

УДК 532.5:519.6

ОЦЕНКА ВЫСОТ ВОЛН, ВЫЗВАННЫХ ПОДВОДНЫМ ОПОЛЗНЕМ В ОГРАНИЧЕННОМ ВОДОЕМЕ

Г. С. Хакимзянов, Н. Ю. Шокина

Институт вычислительных технологий СО РАН, 630090 Новосибирск

E-mails: khak@ict.nsc.ru, nina.shokina@ict.nsc.ru

Получено уравнение движения подводного оползня по неровному склону водоема под действием сил тяжести, плавучести, трения и сопротивления воды. В рамках нелинейной модели мелкой воды выполнено численное моделирование поверхностных волн, генерируемых при движении оползня по неровному дну. Исследовано влияние размеров оползня, коэффициента трения и других параметров на величину максимального заплеска порожденных оползнем волн на берега водоема с параболической формой дна.

Ключевые слова: подводный оползень, неровное дно, поверхностные волны, уравнения мелкой воды, численное моделирование, конечно-разностная схема, адаптивная сетка, результаты расчетов, заплеск на берег.

Введение. Движение подводного оползня может вызвать сильное волнение поверхности воды, опасное для береговых сооружений. В последние годы были предприняты попытки экспериментального изучения поверхностных волн, возникающих при движении твердой модели оползня по плоскому подводному склону [1–3]. Для математического моделирования поверхностных волн, вызванных подводными оползнями, необходимо создать модели движения как оползня, так и окружающей его жидкости. Наиболее часто используются две модели движения оползневой массы по подводному склону. В первой модели оползень представляется в виде движущегося с трением о дно конечного объема жидкости и изучаемое явление описывается с помощью двухслойных уравнений мелкой воды со слоями различных плотностей [4, 5]. Во второй модели при численном исследовании генерируемых волн [1, 2, 6, 7] используется закон движения твердого оползня по плоскому откосу [8, 9].

Очевидно, что в рамках второго подхода при моделировании реальных ситуаций необходимо учитывать неровность подводного склона. В работе [10] получено аналитическое решение линейных уравнений мелкой воды для двух специальных форм неровного склона, по которому скользит оползень. В [11] приведены результаты численного моделирования для случая движения оползня по неровному склону, составленному из двух плоских откосов. В [12] предложено уравнение движения оползня по неровному склону с учетом сил тяжести, плавучести, трения и сопротивления воды. Исследование частных случаев [13]

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов 10-05-91052-НЦНИа, 12-01-00721а), а также в рамках Программы интеграционных исследований СО РАН (проект № 42).

© Хакимзянов Г. С., Шокина Н. Ю., 2012

показало существенную зависимость генерируемых оползнем волновых режимов от геометрии подводного склона.

При выводе уравнения движения оползня в работе [12] предполагалось, что форма оползня и форма подводного склона зависят лишь от одной пространственной координаты и неизменны во втором направлении. Однако способ вывода этого уравнения не удалось обобщить на случай движения подводного оползня пространственно неоднородной формы по пространственно неоднородному подводному склону. Допускающее такое обобщение уравнение движения оползня по “одномерному” неровному склону произвольной формы выведено в настоящей работе. С использованием полученного уравнения и нелинейной модели мелкой воды выполнен анализ зависимостей характеристик волн, генерируемых в ограниченном водоеме, от коэффициентов трения, сопротивления и присоединенной массы, а также от плотности материала оползня и его размеров.

1. Постановка задачи. Рассматривается слой жидкости, ограниченный сверху свободной поверхностью $z = \eta(x, t)$, а снизу — подвижной границей

$$z = -h(x, t) = h_{bt}(x) + h_{sl}(x, t),$$

где t — время; система координат Oxz выбрана таким образом, что уравнение свободной поверхности покоящейся жидкости имеет вид $z = 0$ (x — горизонтальная координата, z — вертикальная). Подвижность нижней границы слоя обусловлена тем, что по непроницаемому дну, заданному однозначной функцией

$$z = h_{bt}(x), \quad (1)$$

движется оползень, форма которого описывается функцией $z = h_{sl}(x, t)$.

Полагается, что жидкость находится в поле силы тяжести, является несжимаемой, невязкой и все ее характеристики зависят только от переменных x, t . Будем считать, что в начальный момент времени $t = 0$ оползень и жидкость покоятся и известна функция $z = h_{sl}^0(x)$ с конечным носителем $D_0 = (x_l^0, x_r^0)$, описывающая начальную форму оползня:

$$h_{sl}(x, 0) = h_{sl}^0(x).$$

При $t > 0$ форма и положение оползня определяются законом его движения, полученным ниже.

Для моделирования возникающих при движении оползня поверхностных волн используем нелинейную модель теории мелкой воды:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial x} = \mathbf{G}, \quad (2)$$

где

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} H \\ Hu \end{pmatrix}, \quad \mathbf{f}(\mathbf{u}) = \begin{pmatrix} Hu \\ Hu^2 + gH^2/2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{pmatrix} 0 \\ gHh_x \end{pmatrix},$$

u — скорость; $H = \eta + h$ — полная глубина; g — ускорение свободного падения.

Заметим, что при постоянной скорости v_c движения твердого тела по горизонтальному дну $h_{bt}(x) \equiv -h_0$ задача Коши для уравнений (2) имеет точное решение

$$u(x, t) = u_0(x - v_c t), \quad H(x, t) = H_0(x - v_c t), \quad (3)$$

если в начальный момент времени полная глубина $H_0(x)$ и скорость жидкости $u_0(x)$ удовлетворяют соотношениям

$$H_0(x)[u_0(x) - v_c] = -v_c h_0, \quad \frac{[u_0(x) - v_c]^2}{2} + g[H_0(x) - h(x, 0)] = \frac{v_c^2}{2}. \quad (4)$$

Из формул (4) можно получить кубическое уравнение для определения функции $H_0(x)$:

$$\bar{H}_0^3 - \bar{H}_0^2(\bar{h}(x, 0) + \bar{v}_c^2/2) + \bar{v}_c^2/2 = 0, \quad (5)$$

где $\bar{H}_0 = H_0/h_0$; $\bar{h} = h/h_0$; $\bar{v}_c = v_c/\sqrt{gh_0}$; $h(x, t) = h_0 - h_{sl}^0(x - v_c t)$.

Пусть для определенности начальная форма тела задается формулой

$$h_{sl}^0(x) = \begin{cases} (T/2)[1 + \cos(2\pi(x - x_c^0)/b)], & |x - x_c^0| \leq b/2, \\ 0, & |x - x_c^0| > b/2. \end{cases} \quad (6)$$

Здесь x_c^0 , b , T — абсцисса вершины тела при $t = 0$, его длина (вдоль оси Ox) и максимальная толщина соответственно. В зависимости от заданных значений скорости движения тела v_c и его толщины T при каждом фиксированном значении x уравнение (5) может либо не иметь положительных корней, либо иметь один или два положительных корня. Последний случай реализуется при выполнении условия

$$\bar{T} < 1 - (3\bar{v}_c^{2/3} - \bar{v}_c^2)/2, \quad (7)$$

где $\bar{T} = T/h_0$. Будем считать это условие выполненным. Тогда больший положительный корень уравнения (5) соответствует докритическому течению над вершиной движущегося тела. В этом случае течение является докритическим при всех значениях переменной x и имеет вид волны (3), распространяющейся с постоянной скоростью v_c .

2. Метод решения. Для расчетов поверхностных волн, генерируемых движением оползня, использовалась схема предиктор-корректор второго порядка аппроксимации на адаптивной сетке. Адаптивная сетка строилась методом эквираспределения [14] с помощью управляющей функции, отслеживающей подвижные вершины и впадины волн, и сгущалась в зонах больших значений параметра $|\eta(x, t)|$.

На рис. 1 приведены профили свободной границы для точного и численного решений рассмотренной выше задачи о генерации поверхностных волн телом (6), движущимся по горизонтальному дну, при $b = 50$ м, $v_c = 10$ м/с, $h_0 = 50$ м, $x_c^0 = 25$ м. При этих данных условие (7) приводит к ограничению $T < 10,955$ м. В расчетах использовались значение $T = 10$ м и сетки с числом узлов, равным 100. Кривые на рис. 1 соответствуют моменту времени $t = 30$ с, к которому поверхностная волна прошла расстояние, в шесть раз

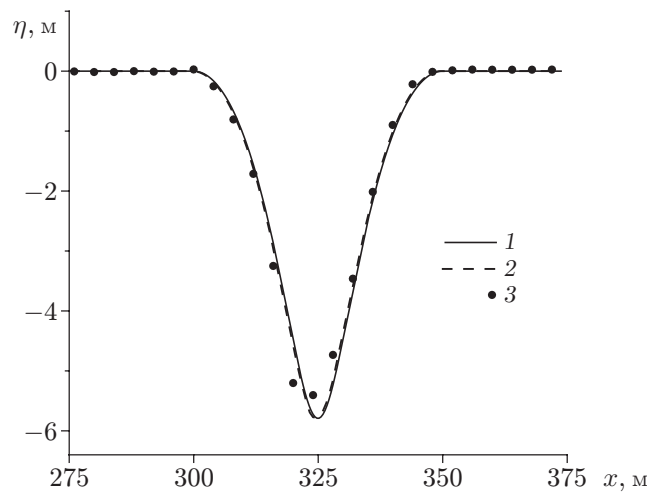


Рис. 1. Профили свободной границы:

1 — точное решение; 2, 3 — численный расчет (2 — адаптивная сетка, 3 — равномерная сетка)

превышающее ее длину. На рис. 1 видно, что, несмотря на небольшое количество узлов, имеет место достаточно высокая точность численного решения, полученного на адаптивной сетке, сгущающейся в окрестности подвижной впадины свободной границы. Поэтому метод адаптивных сеток применялся и для решения задачи о генерации волн оползнем, скользящим по неровному подводному склону.

3. Уравнение движения подводного оползня по неровному склону. При выводе уравнения движения оползень будем отождествлять с материальной точкой, движущейся по искривленной поверхности, однако в качестве силы, действующей на эту точку, используем интегральную сумму сил, действующих на элементарные объемы оползня. Таким образом, при расчете сил учитываются форма оползня и его расположение на неровном склоне. Итак, будем считать, что в каждый момент времени положение оползня определяется некоторой точкой $\mathbf{x}_c(t) = (x_c(t), z_c(t))$, скользящей вдоль неровного дна (1) согласно закону движения материальной точки по плоской кривой:

$$M\ddot{x}_c = F_x, \quad M\ddot{z}_c = F_z, \quad (8)$$

при этом $z_c(t) = h_{bt}(x_c(t))$, $x_c(0) = x_c^0 \in D_0$, $z_c(0) = z_c^0 = h_{bt}(x_c^0)$, F_x , F_z — компоненты вектора силы \mathbf{F} ; M — масса оползня вместе с присоединенной массой воды. Далее будем полагать, что при $t > 0$ поверхность оползня описывается функцией $z = h_{bt}(x) + h_{sl}(x, t)$, где

$$h_{sl}(x, t) = h_{sl}^0(x + x_c^0 - x_c(t)). \quad (9)$$

Таким образом, функция $h_{sl}(x, t)$ является финитной и ее носитель D_t полностью определяется носителем функции h_{sl}^0 и положением точки $\mathbf{x}_c(t)$:

$$D_t = \{x: x + x_c^0 - x_c(t) \in D_0\} = (x_l(t), x_r(t)),$$

где $x_l(t) = x_l^0 + x_c(t) - x_c^0$; $x_r(t) = x_l(t) + x_r^0 - x_l^0$.

Из уравнений (8) несвободного движения материальной точки по плоской кривой следует уравнение относительно горизонтальной компоненты $u = \dot{x}_c$ вектора скорости $\mathbf{v}_c(t)$ движения точки $\mathbf{x}_c(t)$ [15]:

$$M \frac{d}{dt} (g_{11}u) = \frac{M}{2} g'_{11}u^2 + F_\tau \sqrt{g_{11}}. \quad (10)$$

Здесь $g_{11} = 1 + (h'_{bt})^2$; $h'_{bt} = dh_{bt}/dx$; $g'_{11} = dg_{11}/dx$; $F_\tau = \mathbf{F} \cdot \boldsymbol{\tau}$; $\boldsymbol{\tau}$ — единичный вектор, касательный к кривой (1):

$$\boldsymbol{\tau} = \frac{1}{\sqrt{g_{11}}} \begin{pmatrix} 1 \\ h'_{bt} \end{pmatrix},$$

$M = (\rho_{sl} + C_w \rho_w)V$; ρ_w — плотность воды; ρ_{sl} — плотность оползня ($\rho_{sl} > \rho_w$); C_w — коэффициент присоединенной массы; $V = WS_0$ — объем оползня; S_0 — площадь поперечного сечения оползня плоскостью xOz :

$$S_0 = \int_{D_t} h_{sl}(x, t) dx = \int_{D_t} h_{sl}^0(x + x_c^0 - x_c(t)) dx = \int_{D_0} h_{sl}^0(x) dx = \text{const},$$

W — размер оползня в направлении, перпендикулярном этой плоскости.

Поясним, какая величина в уравнении (10) выбирается в качестве силы F_τ , действующей на материальную точку $\mathbf{x}_c(t)$. В вертикальном направлении на каждый элемент оползня с площадью горизонтального сечения $W dx$ действуют силы тяжести и плавучести (выталкивающая сила воды):

$$\mathbf{f}_g(x) = \begin{pmatrix} 0 \\ f_g(x) \end{pmatrix}, \quad (11)$$

где $x \in D_t$,

$$f_g(x) = -g(\rho_{sl} - \rho_w)h_{sl}(x, t)W dx. \quad (12)$$

Вычислим проекцию $f_{g,\tau} = \mathbf{f}_g \cdot \boldsymbol{\tau}$ силы \mathbf{f}_g на направление касательного вектора $\boldsymbol{\tau}$ и проинтегрируем полученное выражение по носителю D_t функции h_{sl} . В результате определим вклад в F_τ сил тяжести и плавучести:

$$F_{g,\tau}(t) = -(\rho_{sl} - \rho_w)Wg \int_{D_t} h_{sl}(x, t) \frac{h'_{bt}(x)}{\sqrt{g_{11}(x)}} dx. \quad (13)$$

Сила сопротивления воды \mathbf{F}_r , способствующая торможению оползня, направлена против его движения. Как и в работе [1], будем полагать, что величина $f_r = |\mathbf{F}_r|$ этой силы пропорциональна наибольшей площади $\Pi = TW$ сечения оползня вертикальной плоскостью, перпендикулярной оси Ox :

$$f_r = C_d \rho_w \Pi v_c^2 / 2,$$

где C_d — коэффициент сопротивления воды; $v_c^2 = |\mathbf{v}_c|^2 = g_{11}u^2$. С учетом направления движения для величины $F_{r,\tau} = \mathbf{F}_r \cdot \boldsymbol{\tau}$ имеем следующее выражение:

$$F_{r,\tau} = -\sigma f_r = -\sigma C_d \rho_w TW v_c^2 / 2 \quad (14)$$

($\sigma = \text{sgn } u$; T — максимальная толщина оползня).

Для того чтобы вычислить силу трения, вновь рассмотрим элементарный объем оползня с площадью сечения $W dx$ и массой $m = \rho_{sl} h_{sl}(x, t) W dx$. Для этого объема силу трения будем определять по нормальной составляющей силы реакции N , действующей на выделенный элемент со стороны дна. Вычислим величину N , полагая, что элементарный объем движется согласно уравнениям вида (8)

$$m\ddot{x}_c = f_x, \quad m\ddot{z}_c = f_z, \quad (15)$$

или

$$m \frac{du}{dt} = f_x, \quad m \frac{d}{dt}(uh'_{bt}) = f_z. \quad (16)$$

Умножим первое из уравнений (16) на $-h'_{bt}$ и сложим его со вторым уравнением (16):

$$-mh'_{bt} \frac{du}{dt} + m \frac{d}{dt}(uh'_{bt}) = f_n \sqrt{g_{11}}. \quad (17)$$

Здесь $f_n = \mathbf{f} \cdot \mathbf{n}$; \mathbf{n} — единичный вектор нормали к кривой (1),

$$\mathbf{n} = \frac{1}{\sqrt{g_{11}}} \begin{pmatrix} -h'_{bt} \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{f} = \begin{pmatrix} f_x \\ f_z \end{pmatrix}. \quad (18)$$

После простых преобразований уравнение (17) принимает вид

$$m \frac{h''_{bt}}{(g_{11})^{3/2}} v_c^2 = f_n. \quad (19)$$

Для элементарного объема оползня величина f_n представляет собой сумму нормальной составляющей $\mathbf{f}_g \cdot \mathbf{n}$ силы (11) и нормальной составляющей силы реакции N , действующей на этот объем со стороны дна. Сила трения определяется по формуле $f_{fr} = C_{fr}N$, где $C_{fr} = \operatorname{tg} \theta_*$ — коэффициент трения скольжения; $\theta_* > 0$ — угол трения. Тогда из формул (19), (11), (12), (18) получаем выражение

$$f_{fr} = C_{fr}(f_n - \mathbf{f}_g \cdot \mathbf{n}) = C_{fr} h_{sl} W \left(\rho_{sl} \frac{h''_{bt}}{(g_{11})^{3/2}} v_c^2 + \frac{g(\rho_{sl} - \rho_w)}{\sqrt{g_{11}}} \right) dx. \quad (20)$$

Вектор силы трения $\mathbf{F}_{fr}(t)$, параллельный вектору скорости и направленный противоположно направлению движения, определим интегрированием элементарных сил (20) по интервалу D_t . Зная силу \mathbf{F}_{fr} , можно определить ее проекцию на направление касательного вектора $\boldsymbol{\tau}$:

$$F_{fr,\tau} = -\sigma C_{fr} W \left(g(\rho_{sl} - \rho_w) \int_{D_t} h_{sl}(x,t) \frac{1}{\sqrt{g_{11}(x)}} dx + \rho_{sl} v_c^2 \int_{D_t} h_{sl}(x,t) \frac{h''_{bt}}{(g_{11})^{3/2}} dx \right). \quad (21)$$

Сумма компонент (13), (14), (21) принимается в качестве величины F_τ , входящей в правую часть уравнения (10).

Пусть $\theta(x) = -\operatorname{arctg} h'_{bt}(x)$ — локальный угол наклона дна (1). Тогда

$$\sin \theta(x) = -\frac{h'_{bt}(x)}{\sqrt{g_{11}}}, \quad \cos \theta(x) = \frac{1}{\sqrt{g_{11}}}$$

и уравнение (10) можно записать в виде

$$\frac{d}{dt} (g_{11}u) = \frac{g'_{11}}{2} u^2 + \left[(\gamma - 1)g(I_1 - \sigma C_{fr}I_2) - \sigma \left(\gamma C_{fr}I_3 + \frac{C_d}{2} T \right) v_c^2 \right] \frac{\sqrt{g_{11}}}{(\gamma + C_w)S_0}, \quad (22)$$

где $\gamma = \rho_{sl}/\rho_w > 1$,

$$I_1 = \int_{D_t} h_{sl}(x,t) \sin \theta(x) dx, \quad I_2 = \int_{D_t} h_{sl}(x,t) \cos \theta(x) dx, \quad I_3 = \int_{D_t} h_{sl}(x,t) K(x) dx,$$

$K(x)$ — знакоопределенная кривизна плоской кривой (1):

$$K(x) = \frac{h''_{bt}(x)}{[1 + (h'_{bt}(x))^2]^{3/2}} = \frac{h''_{bt}(x)}{(g_{11}(x))^{3/2}}.$$

Используя начальные данные

$$x_c(0) = x_c^0, \quad u(0) = 0 \quad (23)$$

и учитывая обозначения $u = \dot{x}_c$, из нелинейного обыкновенного дифференциального уравнения (22) находим абсциссу $x_c(t)$ движущейся точки $\mathbf{x}_c(t)$, что позволяет по формуле (9) определить форму поверхности оползня и, следовательно, определить в каждый момент времени нижнюю подвижную границу жидкости.

Для плоского откоса

$$z = h_{bt}(x) = h_0 - x \operatorname{tg} \theta, \quad x \geq 0, \quad \theta = \operatorname{const}$$

можно найти точное решение задачи (22), (23):

$$u(t) = \cos \theta \sqrt{\frac{2S_0 G}{C_d T}} \operatorname{th} \left(\frac{t}{\gamma + C_w} \sqrt{\frac{C_d T G}{2S_0}} \right); \quad (24)$$

$$x_c(t) = x_c^0 + \cos \theta \frac{2S_0(\gamma + C_w)}{C_d T} \ln \left[\operatorname{ch} \left(\frac{t}{\gamma + C_w} \sqrt{\frac{C_d T G}{2S_0}} \right) \right],$$

где $G = g(\gamma - 1)(\sin \theta - C_{fr} \cos \theta)$; $h_0 < 0$ — глубина в точке $x = 0$; $\theta > \theta_*$ — угол откоса.

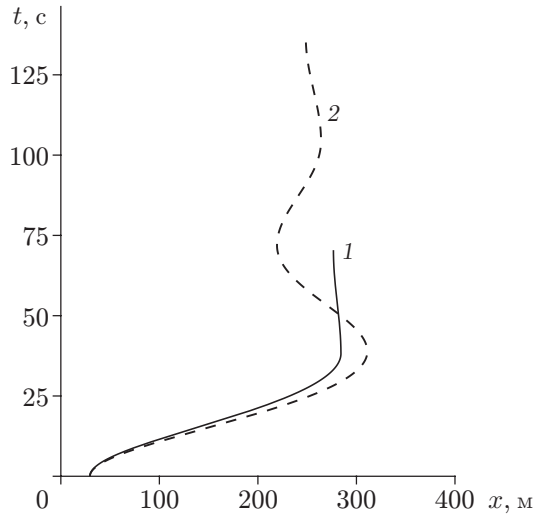


Рис. 2

Рис. 2. Зависимость абсциссы вершины оползня от времени при различных углах трения: 1 — $\theta_* = 5^\circ$, 2 — $\theta_* = 1^\circ$

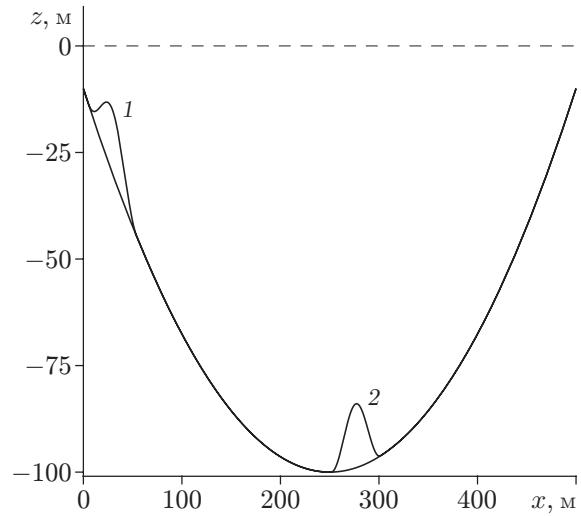


Рис. 3

Рис. 3. Формы оползня при его движении по неровному дну модельного водоема при $\theta_* = 5^\circ$: 1 — в начальный момент времени, 2 — в момент остановки

Из формулы (24) следует, что в начале движения выполняется приближенное равенство

$$u(t) \approx \cos \theta \frac{G}{\gamma + C_w} t,$$

т. е. движение оползня близко к равноускоренному. Из формулы (24) также получаем, что по прошествии достаточно большого периода времени имеет место оценка

$$u(t) \approx \cos \theta \sqrt{2S_0G/(C_dT)}.$$

Данная оценка означает, что оползень движется вниз по плоскому откосу с почти постоянной скоростью.

Нетрудно показать, что для плоского откоса в пренебрежении силой трения уравнение (22) записывается в виде уравнения, приведенного в [1].

Для криволинейного профиля дна приближенное решение задачи (22), (23) можно найти, используя методы численного интегрирования. На рис. 2 показана абсцисса (кривая 1) вершины оползня начальной формы (6) (кривая 1 на рис. 3), движущегося по неровному дну, заданному дугой параболы

$$z = h_{bt}(x) = (h_0 - h_\xi)(x/\xi - 1)^2 + h_\xi, \tag{25}$$

где h_ξ — максимальная глубина водоема; h_0 — глубина в точке $x = 0$. В расчете использовались следующие значения параметров, определяющих форму дна: $h_\xi = -100$ м, $h_0 = -10$ м, $\xi = 250$ м. С боков (в точках $x = 0$ и $x = 500$) водоем был ограничен вертикальными непроницаемыми стенками. Поскольку в начальный момент времени вершина оползня находилась над точкой дна, которой соответствует глубина $d_c = -30$ м, имеем

$$x_c^0 = \xi \left(1 - \sqrt{\frac{d_c - h_\xi}{h_0 - h_\xi}} \right) \approx 29,5 \text{ м.}$$

Параметры, входящие в закон движения (22), имели следующие значения: $T = 10$ м, $b = 50$ м, $\gamma = 2$, $C_w = 1$, $\theta_* = 5^\circ$, $C_d = 1$.

Анализ поведения функции $x_c(t)$ (кривая 1 на рис. 2) показывает, что для приведенных значений параметров оползень, пройдя точку $x = \xi$ наибольшей глубины и поднявшись по инерции на некоторую высоту противоположного склона, останавливается, затем немного сдвигается в обратную сторону и прекращает движение ниже точки первой остановки. При малом коэффициенте трения могут возникать более сложные траектории движения оползня с несколькими изменениями направления перемещения (кривая 2 на рис. 2). В каждый момент остановки необходимо проверять критерий возможности дальнейшего движения оползня

$$|I_1| > C_{fr} I_2, \quad (26)$$

который означает, что величина касательной составляющей равнодействующей сил тяжести и плавучести больше силы трения. Условие (26) необходимо проверять и в начальный момент времени. Если оно не выполняется, то оползневая масса не сдвинется с места. Это справедливо для приведенных выше значений параметров T, b, γ, C_w, C_d при $\theta_* \geq 32,5^\circ$.

4. Результаты численного моделирования. Известны случаи, когда при сходе подводных оползней в прибрежных зонах морских акваторий возникали волны цунами [1, 7, 9]. Для глубоких водохранилищ и озер с крутыми береговыми склонами подводные оползни также возможны, поэтому представляет интерес изучение характеристик возникающих при этом цунамиподобных поверхностных волн [16].

Для морского склона с монотонно возрастающей глубиной генерируемая оползнем волновая картина следующая [12]. На поверхности воды перед набирающим скорость оползнем постепенно формируется одиночная волна, которая с большей, чем у оползня, скоростью движется в направлении увеличения глубин и уходит в открытое море. Непосредственно над движущимся оползнем свободная граница имеет вид “впадины”, которая вместе с оползнем удаляется от берега и исчезает через некоторое время после остановки оползня. Для береговых сооружений представляет опасность волна понижения, появляющаяся на берегу вскоре после начала оползневого процесса.

Для ограниченных водоемов волновая картина иная: после отражения от противоположного берега головная волна повышения проходит водоем в обратном направлении, взаимодействуя при этом со “впадиной” (рис. 4), и набегаем на береговой склон, с которого

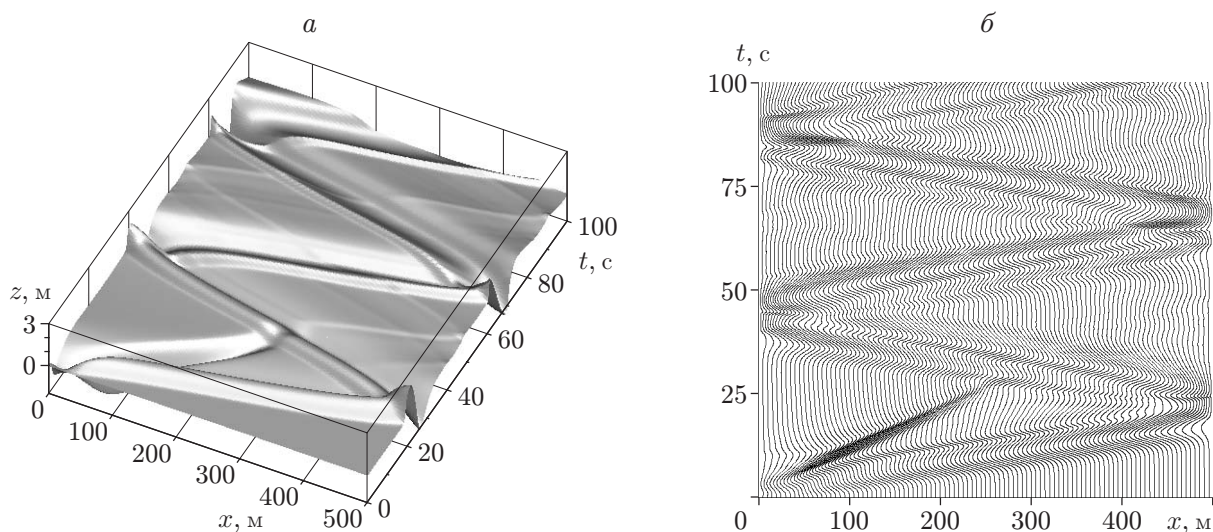


Рис. 4. Зависимость высоты поверхностных волн, генерируемых подводным оползнем в ограниченном водоеме, от времени (а) и траектории узлов адаптивной сетки (б)

сошел оползень. После отражений от противоположных берегов формируется одиночная волна значительной амплитуды, которая может многократно пересекать водоем, создавая при этом несколько больших заплесков на его берега. Анализ динамики свободной границы для продолжительных промежутков времени показывает, что при указанных выше значениях параметров максимальные заплески на берегах происходят при третьем или четвертом накате, при этом для параболической формы дна (25) получаются близкие значения максимальных заплесков на противоположных берегах водоема.

Ниже приведены результаты исследований влияния параметров $T, b, \gamma, C_w, \theta_*, C_d$ на максимальную высоту R вертикального заплеска на “правый” берег водоема ($x = 500$ м), при этом значения какой-либо пары параметров варьировались, значения остальных четырех параметров фиксировались и выбирались такими же, как указано выше. Во всех экспериментах использовались приведенные выше постоянные значения величин h_ξ, h_0, ξ, d_c , в начальный момент времени оползень имел форму (6).

На рис. 5, *a* показана зависимость максимальной высоты заплеска ($R = 0,03 \div 5,17$ м) от размеров оползня ($b = 10 \div 55$ м, $T = 1 \div 12$ м) и, следовательно, от его объема V . Поскольку для рассматриваемого модельного оползня справедлива формула $S_0 = Tb/2$,

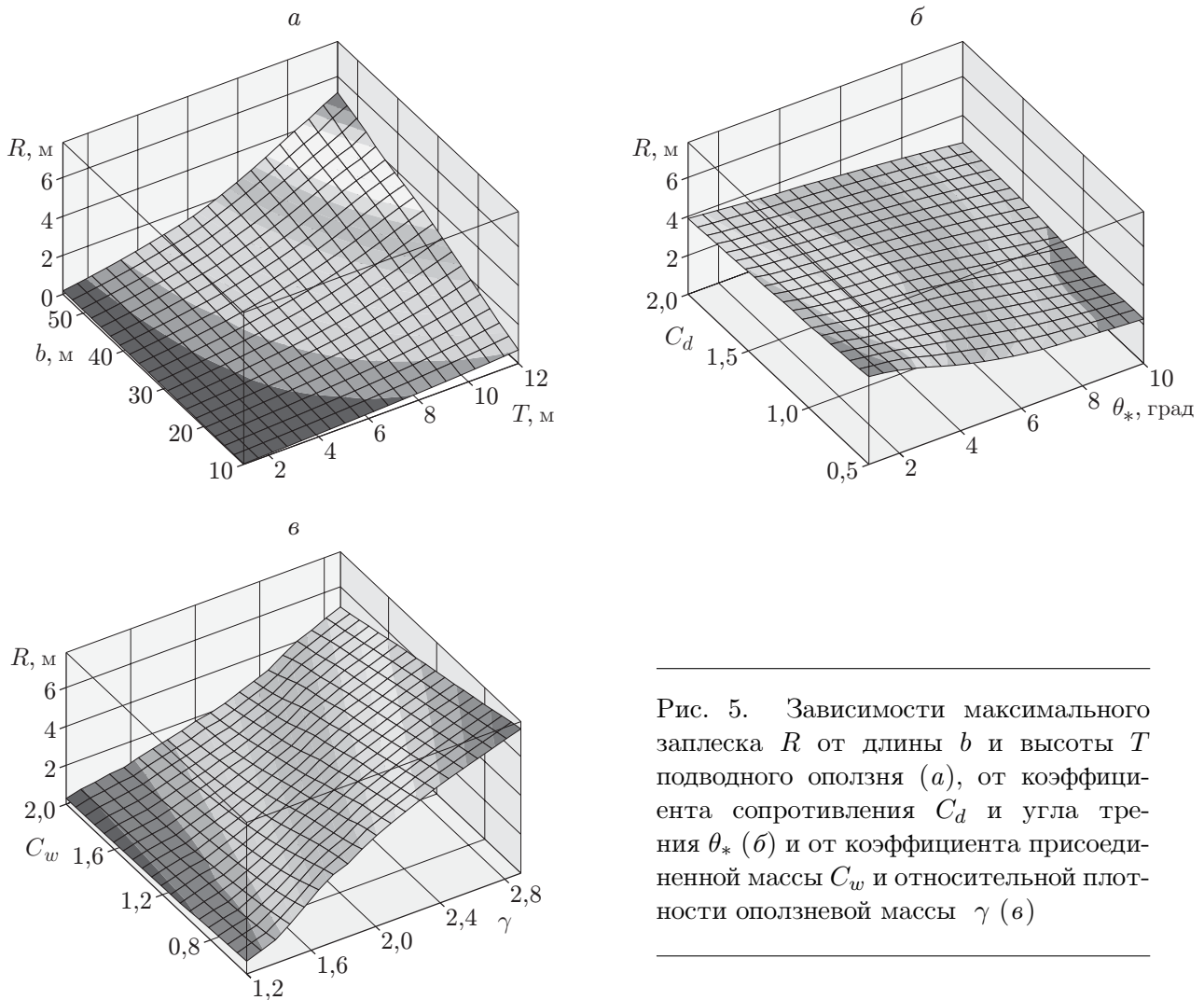


Рис. 5. Зависимости максимального заплеска R от длины b и высоты T подводного оползня (*a*), от коэффициента сопротивления C_d и угла трения θ_* (*б*) и от коэффициента присоединенной массы C_w и относительной плотности оползневой массы γ (*в*)

величина T отсутствует в уравнении (22). Следовательно, закон движения оползня не будет меняться при изменении его толщины T . Однако амплитуда генерируемых волн существенно зависит от параметра T , возрастая при его увеличении. Влияние на закон движения изменения величины b при постоянных указанных выше значениях остальных параметров проявляется в том, что более протяженный оползень движется с большей скоростью и как следствие генерирует более сильные поверхностные волны. Таким образом, увеличение длины оползня b приводит к тем же изменениям значений высоты заплеска, что и увеличение его толщины T . Заметим, что на величину R существенное влияние оказывает процесс движения оползня по мелководной части акватории, в то время как при сходе оползня в область больших глубин его движение слабо влияет на генерируемые поверхностные волны. Поскольку влияние объема оползня на амплитуду генерируемых волн проявляется уже в начале движения, на мелководном участке, и скорость его перемещения увеличивается с ростом объема, размеры оползня являются важными определяющими параметрами при оценке высоты заплесков волн на берега водоема. Из полученных данных следует формула для приближенной оценки высоты заплесков через объем оползня:

$$R(b, T) \approx 2,13 \frac{V}{V_0} + 1,37 \left(\frac{V}{V_0} \right)^2,$$

при этом объем V_0 определяется размерами оползня, указанными выше.

На рис. 5,б показана зависимость максимальной высоты заплеска R от параметров, определяющих торможение оползня: коэффициента сопротивления C_d и угла трения θ_* . Видно, что в достаточно широком диапазоне значений этих параметров ($C_d = 0,5 \div 2,0$, $\theta_* = 1 \div 10^\circ$) их влияние на величину R более слабое ($R = 2,24 \div 4,51$ м), чем влияние изменения объема. Анализ траекторий движения оползня показывает, что с увеличением силы трения уменьшаются длина его пути и скорость. При малых θ_* скорость оползня больше, однако он быстрее уходит на глубину, где его движение, как отмечалось выше, оказывает слабое влияние на процесс генерации поверхностных волн. Как показано на рис. 5,б, еще более слабое влияние на высоту заплесков оказывает изменение коэффициента гидродинамического сопротивления C_d . Это обусловлено тем, что влияние изменения коэффициента C_d проявляется при больших скоростях движения оползня, а они также достигаются в зоне больших глубин. В результате анализа данных, на основе которых построен рис. 5,б, при фиксированных значениях параметров T , b , γ , C_w получаем следующую приближенную формулу для оценки высоты заплеска в зависимости от величин C_d и θ_* :

$$R(C_d, \theta_*) \approx 4,23 - 0,13\theta_*.$$

На рис. 5,в видно, что изменение первого из двух параметров C_w и γ , характеризующих движущуюся оползневую массу ($C_w = 0,5 \div 2,0$), слабо влияет на максимальную высоту заплеска R , а изменение второго параметра ($\gamma = 1,2 \div 2,9$) — существенно ($R = 0,29 \div 7,42$ м). Это обусловлено тем, что оползень с большей относительной плотностью приобретает значительную скорость уже на мелководном участке акватории и приводит к генерации высоких поверхностных волн. В этом случае для грубой оценки высоты заплеска можно использовать следующую формулу:

$$R(\gamma, C_w) \approx 3,60(\gamma - 1).$$

Таким образом, среди всех параметров, входящих в уравнение движения оползня (22), наиболее существенное влияние на максимальную высоту заплеска оказывают размеры оползня и его плотность, т. е. параметры, которые нетрудно оценить при натурных измерениях. Быстро движущиеся в мелководной зоне большие объемы оползневой массы

приводят к возникновению высоких поверхностных волн, которые при накате на берег создают большие заплески.

Заключение. Получено уравнение движения “квазидеформируемого” оползня по неровному подводному склону и численно исследовано влияние параметров, входящих в это уравнение, на максимальную высоту заплеска порожденных оползнем поверхностных волн на берега ограниченного водоема. Полученное уравнение допускает обобщение на “трехмерный” случай для описания движения подводного оползня пространственно неоднородной формы по пространственно неоднородному подводному склону.

Следует отметить, что картины генерируемых поверхностных волн качественно близки, несмотря на то что модель движения “квазидеформируемого” оползня существенно отличается от модели “жидкого” оползня [5]. Например, обе модели дают волну повышения, которая постепенно формируется перед набирающим скорость оползнем и отделяется от него, двигаясь со скоростью, превышающей скорость оползня, обе модели приводят к генерации волны понижения, движущейся в сторону берега. Некоторые количественные различия при использовании этих моделей оползня установлены в работе [17], в которой на примере процессов, происходящих в модельной акватории с дном в виде плоского откоса, сопрягающегося с горизонтальным участком, показано, что “жидкий” оползень движется быстрее твердого и амплитуды генерируемых волн больше в случае “жидкого” оползня.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Watts P., Imamura F., Grilli S. T.** Comparing model simulations of three benchmark tsunami generation cases // *Sci. Tsunami Hazards*. 2000. V. 18, N 2. P. 107–123.
2. **Елецкий С. В., Майоров Ю. Б., Максимов В. В. и др.** Моделирование генерации поверхностных волн перемещением фрагмента дна по береговому склону // *Вычисл. технологии*. 2004. Т. 9. Спецвыпуск. Ч. 2. С. 194–206.
3. **Enet F., Grilli S. T.** Experimental study of tsunami generation by three-dimensional rigid underwater landslides // *J. Waterway Port Coastal Ocean Engng*. 2007. V. 133, N 6. P. 442–454.
4. **Imamura F., Imteaz M. M. A.** Long waves in two-layers: governing equations and numerical model // *Sci. Tsunami Hazards*. 1995. V. 13, N 1. P. 3–24.
5. **Остапенко В. В.** Численное моделирование волновых течений, вызванных сходом берегового оползня // *ПМТФ*. 1999. Т. 40, № 4. С. 109–117.
6. **Федотова З. И., Чубаров Л. Б., Шокин Ю. И.** Моделирование поверхностных волн, порожденных оползнями // *Вычисл. технологии*. 2004. Т. 9, № 6. С. 89–96.
7. **Watts P., Grilli S. T., Kirby J. T., et al.** Landslide tsunami case studies using a Boussinesq model and a fully nonlinear tsunami generation model // *Nat. Hazards Earth Syst. Sci*. 2003. V. 3, N 5. P. 391–402.
8. **Harbitz C. B., Pedersen G., Gjevik B.** Numerical simulation of large water waves due to landslides // *J. Hydraulic Engng*. 1993. V. 119. P. 1325–1342.
9. **Pelinovsky E., Poplavsky A.** Simplified model of tsunami generation by submarine landslides // *J. Phys. Chem. Earth*. 1996. V. 21, N 12. P. 13–17.
10. **Didenkulova I., Nikolkina I., Pelinovsky E., Zahibo N.** Tsunami waves generated by submarine landslides of variable volume: analytical solutions for a basin of variable depth // *Nat. Hazards Earth Syst. Sci*. 2010. V. 10, N 11. P. 2407–2419.
11. **Tinti S., Bortolucci E., Vannini C.** A block-based theoretical model suited to gravitational sliding // *Nat. Hazards*. 1997. V. 16. P. 1–28.
12. **Хакимянов Г. С., Шокина Н. Ю.** Численное моделирование поверхностных волн, возникающих при движении подводного оползня по неровному дну // *Вычисл. технологии*. 2010. Т. 15, № 1. С. 105–119.

13. **Beisel S. A., Chubarov L. B., Khakimzyanov G. S.** Simulation of surface waves generated by an underwater landslide moving over an uneven slope // *Rus. J. Numer. Anal. Math. Modelling.* 2011. V. 26, N 1. P. 17–38.
14. **Хакимзянов Г. С.** Численное моделирование течений жидкости с поверхностными волнами / Г. С. Хакимзянов, Ю. И. Шокин, В. Б. Барахнин, Н. Ю. Шокина. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2001.
15. **Бухгольц Н. Н.** Основной курс теоретической механики. М.: Наука, 1972. Ч. 1.
16. **Диденкулова И. И., Пелиновский Е. Н.** Цунамиподобные явления в российских внутренних водоемах // *Фундам. и прикл. гидрофизика.* 2009. № 3. С. 52–96.
17. **Бейзель С. А., Хакимзянов Г. С., Худякова В. К. и др.** Численное моделирование поверхностных волн, генерируемых подводными оползнями в водохранилищах // *Изв. Кыргыз. гос. техн. ун-та им. И. Раззакова.* 2011. № 24. С. 146–150.

*Поступила в редакцию 31/X 2011 г.,
в окончательном варианте — 23/I 2012 г.*
