распределению:

$$P(v_y < 0) = N \exp \left[-\frac{(v_y + V_{CF})^2}{2\sigma_y^2} \right], \quad P(v_y > 0) = \chi P(v_y < 0), \quad (14)$$

где из условия нормировки $\int_{-\infty}^{\infty} P dv_y = \Phi_1$ следует

$$N = \left(\frac{2}{\pi} \right)^{1/2} \frac{\Phi_1}{\sigma_y} \left\{ (1 + \chi) \left[1 + \operatorname{erf} \left(\frac{V_{CF}}{2^{1/2} \sigma_y} \right) \right] \right\}^{-1}.$$

Согласно (14), падающий на стенку J_{inc} и отраженный от стенки J_{ref} потоки частиц равны:

$$J_{inc} = - \int_{-\infty}^0 v_y P dv_y = \frac{\Phi_1}{1 + \chi} \left[\left(\frac{2}{\pi} \right)^{1/2} \gamma \sigma_y + V_{CF} \right], \quad (15)$$

$$J_{ref} = \int_0^{\infty} v_y P dv_y = \frac{\chi \Phi_1}{1 + \chi} \left[\left(\frac{2}{\pi} \right)^{1/2} \gamma \sigma_y + V_{CF} \right],$$

где

$$\gamma = \frac{\exp(-V_{CF}^2/2\sigma_y^2)}{1 + \operatorname{erf}(V_{CF}/2^{1/2}\sigma_y)}.$$

Из (15) получается выражение для потока осаждающихся на стенку частиц

$$J_w = J_{inc} - J_{ref} = \frac{1 - \chi}{1 + \chi} \left[\left(\frac{2}{\pi} \right)^{1/2} \gamma \sigma_y + V_{CF} \right] \Phi_1. \quad (16)$$

Поскольку $J_w = V_{DT} \Phi_1$ при $\chi = V_{CF} = 0$, то из (15) следует $\sigma_y = (\pi/2)^{1/2} V_{DT}$ и получается (13).

Диффузионная составляющая скорости осаждения получается в результате асимптотического решения уравнения диффузии для закона четвертой степени роста коэффициента турбулентной диффузии в вязком подслое при больших числах Шмидта [24]

$$V_{DF} = \frac{0,115 u_*}{Sc_B^{3/4}}, \quad (17)$$

где u_* — скорость трения, $Sc_B \equiv D_B/v_f$ — число Шмидта.

Турбофорезная составляющая скорости осаждения получена в результате аппроксимации численного решения системы уравнений на уровне вторых моментов (2)–(4) в пристеночной области

$$V_{TR} = \frac{2 \cdot 10^{-4} \tau_+^{2,5} u_*}{(1 + 10^{-3} \tau_+^{2,5}) \max[0,8, \min(1,32 - 0,27 \ln \tau_+, 1)]}. \quad (18)$$

Граничное условие (13) с учетом (17) и (18) справедливо для малоинерционных частиц ($\tau_+ \equiv \tau_p u_*^2/v_f \leq 100$) при расположении первого узла расчетной сетки вне области вязкого подслоя ($y_+ \equiv y u_*/v_f \geq 30$).

Уравнения для несущей фазы

При небольшой объемной концентрации дисперсной фазы ($\Phi \ll 1$) ее влиянием на уравнение неразрывности несущей сплошной фазы можно пренебречь и для несжимаемой жидкости имеем

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0. \quad (19)$$

Уравнение сохранения количества движения сплошной фазы записывается как:

$$\frac{DU_i}{Dt} = -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(v_f \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \langle u'_i u'_j \rangle \right) + A_i, \quad (20)$$

$$A_i = \frac{\rho_p}{\rho_f \tau_p} \int \langle (v_i - u_i) p \rangle d\mathbf{v} = \frac{M}{\tau_p} (V_i - U_{pi}) = \frac{M V_{ri}}{\tau_p},$$

где P — осредненное давление, $M \equiv \rho_p \Phi / \rho_f$ — массовая концентрация дисперсной фазы, а величина A_i характеризует обратное влияние частиц на количество движения жидкости и определяется в соответствии с (11).

Уравнение для рейнольдсовых напряжений жидкости имеет вид:

$$K_{ij} - \mathfrak{D}_{ij} - \Pi_{ij} - \pi_{ij} + \varepsilon_{ij} - A_{ij} = 0, \quad (21)$$

$$K_{ij} = \frac{D \langle u'_i u'_j \rangle}{Dt}, \quad \mathfrak{D}_{ij} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left(v_f \frac{\partial \langle u'_i u'_j \rangle}{\partial x_k} - \langle u'_i u'_j u'_k \rangle - \frac{\langle u'_i p \rangle \delta_{jk} + \langle u'_j p \rangle \delta_{ik}}{\rho_f} \right),$$

$$\Pi_{ij} = -\langle u'_i u'_k \rangle \frac{\partial U_j}{\partial x_k} - \langle u'_j u'_k \rangle \frac{\partial U_i}{\partial x_k}, \quad \pi_{ij} = \left\langle p' \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right) \right\rangle, \quad \varepsilon_{ij} = 2v_f \left\langle \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \frac{\partial u'_j}{\partial x_k} \right\rangle,$$

$$\begin{aligned}
A_{ij} &= \frac{\rho_p}{\rho \tau_p} \int \left[\langle (v_i - u_i) u'_j p \rangle + \langle (v_j - u_j) u'_i p \rangle \right] d\mathbf{v} = \\
&= \frac{\rho_p}{\rho \tau_p} \int \left[(v_i - U_{pi}) \langle u'_j p \rangle + (v_j - U_{pj}) \langle u'_i p \rangle - 2 \langle u'_i u'_j \rangle P \right] d\mathbf{v} = \\
&= -K_{p\ ij} + \mathfrak{D}_{p\ ij} + \Pi_{p\ ij} - \varepsilon_{p\ ij} - G_{p\ ij}, \tag{22}
\end{aligned}$$

$$K_{p\ ij} = \frac{M}{2} \left(\frac{D \langle u'_i u'_k \rangle}{Dt} f_{u1\ kj} + \frac{D \langle u'_j u'_k \rangle}{Dt} f_{u1\ ki} \right),$$

$$\mathfrak{D}_{p\ ij} = -\frac{M}{2} \left(\frac{\partial \langle u'_i u'_k u'_n \rangle_p}{\partial x_n} f_{u1\ kj} + \frac{\partial \langle u'_j u'_k u'_n \rangle_p}{\partial x_n} f_{u1\ ki} \right),$$

$$\Pi_{p\ ij} = -M \left(\langle u'_i u'_k \rangle f_{u1\ kn} \frac{\partial U_j}{\partial x_n} + \langle u'_j u'_k \rangle f_{u1\ kn} \frac{\partial U_i}{\partial x_n} \right),$$

$$\varepsilon_{p\ ij} = \frac{M}{\tau_p} \left(2 \langle u'_i u'_j \rangle - \langle u'_i u'_k \rangle f_{u\ kj} + \langle u'_j u'_k \rangle f_{u\ ki} \right),$$

$$G_{p\ ij} = \frac{\rho_p}{\rho_f} \left(V_{ri} \langle u'_j u'_k \rangle g_{u\ kn} \frac{\partial \Phi}{\partial x_n} + V_{rj} \langle u'_i u'_k \rangle g_{u\ kn} \frac{\partial \Phi}{\partial x_n} \right).$$

Члены в уравнении (21) описывают соответственно конвекцию, диффузию, порождение турбулентных напряжений из осредненного движения за счет градиентов скорости, перераспределение между различными компонентами рейнольдсовых напряжений благодаря пульсациям давления, диссипацию и обратное влияние частиц. Слагаемые в правой части (22) могут быть интерпретированы как обусловленные присутствием частиц в потоке дополнительные конвекция, диффузия, порождение, диссипация и эффект неоднородности распределения частиц в пространстве.

Уравнение (21) с учетом (22) может быть представлено в виде:

$$K_{m\ ij} - \mathfrak{D}_{m\ ij} - \Pi_{m\ ij} - \pi_{ij} + \varepsilon_{m\ ij} + G_{p\ ij} = 0, \tag{23}$$

$$K_{m\ ij} = K_{ij} + K_{p\ ij}, \quad \mathfrak{D}_{m\ ij} = \mathfrak{D}_{ij} + \mathfrak{D}_{p\ ij}, \quad \Pi_{m\ ij} = \Pi_{ij} + \Pi_{p\ ij}, \quad \varepsilon_{m\ ij} = \varepsilon_{ij} + \varepsilon_{p\ ij},$$

где $K_{m\ ij}$, $\mathfrak{D}_{m\ ij}$, $\Pi_{m\ ij}$, $\varepsilon_{m\ ij}$ обозначают соответственно конвекцию, диффузию, порождение и диссипацию турбулентных напряжений двухфазного потока.

Из (21) следует уравнение баланса турбулентной энергии жидкости:

$$K - \mathfrak{D} - \Pi + \varepsilon - A_k = 0, \tag{24}$$

$$K = \frac{Dk}{Dt}, \quad \mathfrak{D} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(v_f \frac{\partial k}{\partial x_i} - \frac{\langle u'_i u'_j u'_i \rangle}{2} - \frac{\langle u'_i p \rangle}{\rho_f} \right),$$

$$\Pi = -\langle u'_i u'_j \rangle \frac{\partial U_i}{\partial x_j}, \quad \varepsilon = v_f \left\langle \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \right\rangle,$$

$$A_k = -K_p + \mathfrak{D}_p + \Pi_p - \varepsilon_p - G_p, \tag{25}$$

где в квазиизотропном приближении отдельные члены, характеризующие обратное влияние частиц на турбулентность в выражении (25), имеют вид:

$$K_p = Mf_{u1}^m \frac{Dk}{Dt}, \quad \mathfrak{D}_p = -\frac{Mf_{u1}^m}{2} \frac{\partial \langle u'_i u'_j u'_j \rangle_p}{\partial x_i}, \quad \Pi_p = -Mf_{u1}^m \langle u'_i u'_j \rangle \frac{\partial U_i}{\partial x_j}, \quad (26)$$

$$\varepsilon_p = \frac{2M}{\tau_p} (1 - f_u^m) k, \quad G_p = \frac{2\rho_p g_u^m k}{3\rho_f} V_{ri} \frac{\partial \Phi}{\partial x_i},$$

где

$$f_u^m = \frac{f_u^l + 2f_u^n}{3}, \quad f_{u1}^m = \frac{f_{u1}^l + 2f_{u1}^n}{3}, \quad g_u^m = \frac{g_u^l + 2g_u^n}{3}.$$

Уравнение (24) с учетом (25) может быть представлено в виде:

$$K_m - \mathfrak{D}_m - \Pi_m + \varepsilon_m + G_p = 0, \quad (27)$$

$$K_m = K + K_p, \quad \mathfrak{D}_m = \mathfrak{D} + \mathfrak{D}_p, \quad \Pi_m = \Pi + \Pi_p, \quad \varepsilon_m = \varepsilon + \varepsilon_p.$$

Далее в диффузионном члене пренебрежем вкладом молекулярного переноса и пульсациями давления, т. е. положим

$$\mathfrak{D} = -\frac{1}{2} \frac{\partial \langle u'_i u'_j u'_j \rangle}{\partial x_i}. \quad (28)$$

В пределе безынерционных частиц (микрочастиц) из (26) с учетом (28) следуют асимптотические соотношения:

$$\lim_{\tau_p \rightarrow 0} K_p = -MK, \quad \lim_{\tau_p \rightarrow 0} \mathfrak{D}_p = -M\mathfrak{D}, \quad \lim_{\tau_p \rightarrow 0} \Pi_p = -M\Pi, \quad \lim_{\tau_p \rightarrow 0} \varepsilon_p = \lim_{\tau_p \rightarrow 0} G_p = 0.$$

Итак, в безынерционном пределе получаем

$$\lim_{\tau_p \rightarrow 0} A_k = -M(K - \mathfrak{D} - \Pi). \quad (29)$$

Подстановка (29) в (24) дает, что при наличии в потоке микрочастиц уравнение баланса турбулентной энергии переходит в

$$K - \mathfrak{D} - \Pi + \frac{\varepsilon}{1+M} = 0. \quad (30)$$

Физический смысл уравнения (30) заключается в том, что микрочастицы дают вклад в конвекцию, диффузию и порождение турбулентной энергии за счет увеличения эффективной плотности потока в $(1+M)$ раз, однако не влияют на диссипацию, обусловленную вязкостью. Полученный результат согласуется с выводами работ [25–28].

Моделирование сложных трехмерных течений на основе системы дифференциальных уравнений для всех компонент турбулентных напряжений приводит к большим затратам времени даже при использовании самых быстродействующих компьютеров. Поэтому для расчета однофазных течений широкое распространение получили так называемые алгебраические модели рейнольдсовых напряжений, использующие дифференциальное уравнение только для турбулентной энергии. Аналогичный подход целесообразно применить и для моделирования двухфазных турбулентных течений. Для этого нужно получить алгебраическое соотношение

для $\langle u'_i u'_j \rangle$, учитывающее присутствие частиц. С этой целью, следуя известной в теории однофазных турбулентных течений аппроксимации [29], выразим члены в уравнении (23), описывающие конвекцию, диффузию и эффект неоднородности распределения частиц в пространстве, через соответствующие члены в уравнении баланса турбулентной энергии (27)

$$K_{mij} - \mathcal{D}_{mij} + G_{pij} = \frac{\langle u'_i u'_j \rangle}{k} (K_m - \mathcal{D}_m + G_p). \quad (31)$$

Корреляцию пульсаций давления и скоростей деформации аппроксимируем при помощи соотношения [30, 31]

$$\pi_{ij} = -C_1 \varepsilon_m \left(\frac{\langle u'_i u'_j \rangle}{k} - \frac{2\delta_{ij}}{3} \right) - C_2 \left(\Pi_{mij} - \frac{2\Pi_m \delta_{ij}}{3} \right), \quad (32)$$

где вместо диссипации ε и порождения Π_{ij} турбулентности в однофазной среде введены соответствующие величины для двухфазного потока ε_m и Π_{mij} , а C_1 и C_2 — постоянные.

Для диссипации турбулентной энергии вводится изотропное представление

$$\varepsilon_{mij} = \frac{2\varepsilon_m \delta_{ij}}{3}. \quad (33)$$

Тогда с учетом аппроксимаций (31)–(33) из уравнений (23) и (27) следует

$$\langle u'_i u'_j \rangle = \frac{2k\delta_{ij}}{3} + \frac{(1-C_2)k(\Pi_{mij} - 2\Pi_m \delta_{ij}/3)}{(C_1-1)\varepsilon_m + \Pi_m}. \quad (34)$$

Выражение (34) представляет собой неявную алгебраическую модель для определения турбулентных напряжений, т. к. $\langle u'_i u'_j \rangle$ входит как в левую, так и в правую части уравнения. С вычислительной точки зрения существенным преимуществом по отношению к неявным обладают явные алгебраические модели, непосредственно связывающие турбулентные напряжения с градиентами осредненной скорости. Для явного выражения $\langle u'_i u'_j \rangle$ применим итерационную процедуру, используя для Π_{ij} в правой части (34) изотропное приближение

$$\Pi_{ij} = -\frac{2k}{3}(U_{i,j} + U_{j,i}), \quad \Pi = -\frac{2k}{3}U_{i,i}. \quad (35)$$

Подстановка (35) в (34) дает:

$$\langle u'_i u'_j \rangle = \frac{2k\delta_{ij}}{3} - v_T \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial U_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right), \quad (36)$$

$$v_T = \frac{C_\mu (1 + Mf_{u1}^m) k^2}{\varepsilon_m + (\Pi_m - \varepsilon_m)/C_1}, \quad C_\mu = \frac{2(1-C_2)}{3C_1},$$

$$\varepsilon_m = \varepsilon + \frac{2M}{\tau_p} (1 - f_u^m) k, \quad \Pi_m = (1 + Mf_{u1}^m) \Pi.$$

В отличие от коэффициента турбулентной вязкости в стандартной k - ε модели турбулентности $\nu_{T0} = C_\mu k^2 / \varepsilon$ выражение для ν_T в (36) описывает два дополнительных эффекта: наличие частиц в потоке и неравновесность турбулентности, выражающуюся в возможности учета неравенства между порождением и диссипацией турбулентности. При отсутствии частиц ($M = 0$, $\Pi_m = \Pi$, $\varepsilon_m = \varepsilon$) и в предположении равновесия между процессами порождения и диссипации ($\Pi = \varepsilon$) ν_T переходит в ν_{T0} .

В равновесном приближении ($\Pi_m = \varepsilon_m$), что допустимо, например, при описании турбулентности в пристеночной области, из (36) следует

$$\nu_T = \frac{C_\mu (1 + Mf_{ul}^m) k^2}{\varepsilon + \varepsilon_p}.$$

Уравнение баланса турбулентной энергии (27) представляется в виде

$$(1 + Mf_{ul}) \frac{Dk}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left\{ \left[v_f + (1 + Mf_{ul}) \frac{\nu_T}{\sigma_k} \right] \frac{\partial k}{\partial x_i} \right\} + (1 + Mf_{ul}) \Pi - (\varepsilon + \varepsilon_p + G_p). \quad (37)$$

Уравнение баланса диссипации турбулентной энергии аналогично (37) представляется в виде

$$(1 + Mf_{ul}) \frac{D\varepsilon}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left\{ \left[v_f + (1 + Mf_{ul}) \frac{\nu_T}{\sigma_\varepsilon} \right] \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right\} + \frac{\varepsilon}{k} \left[C_{\varepsilon 1} (1 + Mf_{ul}) \Pi - C_{\varepsilon 2} (\varepsilon + \varepsilon_p + G_p) \right]. \quad (38)$$

Постоянные в уравнениях (36)–(38) имеют стандартные значения: $C_\mu = 0,09$, $\sigma_k = 1,0$, $\sigma_\varepsilon = 1,3$, $C_{\varepsilon 1} = 1,44$, $C_{\varepsilon 2} = 1,92$. Кроме того, $C_1 = 1,1$, $Sc_T = 0,9$ и $\alpha = C_\mu^{1/2} = 0,3$. Постоянная C_2 непосредственно не входит в модель турбулентности ($C_1 = 0,85$ при заданных значениях C_μ и C_1).

РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Диффузионно-инерционная модель, включающая уравнение для концентрации (12) с граничным условием (13), имплантирована в вычислительный гидродинамический код (Computational Fluid Dynamics, CFD), предназначенный для расчета различных однофазных и двухфазных трехмерных течений. Характеристики сплошной фазы моделируются на основе уравнений (19), (20) и (36)–(38). Модель использована для расчета процесса осаждения аэрозольных частиц в вертикальной прямой трубе и в трубе с изгибом на 90° . Рассматривается случай полной адсорбции частиц поверхностью, то есть в граничном условии (13) принимается $\chi = 0$.

Осаждение частиц в прямой трубе

Вначале рассмотрим осаждение частиц в вертикальной трубе, когда сила тяжести не оказывает прямого воздействия на процесс осаждения. Интенсивность осаждения частиц из турбулентного потока принято характеризовать зависимостью коэффициента осаждения $j_+ \equiv J_w / \Phi_m u_*$ от безразмерного времени релакса-

ции τ_+ , где Φ_m — среднemasсовая концентрация частиц в рассматриваемом сечении трубы. В соответствии с доминирующим механизмом осаждения, определяющим зависимость j_+ от τ_+ , весь диапазон изменения инерционности частиц может быть условно подразделен на три характерные области: диффузионную ($\tau_+ < 1$), турбофорезную ($1 \leq \tau_+ \leq 100$) и инерционную ($\tau_+ > 100$).

Процесс осаждения в диффузионной области управляется, главным образом, броуновской и турбулентной диффузией. Кроме того, существенную роль могут играть некоторые силы, определяющие перенос субмикронных частиц (например, сила термофореза в неизотермическом течении). При определяющей роли диффузионного механизма j_+ монотонно снижается с ростом τ_+ , что связано с уменьшением значения коэффициента броуновской диффузии при увеличении размера частиц.

Основным механизмом осаждения частиц в турбофорезной области является их турбулентная миграция из ядра течения с высоким уровнем турбулентных пульсаций скорости в зону вязкого подслоя у стенки. Для этой области инерционности частиц характерна резко растущая зависимость j_+ от τ_+ . В [32, 33] впервые расчетным путем установлена тенденция осаждающихся частиц накапливаться под действием турбофореза в области вязкого подслоя; этот эффект впоследствии был воспроизведен во многих работах. В данном диапазоне изменения τ_+ при не очень большом отношении плотностей дисперсной и сплошной фаз ρ_p/ρ_f некоторое влияние на интенсивность осаждения может оказывать подъемная сила, обусловленная сдвигом скорости. Благодаря подъемной силе имеет место небольшое различие между интенсивностями осаждения частиц при опускном и восходящем направлениях движения, в результате чего коэффициент осаждения при опускном движении оказывается большим, чем при восходящем [34]. Однако учет силы Сэффмена в ее классическом виде [35, 36] применительно к обычно реализуемым в турбулентных потоках условиям оказывается не совсем корректным [37, 38]. Уточнение подъемной силы, выполненное в [39, 40], показывает, что ее эффект на осаждение частиц оказывается не таким значительным, как при использовании классической формулы Сэффмена.

Высокоинерционные частицы ($\tau_+ > 100$) слабо вовлекаются в турбулентное движение несущей жидкости, что приводит к уменьшению коэффициента осаждения j_+ в вертикальном канале с ростом τ_+ . Однако интенсивность осаждения высокоинерционных частиц определяется не только характеристиками пристеночной турбулентности, но и зависит в существенной степени от внешних параметров течения, в частности, от числа Рейнольдса, построенного по гидравлическому диаметру канала. Кроме того, значительное влияние на осаждение высокоинерционных частиц в вертикальном канале может оказывать сила тяжести, действие которой проявляется, главным образом, через эффект пересечения траекторий.

На рис. 1 представлены результаты расчета коэффициента осаждения в круглой трубе для условий, соответствующих экспериментам [41]. С целью сфокусировать внимание на механизмах осаждения, обусловленных исключительно взаимодействием частиц с турбулентными вихрями, расчеты проведены без учета силы тяжести и подъемной силы, когда $F_w = 0$ в граничном условии (13). На рис. 1 представлены также результаты DNS [32, 42, 43] и LES [38] для коэффициента осаждения в плоском канале и круглой трубе. Отметим, что в диффузионной и турбофорезной областях процесс осаждения слабо зависит от формы канала и, следовательно, коэффициенты осаждения в круглой трубе и плоском канале прак-

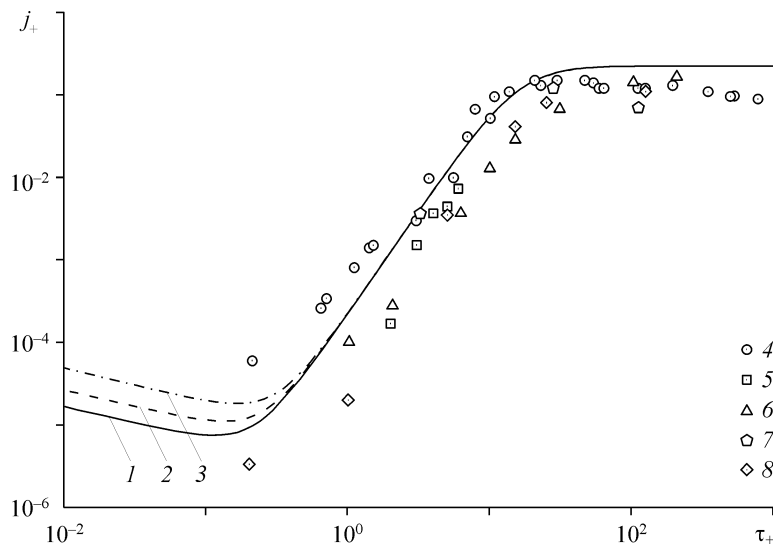


Рис. 1. Коэффициент осаждения в вертикальной трубе: ДИМ (1–3), $Re = 10000$ (1), 20000 (2), 50000 (3); эксперимент [41] (4), DNS [32] (5), LES [38] (6), DNS [42] (7), DNS [43] (8).

тически не отличаются. Как видно из рис. 1, предсказываемая ДИМ зависимость $j_+(\tau_+)$ воспроизводит характерные особенности экспериментов и прямых численных расчетов при $\tau_+ < 100$. Для высокоинерционных частиц наблюдается систематическое отклонение от экспериментов, поскольку модель не предсказывает уменьшение j_+ с ростом τ_+ . Следовательно, ДИМ можно использовать для расчета процесса осаждения в диффузионном и турбофорезном диапазонах изменения инерционности частиц.

Осаждение частиц в трубе с изгибом

Перейдем к рассмотрению осаждения аэрозольных частиц в цилиндрической трубе с изгибом в 90° (гибе). Гидродинамическая структура такого течения характеризуется числами Рейнольдса $Re \equiv DU_m/\nu_f$ и Дина $De \equiv Re/R_0^{1/2}$, где D — диаметр трубы, U_m — среднемассовая скорость потока, $R_0 \equiv 2R_b/D$ — параметр кривизны, R_b — радиус кривизны изгиба. При больших числах Дина течение в гيبة определяется действием центробежной силы, что приводит к кардинальному отличию от картины течения в прямой трубе. На рис. 2 и 3 показаны, соответственно, линии основного потока вдоль средней плоскости гيبة и линии тока вторичного течения в поперечном сечении гيبة, отклоненном на 90° от входного направления. Основные особенности течения в гيبة заключаются в отделении потока

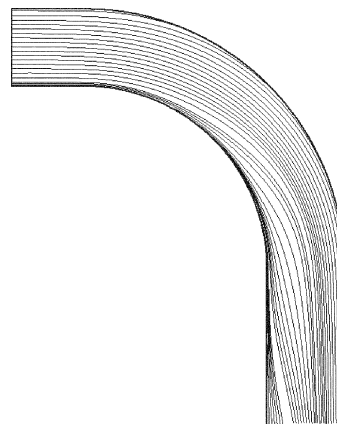


Рис. 2. Линии тока вдоль средней плоскости гيبة при $Re = 10000$ и $De = 4225$.

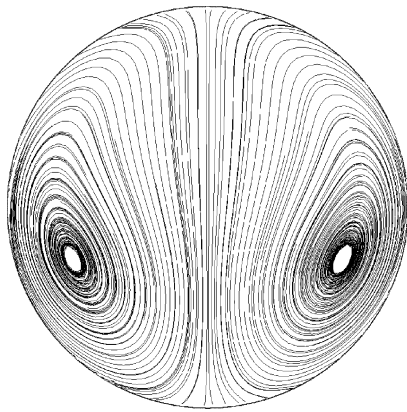


Рис. 3. Линии тока вторичного течения в поперечном сечениигиба, отклоненном на 90° от входного направления, при $Re = 10000$ и $De = 4225$.

от внутренней стенки, смещении его к внешней стенке и образовании вторичного течения, перпендикулярного основному потоку, в виде двух вращающихся навстречу вихрей.

Процесс осаждения частиц будем характеризовать двумя величинами: коэффициентом проникания $\xi \equiv G_{\text{outlet}}/G_{\text{inlet}}$,

равным отношению массовых расходов дисперсной фазы в выходном и входном сеченияхгиба, и эффективностью осаждения $\eta \equiv 1 - \xi$. На рис. 4 представлены результаты расчета эффективности осаждения вгиба для условий, соответствующих экспериментам [44] ($Re = 10000$, $De = 4225$, $R_0 = 5,6$, $\rho_p/\rho_f = 755$). Инерционность частиц характеризуется числом Стокса $St \equiv 2\tau_p U_m/D$. В рассматриваемых условиях перенос и осаждение частиц обусловлены одновременным действием диффузии, турбофореза, гравитации и центробежной силы, однако доминирующим механизмом оказывается центробежный вследствие поворота потока и образования вторичного течения. Как видно на рис. 4, предсказываемая моделью зависимость эффективности осаждения от числа Стокса хорошо согласуется с экспериментальными данными [44] и результатами расчета на основе LES [45, 46].

Сравнение результатов расчета коэффициента проникания при $Re = 10000$ с экспериментальными данными работы [47] при разных значениях параметра кривизны показывает рис. 5. Очевидно, что с уменьшением параметра кривизны

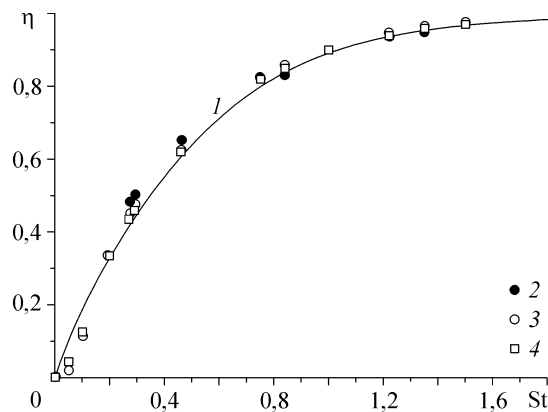


Рис. 4. Влияние числа Стокса на эффективность осаждения частиц вгиба: ДИМ (1), эксперимент [44] (2), LES [45] (3), LES [46] (4).

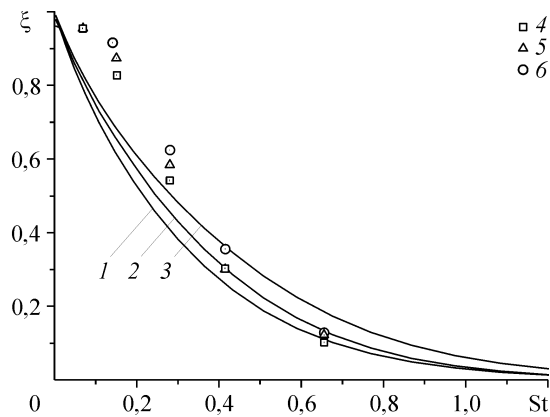


Рис. 5. Влияние числа Стокса и параметра кривизны на коэффициент проникания: ДИМ (1–3), эксперимент [47] (4–6), $R_0 = 4$ (1, 4), 10 (2, 5), 20 (3, 6).

центробежный эффект возрастает. Из рис. 5 следует, что ДИМ воспроизводит снижение ξ как с ростом инерционности частиц, так и с уменьшением кривизныгиба. Некоторое отличие от экспериментальных данных наблюдается при малых значениях числа Стокса, где ДИМ несколько недооценивает коэффициент проникания, а следовательно, переоценивает интенсивность осаждения.

Рис. 6 представляет результаты моделирования эффективности осаждения при $Re = 203000$ и $R_0 = 5$ в сопоставлении с экспериментальными данными [48], которые получены, в отличие от [44, 47], при больших числах Рейнольдса, характерных для промышленных приложений. Учитывая относительно большую погрешность экспериментов для небольших частиц, рис. 6 свидетельствует, что модель адекватно описывает влияние размера частиц на процесс осаждения при больших числах Рейнольдса.

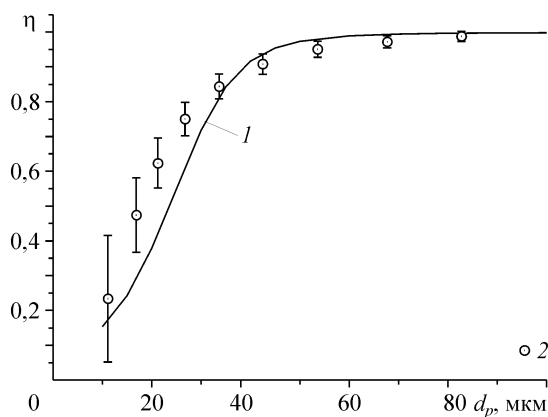


Рис. 6. Влияние размера частиц на эффективность осаждения в гйбе при больших числах Рейнольдса: ДИМ (1), эксперимент [48] (2).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Статья посвящена развитию и применению диффузионно-инерционной модели для расчета распространения и осаждения аэрозольных частиц в турбулентных потоках. Модель вытекает из кинетического уравнения для ФПВ скорости частиц, время релаксации которых не превышает интегральный временной масштаб турбулентности. Отличительная особенность ДИМ состоит в выражении скорости частиц в виде разложения через характеристики несущей жидкости с использованием времени релаксации частицы в качестве малого параметра. Таким образом, задача моделирования распределения мелкодисперсных частиц сводится к решению одного дифференциального уравнения для концентрации дисперсной фазы. В результате имеет место кардинальное уменьшение времени вычислений по сравнению с расчетами в полной двухжидкостной постановке, поскольку не требуется решать уравнения количества движения для дисперсной фазы. По сравнению с обычным уравнением диффузии диффузионно-инерционная модель учитывает ряд инерционных механизмов переноса мелкодисперсной примеси: 1) действие массовых сил, 2) транспорт частиц из-за отклонения траекторий частиц от линий тока жидкости при их искривлении и из-за нестационарности потока, 3) турбулентную миграцию частиц из области с высокой степенью турбулентности в область с низким уровнем пульсаций скорости (турбофорез) и 4) влияние эффектов инерционности и пересечения траекторий на коэффициент турбулентной диффузии частиц. Сравнение с экспериментальными и численными результатами свидетельствует, что ДИМ адекватно описывает все характерные особенности процесса осаждения аэрозольных частиц в прямых и изогнутых трубах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Pakhomov M.A., Protasov M.V., Terekhov V.I., Varaksin A.Yu. Experimental and numerical investigation of downward gas-dispersed turbulent pipe flow // *Inter. J. Heat and Mass Transfer*. 2007. Vol. 50, № 11–12. P. 2107–2116.
2. Пахомов М.А., Терехов В.И. Влияние испаряющихся капель на структуру турбулентной двухфазной загопленной струи // *Изв. РАН. Механика жидкости и газа*. 2009. № 3. С. 102–113.
3. Goryachev V.D., Zaichik L.I. A diffusion-inertia model for simulation of two-phase turbulent reacting flows // *The Second Inter. Symposium on Turbulence, Heat and Mass Transfer*. Delft, The Netherlands, 1997. P. 791–800.
4. Zaichik L.I., Goryachev V.D. Application of a diffusion–inertia model for three-dimensional numerical simulation of solid fuel combustion in furnace chambers // *The Eleventh Inter. Heat Transfer Conference*. Kyongju, Korea, 1998. P. 355–369.
5. Zaichik L.I., Soloviev S.L., Skibin A.P., Alipchenkov V.M. A diffusion–inertia model for predicting dispersion of low-inertia particles in turbulent flows // *The Fifth Inter. Conference on Multiphase Flow*. Yokohama, Japan, 2004. Paper № 220.
6. Зайчик Л.И. Моделирование движения частиц в неоднородном турбулентном потоке на основе уравнения для функции плотности вероятности // *Прикладная математика и механика*. 1997. Т. 61, № 1. С. 132–138.
7. Zaichik L.I. A statistical model of particle transport and heat transfer in turbulent shear flow // *Physics Fluids*. 1999. Vol. 11, № 6. P. 1521–1534.
8. Zaichik L.I., Oesterlé B., Alipchenkov V.M. On the probability density function model for the transport of particles in anisotropic turbulent flow // *Physics Fluids*. 2004. Vol. 16, № 6. P. 1956–1964.
9. Nerisson P., Ricciardi L., Simonin O. et al. Modelling aerosol transport and deposition in a ventilated room // *The Sixth Inter. Conference on Multiphase Flow*. Leipzig, Germany, 2007. P. 1–11.
10. Demenkov A.G., Ilyushin B.B., Sikovsky D.Ph., Strizhov V.F., Zaichik L.I. Development of the diffusion-inertia model of particle deposition in turbulent flows // *J. Engng. Thermophysics*. 2009. Vol. 18, № 1. P. 39–48.

11. **Druzhinin O.A.** On the two-way interaction in two-dimensional particle-laden flows: the accumulation of particles and flow modification // *J. Fluid Mech.* 1995. Vol. 297. P. 49–76.
12. **Ferry J., Balachandar S.** A fast Eulerian method for disperse two-phase flow // *Inter. J. Multiphase Flow.* 2001. Vol. 27. P. 1199–1226.
13. **Rani S.L., Balachandar S.** Evaluation of the equilibrium Eulerian approach for the evolution of particle concentration in isotropic turbulence // *Inter. J. Multiphase Flow.* 2003. Vol. 29. P. 1793–1816.
14. **Shotorban B., Balachandar S.** Particle concentration in homogeneous shear turbulence via Lagrangian and equilibrium Eulerian approaches // *Phys. Fluids.* 2006. Vol. 18, № 065105-1-065105-1-13.
15. **Zaichik L.I., Simonin O., Alipchenkov V.M.** An Eulerian approach for large eddy simulation of particle transport in turbulent flows // *J. of Turbulence.* 2009. Vol. 10, № 4. P. 1–21.
16. **Зайчик Л.И., Алипченков В.М.** Статистические модели движения частиц в турбулентной жидкости. М.: Физматлит, 2007. 312 с.
17. **Simonin O.** Second-moment prediction of dispersed-phase turbulence in particle-laden flows // *The Eighth Symposium on Turbulent Shear Flows.* Munich, Germany, 1991. P. 7-4-1–7-4-6.
18. **Csanady G.T.** Turbulent diffusion of heavy particles in the atmosphere // *J. Atmosph. Sci.* 1963. Vol. 20, No. 3. P. 201–208.
19. **Sawford B.L.** Reynolds number effects in Lagrangian stochastic models of turbulent dispersion // *Phys. Fluids A.* 1991. Vol. 3. P. 1577–1586.
20. **Cho W.C., Chung M.K., Kim K., Sung H.J.** Tensorial time scale in turbulent gradient transport of Reynolds stresses // *Phys. Fluids.* 2005. Vol. 17, No. 071701-1-71701-3.
21. **Oesterlé B., Zaichik L.I.** Time scales for predicting dispersion of arbitrary-density particles in isotropic turbulence // *Inter. J. Multiphase Flow.* 2006. Vol. 32. P. 838–849.
22. **Talbot L., Cheng R.K., Schefer R.W., Willis D.R.** Thermophoresis of particles in a heated boundary layer // *J. Fluid Mech.* 1980. Vol. 101. P. 737–758.
23. **Launder B.E., Spalding D.B.** The numerical computation of turbulent flows // *Comput. Meth. Appl. Mech. Engng.* 1974. Vol. 3, No. 1. P. 269–289.
24. **Кутателадзе С.С.** Пристенная турбулентность. Новосибирск: Наука, 1973. 228 с.
25. **Druzhinin O.A., Eldhobashi S.** On the decay rate of isotropic turbulence laden with microparticles // *Phys. Fluids.* 1999. Vol. 11, No. 3. P. 602–610.
26. **Druzhinin O.A.** The influence of particle inertia on the two-way coupling and modification of isotropic turbulence by microparticles // *Phys. Fluids.* 2001. Vol. 13, No. 12. P. 3738.
27. **Ferrante A., Eldhobashi S.** On the physical mechanisms of two-way coupling in particle-laden isotropic turbulence // *Phys. Fluids.* 2003. Vol. 15, No. 2. P. 315–329.
28. **Ahmed A.M., Eldhobashi S.** On the mechanisms of modifying the structure of turbulent homogeneous shear flows by dispersed particles // *Phys. Fluids.* 2000. Vol. 12, No. 11. P. 2906–2930.
29. **Rodi W.** A new algebraic relation for calculating the Reynolds stresses // *ZAMM.* 1976. Vol. 56. P. T219–T221.
30. **Rotta J.C.** Statistische Theorie Nichthomogener Turbulenz // *Zeitschrift fur Physik.* 1951. Vol. 129, No. 5. P. 547–572.
31. **Launder B.E., Reece G.J., Rodi W.** Progress in the development of a Reynolds stress turbulence closure // *J. Fluid Mech.* 1975. Vol. 68. P. 537–566.
32. **McLaughlin J.B.** Aerosol particle deposition in numerically simulated channel flow // *Phys. Fluids A.* 1989. Vol. 1, No. 7. P. 1211–1224.
33. **Kallio G.A., Reeks M.W.** A numerical simulation of particle deposition in turbulent boundary layer // *Inter. J. Multiphase Flow.* 1989. Vol. 15, No. 3. P. 433–446.
34. **Zhang H., Ahmadi G.** Aerosol particle transport and deposition in vertical and horizontal turbulent duct flows // *J. Fluid Mech.* 2000. Vol. 406. P. 55–80.
35. **Saffman P.G.** The lift on a small sphere in a slow shear flow // *J. Fluid Mech.* 1965. Vol. 22. P. 385–400.
36. **Saffman P.G.** Corrigendum to “The lift on a small sphere in a slow shear flow” // *J. Fluid Mech.* 1968. Vol. 31. P. 624.
37. **Chen M., McLaughlin J.B.** A new correlation for the aerosol deposition rate in vertical ducts // *J. Colloid and Interface Sci.* 1995. Vol. 169. P. 437–455.
38. **Wang Q., Squires K.D., Chen M., McLaughlin J.B.** On the role of the lift force in turbulence simulations of particle deposition // *Inter. J. Multiphase Flow.* 1997. Vol. 23. P. 749–763.
39. **McLaughlin J.B.** Inertial migration of a small sphere in linear shear flows // *J. Fluid Mech.* 1991. Vol. 224. P. 261–274.

40. **McLaughlin J.B.** The lift on a small sphere in wall-bounded linear shear flows // J. Fluid Mech. 1993. Vol. 246. P. 249–265.
41. **Liu B.Y.H., Agarwal J.K.** Experimental observation of aerosol deposition in turbulent flow // J. Aerosol Sci. 1974. Vol. 5. P. 145–155.
42. **Marchioli C., Giusti A., Salvetti M.V., Soldati A.** Direct numerical simulation of particle wall transfer in upward turbulent pipe flow // Inter. J. Multiphase Flow. 2003. Vol. 29. P. 1017–1038.
43. **Marchioli C., Picciotto M., Soldati A.** Influence of gravity and lift on particle velocity statistics and transfer rates in turbulent vertical channel flow // Inter. J. Multiphase Flow. 2007. Vol. 33. P. 227–251.
44. **Pui D.Y.H., Romay-Novas F., Liu B.Y.H.** Experimental study of particle deposition in bends of circular cross-section // Aerosol Sci. and Technol. 1987. Vol. 7. P. 301–315.
45. **Breuer M., Baytekin H.T., Matida E.A.** Prediction of aerosol deposition in 90° bends using LES and an efficient Lagrangian tracking method // J. of Aerosol Science. 2006. Vol. 37. P. 1407–1428.
46. **Berrouk A.S., Laurence D.** Stochastic modelling of aerosol deposition for LES of 90° bend turbulent flow // Inter. J. Heat and Fluid Flow. 2008. Vol. 29. P. 1010–1028.
47. **McFarland A.R., Gong H., Muyschondt A., Wente W.B., Anand N.K.** Aerosol deposition in bends with turbulent flow // Environ. Sci. Technol. 1997. Vol. 31. P. 3371–3377.
48. **Peters T.M., Leith D.** Particle deposition in industrial duct bends // Ann. Occup. Hyg. 2004. Vol. 48, No. 5. P. 483–490.

Статья поступила в редакцию 5 мая 2009 г.