

О ДИССИПАТИВНОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОГО ЭЛЕКТРОПРОВОДЯЩЕГО ПОТОКА МЕЖДУ ПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ ПЛАСТИНАМИ В ПОПЕРЕЧНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Ю. В. Саночкин
(Москва)

Вопросы диссипативной неустойчивости (в частности перегретной) в магнитной гидродинамике изучались в работах [1-6]. Механизм перегретной неустойчивости Леонтовича поясняется в [1] на примере неподвижной однородной плазмы в сильном магнитном поле, вдоль которого течет ток. Скорость нарастания возмущений оценивается в [2] с целью выяснения влияния перегретной неустойчивости на работу МГД-генератора. Влияние неоднородности поля температуры и границ области на возникновение указанной неустойчивости изучается на примере разряда в неподвижной среде в отсутствие магнитного поля [3]. Некоторые случаи проявления перегретной неустойчивости в магнитной гидродинамике рассмотрены в [4,5], где показано, что она может быть как аperiodической, так и колебательной (на альфвеновских и звуковых волнах). Наконец, в [6] изучались гидродинамическая и перегретная ветви неустойчивости в случае неизотермического течения плазмы в плоском МГД-канале. Однако рассмотрение перегретной неустойчивости было проведено без учета зависимости коэффициентов вязкости и теплопроводности от температуры в предельном случае $S \ll R_m \ll i$ и лишь для малых длин волн возмущений.

Ниже изучается развитие коротковолновых возмущений с учетом вязкости и теплопроводности и для более широкого диапазона условий $A \ll 1$, а также перегретная неустойчивость во всем диапазоне длин волн для случая, рассмотренного в [6].

1. Стационарное неизотермическое течение плазмы в плоском МГД-канале рассмотрено в работах [7,8]. Направим ось x по потоку, ось y — вдоль внешнего однородного магнитного поля B и ось z — вдоль постоянного электрического поля E . Канал ограничен диэлектрическими пластинами при $y = \pm l$. Предполагается, что имеет место степенная зависимость коэффициентов переноса от температуры

$$\sigma = \sigma_0 (T/T_0)^\alpha, \quad \kappa = \kappa_0 (T/T_0)^\beta, \quad \eta = \eta_0 (T/T_0)^\gamma \quad (1.1)$$

Здесь $\sigma_0, \kappa_0, \eta_0$ — коэффициенты электропроводности, теплопроводности и вязкости при температуре стенок T_0 . Кроме того принимается, что приложенные поля не нарушают изотропии свойств среды. Считая в стационарном состоянии все величины зависящими от y , можно сформулировать нелинейную краевую задачу, решение которой дает распределение скорости, температуры и других величин между пластинами. Оно было проведено в работе [8], результаты которой будут использоваться при решении задачи на собственные значения в случае длин волн возмущений, сравнимых или больших расстояния между пластинами. Распределение скорости, температуры и плотности тока зависит от шести критериев подобия

$$\alpha, \beta, \gamma, \quad M = Bl \left(\frac{\sigma_0}{\eta_0} \right)^{1/2}, \quad K = - \frac{F\eta_0}{l^2 p B} \quad \text{или} \quad J = \frac{IB}{2pl}, \quad N = \frac{l^4 p^2}{\kappa_0 \eta_0 T_0} \quad (1.2)$$

Здесь p — градиент давления вдоль потока, I — сила тока на единицу длины канала. Индуцированное магнитное поле B_x , кроме этих параметров, зависит также от магнитного числа Рейнольдса R_m .

Поставим задачу об устойчивости описанного стационарного состояния по отношению к двумерным возмущениям, представляющим особый интерес в силу специфики геометрии течения. В этом случае могут существовать зависящие от x , y и t возмущения u' , v' , B_x' , B_y' , j_z' и T' . Общая система уравнений для возмущений, учитывающая одновременное влияние на устойчивость гидродинамических, электродинамических и тепловых эффектов, приведена в [6].

Ограничимся далее рассмотрением случая, когда возмущения скорости малы, и развитие неустойчивости определяется динамикой возмущений плотности тока и температуры. Это может иметь место, когда выполняются условия [6]

$$A = \frac{B^2}{\mu \rho v^{*2}} \ll 1, \quad \frac{\gamma}{R} = \frac{\gamma \eta_0}{\rho l v^{*2}} \ll 1 \quad (1.3)$$

Здесь A — число Альфвена, R — число Рейнольдса, μ — магнитная проницаемость, ρ — плотность и v^* — характерная скорость потока. Удобно ввести функцию тока для возмущений магнитного поля

$$B_x' = \partial \varphi / \partial y, \quad B_y' = -\partial \varphi / \partial x, \quad \mu j_z' = -\Delta \varphi \quad (1.4)$$

Обозначая возмущение температуры θ , нетрудно написать исходную систему уравнений

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + v \frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{1}{\mu \sigma} \Delta \varphi + \frac{\alpha j}{\sigma T} \theta \quad (1.5)$$

$$\begin{aligned} \rho c \left(\frac{\partial \theta}{\partial t} + v \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) &= \kappa \Delta \theta + 2\beta \kappa (\ln T)' \frac{\partial \theta}{\partial y} + \\ &+ \left[-\beta \kappa (\ln T)'^2 + (\gamma - \beta) \frac{\eta v'^2}{T} - (\alpha + \beta) \frac{j^2}{\sigma T} \right] \theta - 2 \frac{j}{\mu \sigma} \Delta \varphi \end{aligned} \quad (1.6)$$

Здесь v , T , j — скорость, температура и плотность тока в невозмущенном потоке; c — теплоемкость; σ , κ , η определяются согласно (1.1); штрихи означают дифференцирование по y . Введем следующие безразмерные величины (штрихи в дальнейшем будут опущены):

$$\begin{aligned} t' &= \frac{t v^*}{l}, \quad x' = \frac{x}{l}, \quad y' = \frac{y}{l}, \quad \varphi' = \frac{\varphi}{Bl}, \quad v' = \frac{v}{v^*} \\ j' &= \frac{j}{\sigma_0 v^* B}, \quad T' = \frac{T}{T_0}, \quad \theta' = \frac{\theta}{T_0}, \quad \sigma' = \frac{\sigma}{\sigma_0}, \quad \kappa' = \frac{\kappa}{\kappa_0}, \quad \eta' = \frac{\eta}{\eta_0} \end{aligned} \quad (1.7)$$

Тогда можно переписать уравнения (1.5), (1.6) в безразмерном виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial t} + v \frac{\partial \varphi}{\partial x} &= \frac{1}{R_m} \frac{1}{\sigma} \Delta \varphi + \frac{\alpha j}{\sigma T} \theta \\ \frac{\partial \theta}{\partial t} + v \frac{\partial \theta}{\partial x} &= \frac{1}{P} \kappa \Delta \theta + \frac{2\beta}{P} \kappa (\ln T)' \frac{\partial \theta}{\partial y} + \\ &+ \left[-\frac{\beta}{P} \kappa (\ln T)'^2 + (\gamma - \beta) \frac{Q}{P} \frac{\eta v'^2}{T} - (\alpha + \beta) S \frac{Q}{N_P} \frac{j^2}{\sigma T} \right] \theta - 2A \frac{Q}{N_P} \frac{j}{\sigma} \Delta \varphi \end{aligned} \quad (1.8)$$

$$\left(R_m = \mu \sigma_0 v^* l, \quad P = \frac{l v^* \rho c}{\kappa_0}, \quad Q = \frac{\eta_0 v^{*2}}{\kappa_0 T_0}, \quad S = A R_m, \quad N_P = \frac{\eta_0 c}{\kappa_0} \right) \quad (1.9)$$

Здесь R_m — магнитное число Рейнольдса; P — число Пекле; Q — тепловой параметр, аналогичный (1.2); S — параметр гидромагнитного взаимодействия; N_p — число Прандтля. Поскольку коэффициенты (1.8), (1.9) зависят только от y , решение системы ищется в виде

$$\varphi = \varphi(y) \exp(ikx - i\omega t) \quad (\omega = \omega_r + i\omega_i) \quad (1.10)$$

Здесь k — безразмерное волновое число, ω — безразмерная частота колебаний. Уравнения (1.8), (1.9) необходимо решать при граничных условиях для амплитуд

$$\theta(\pm 1) = 0, \quad (\varphi' / \varphi)_{\pm 1} = \mp k \quad (1.11)$$

2. Исследуем поведение «коротковолновых» возмущений, когда характерный размер для изменения амплитуд возмущений λ_y мал по сравнению с масштабом для невозмущенных величин l . Представляя амплитуды в квазиклассическом виде

$$\varphi(y) = \exp\left(i \int^y k_y dy\right) \quad (2.1)$$

где k_y — медленно меняющаяся функция y , рассматриваемый случай можно определить условием $|k_y| \gg 1$.

Предположим вначале, что коэффициенты вязкости и теплопроводности можно считать приблизительно постоянными. Это имеет место, например, для плотной низкотемпературной плазмы МГД-генераторов, которая характеризуется сильной зависимостью проводимости от температуры (ее аппроксимируют формулами $\sigma \approx \exp(-A/T)$ или $\sigma \approx T^{10+13}$). Полагая $\beta = \gamma = 0$, исключая при помощи (1.8) величину θ из (1.9) и опуская члены $\sim k_y^{-1}$, приходим к уравнению

$$\varphi^{IV} - [2k^2 + (\sigma R_m + P)f - \alpha \Pi g] \varphi'' + \{k^4 + \quad (2.2)$$

$$+ k^2 [(\sigma R_m + P)f - \alpha \Pi g] + \sigma R_m f (Pf + \alpha \Pi g)\} \varphi = 0$$

$$f = i(kv - \omega), \quad g = \frac{j^2}{\sigma T}, \quad \Pi = \frac{j^2 l^2}{\sigma_0 \mu_0 T_0} = \frac{\sigma_0 B^2 v^{*2} l^2}{\mu_0 T_0}$$

Безразмерный критерий $\alpha \Pi$ можно назвать параметром перегрева. Если уравнение (2.2) допускает финитные решения [9], то в квазиклассическом приближении (2.1) получаем следующее дисперсионное уравнение:

$$(k_y^2 + k^2)^2 - (k_y^2 + k^2) [-(R_m + P)f + \alpha \Pi] + R_m f (Pf + \alpha \Pi) = 0 \quad (2.3)$$

Здесь k_y , f , R_m , Π — значения медленно меняющихся функций k_y , f , σR_m , Πg в определенной точке y_0 . Потребовав, чтобы корни квадратного по f уравнения (2.3) лежали в левой полуплоскости, нетрудно получить критерии устойчивости

$$(k_y^2 + k^2)(1 + P/R_m) + \alpha \Pi > 0, \quad (k_y^2 + k^2) - \alpha \Pi > 0 \quad (2.4)$$

Если $\alpha > 0$, то неравенство (2.4.1) автоматически выполняется, и приходим к условию (2.4.2), полученному ранее [9] для случая $R_m \ll 1$. Если $\alpha < 0$, то неравенство (2.4.2) удовлетворяется тождественно и критерий устойчивости выражается более слабым условием (2.4.1). Таким образом, оказывается, что перегревная неустойчивость будет возможна в случае $R_m \gg 1$ и при отрицательных α .

Вернемся к вопросу о существовании финитных решений уравнения (2.2). Представим оператор четвертого порядка в левой части (2.2) в виде произведения двух операторов второго порядка, воспользовавшись их перестановочностью в квазиклассическом приближении с точностью до членов $\sim k_y^{-1}$

$$D^4 \varphi + (r + s) D^2 \varphi + rs \varphi = (D^2 + r)(D^2 + s) \varphi + O(k_y^{-1}) \left(D = \frac{d(\dots)}{dy} \right) \quad (2.5)$$

Отсюда для определения r и s имеем

$$\begin{aligned} r + s &= -2k^2 - [(\sigma R_m + P)f - \alpha \Pi g] \\ rs &= k^4 + k^2 [(\sigma R_m + P)f - \alpha \Pi g] + \sigma R_m f (Pf + \alpha \Pi g) \end{aligned} \quad (2.6)$$

Формулы (2.6) позволяют в общем случае свести задачу к исследованию двух уравнений второго порядка, однако получающиеся выражения для r и s громоздки. Для простоты ограничимся случаем $R_m \ll P$, имеющим достаточно широкую область применимости. Тогда нетрудно показать, что уравнение (2.2) может быть записано в виде

$$(D^2 - k^2)(D^2 - k^2 - Pf + \alpha \Pi g) \varphi = 0 \quad (2.7)$$

Таким образом, задача сводится к исследованию решений уравнения Шредингера с комплексным потенциалом $U + iV$

$$\varphi'' - (U + iV) \varphi = 0; \quad U = k^2 - \alpha \Pi g + \omega_s P; \quad V = P(kv - \omega_r) \quad (2.8)$$

Исходное стационарное состояние является симметричным по y , и можно убедиться, что действительная часть потенциала имеет вид ямы, а мнимая часть — горба. Если $V = 0$, то финитные решения существуют. Условие финитности находится при спивании спадающих на обоих бесконечностях решений с осциллирующими решениями внутри ямы в точках поворота и представляет собой фазовый интеграл (условие квантования Бора). Было указано [9], что квазиклассическое приближение можно применять и для уравнения вида (2.8), когда мнимая часть потенциала не равна нулю, если использовать комплексные точки поворота. Условие финитности представляет собой фазовый интеграл, взятый вдоль линии z_c , соединяющей точки поворота, где $\text{Im}[U(z_c) + iV(z_c)] = 0$, и все величины действительны, если полуоси $y \rightarrow \pm \infty$ и линии $|z_c| \rightarrow \infty$ лежат в одной области, ограниченной двумя антистоксовыми линиями [10]. Однако чтобы сделать качественные заключения об устойчивости, нет необходимости точно находить спектр частот из фазового интеграла, поскольку для каждого собственного значения частоты ω_n имеется такая точка y_n в области локализации $\varphi(y)$, что

$$V(y_n, \omega_n, k) = 0, \quad \text{Re } k_y^2(y_n) + U(y_n, \omega_n, k) = 0 \quad (2.9)$$

Применяя это правило к уравнению (2.8), находим на границе области устойчивости ($\omega_i = 0$)

$$kv(y_0) = \omega_r, \quad k_y^2(y_0) + k^2 - \alpha \Pi g(y_0) = 0 \quad (2.10)$$

где y_0 — некоторая точка внутри ядра потока. Выражение (2.10) совпадает с формулой (2.4.2). Для нахождения точных границ неустойчивости и величин инкрементов следует решать задачу, вычисляя фазовый интеграл при заданных $U(z)$ и $V(z)$.

Доказательство существования финитных решений у уравнения (2.8) и вывод условий типа (2.10) можно провести, разлагая потенциал $U + iV$ в ряд вблизи оси канала и решая уравнение Шредингера для гармонического осциллятора, как это делалось, например, в работе [11].

3. Рассмотрим теперь влияние теплопроводности и вязкости на развитие неустойчивости. Ограничимся случаем, когда $R_m \ll 1$. Тогда из уравнения (1.8) следует

$$\Delta \varphi = -\alpha R_m j \theta / T \quad (3.1)$$

что позволяет исключить φ из уравнения (1.9). Обозначая $\chi = T^{\beta} \theta$, после формальных преобразований нетрудно получить

$$\begin{aligned} \chi'' + \left[-\beta(1 + \beta)(\ln T)^2 - \beta(\ln T)'' - k^2 + (\gamma - \beta) Q \frac{\eta v'^2}{\kappa T} + \right. \\ \left. + (\alpha - \beta) \Pi \frac{j^2}{\sigma \kappa T} - iP \frac{kv - \omega}{\kappa} \right] \chi = 0 \end{aligned} \quad (3.2)$$

Изменения температуры в канале в условиях задачи предполагались относительно небольшими и число $\beta \sim 1$, поэтому можно опустить два первых члена в скобке уравнения (3.2). Таким образом, приходим к уравнению типа (2.8) с дополнительным членом, обусловленным вязкой диссипацией энергии.

Если $\alpha, \gamma > \beta$, то действительная часть U представляет собой потенциальную яму, глубина которой пропорциональна параметру перегрева $(\alpha - \beta) \Pi$. Глубина ямы еще более увеличивается, если $\alpha > \beta > \gamma$, на величину, пропорциональную $(\beta - \gamma) Q$. В противоположном случае, когда $\alpha < \beta$, действительная часть потенциала имеет вид горба. Высота горба пропорциональна $(\beta - \alpha) \Pi$, если $\beta > \gamma$, и увеличивается на величину $\sim (\gamma - \beta) Q$, если $\beta < \gamma$. Вопрос о существовании финитных решений для уравнения (3.2), когда действительная часть потенциала U является ямой, обсуждался выше. Если $V = 0$ и U имеет вид горба, то финитных решений нет. Однако наличие мнимой части V может приводить к тому, что финитные решения появляются и в случае, когда U имеет вид горба, как это показано в [9] на примере уравнения для комплексного «перевернутого» осциллятора. Это обстоятельство, а также непрерывная зависимость решений уравнения (3.2) от параметров α, β, γ позволяет применить для коротковолновых возмущений квазиклассическое приближение (2.1), что приводит к критерию устойчивости

$$k_y^2 + k^2 > (\alpha - \beta) \Pi + (\gamma - \beta) Q \quad (3.3)$$

где k_y, Π, Q — значения медленно меняющихся функций $k_y, \Pi j^2 / \sigma \kappa T, Q \eta v'^2 / \kappa T$ в некоторой точке y_0 .

Формула (3.3) дает возможность качественно проанализировать влияние различных факторов на устойчивость и выявить возможные механизмы диссипативной неустойчивости. Первый член правой части (3.3) обусловлен наличием джоулева нагрева, второй — вязкой диссипации. Влияние теплопроводности проявляется главным образом через показатель β . Независимо от величин α и γ , из (3.3) видно, что при $\beta > 0$ теплопроводность способствует стабилизации потока, тогда как при $\beta < 0$ может явиться причиной диссипативной неустойчивости. Например, в случае $\alpha = \gamma = 0$ может иметь место неустойчивость, физический смысл которой заключается в следующем. При небольшом перегреве элемента среды коэффициент теплопроводности и, следовательно, тепловой поток от него уменьшаются, что приведет к еще большему его перегреву. С показателем γ , если $\gamma > 0$, связан механизм вязкой диссипативной неустойчивости, физический смысл которой аналогичен: при случайном перегреве элемента жидкости коэффициент вязкости и, следовательно, вязкая диссипация энергии в нем возрастают, что приведет к дальнейшему нагреву элемента. Следует отметить, что указанные механизмы неустойчивости могут иметь место и в обычной гидродинамике. В отличие от них перегревная неустойчивость Леонтовича, ассоциируемая с показателем α , обусловлена зависимостью проводимости от температуры и джоулевой диссипацией энергии.

Как видно из (3.3), в рассматриваемой задаче могут проявляться все или часть указанных механизмов неустойчивости в зависимости от соотношений между параметрами α, β, γ . В частности, не представляет труда убедиться, что вязкая диссипация может стабилизировать неустойчивость, обусловленную джоулевым нагревом, и наоборот, и рассмотреть различные варианты при конкретном выборе показателей α, β, γ .

4. Исследуем, наконец, перегревную неустойчивость, отказавшись от предположения малых длин волн возмущений. Для простоты ограничимся случаем, когда $R_m \ll 1$, и влиянием изменения теплопроводности и вязкости можно пренебречь. Тогда, полагая $\beta = \gamma = 0$, из (3.2) получим

$$L(\theta) = \theta'' + [iP(\omega - kv) - (k^2 - \alpha \Pi g)] \theta = 0 \quad (4.1)$$

Это уравнение следует решать с однородными граничными условиями (1.11). Поскольку уравнение (4.1) симметрично относительно y , достаточно рассмотреть отдельно случаи четных и нечетных возмущений на интервале

(0, 1). Для четных и нечетных решений должны удовлетворяться соответственно условия

$$\theta'(0) = 0, \quad \theta(1) = 0; \quad \theta(0) = 0, \quad \theta(1) = 0 \quad (4.2)$$

К решению задачи о собственных значениях (4.1), (4.2) применим метод Галеркина. Выберем систему нормированных приближающих функций $\psi_n(y)$, удовлетворяющих граничным условиям (4.2). Аппроксимируя решение суммой

$$\theta = C_1\psi_1 + \dots + C_p\psi_p \quad (4.3)$$

из требования ортогональности остатка уравнения к приближающим функциям приходим к системе алгебраических уравнений

$$\sum_{n=1}^p C_n \int_0^1 \psi_m L(\psi_n) dy = 0 \quad (n, m = 1, 2, \dots, p) \quad (4.4)$$

Задача сводится, таким образом, к исследованию характеристического уравнения — определителя системы (4.4)

$$|L_{mn}| \equiv | -N_{mn}' + iP(\omega N_{mn} - kv_{mn}) - (k^2 N_{mn} - \alpha \Pi g_{mn}) | = 0$$

$$\left(N_{mn}' = \int_0^1 \psi_m' \psi_n' dy, \quad N_{mn} = \int_0^1 \psi_m \psi_n dy, \quad v_{mn} = \int_0^1 \psi_m v \psi_n dy \right) \quad (4.5)$$

Особый интерес представляет вычисление первого собственного значения, определяющего границу области устойчивости. Полагая $\omega_i = 0$, приравняв нулю вещественную и мнимую части (4.5) и исключая из полученных двух уравнений ω_r , можно в принципе получить при фиксированных значениях параметров P и α уравнение вида

$$F(k^2, \Pi) = 0 \quad (4.6)$$

Это уравнение в плоскости (k^2, Π) определяет нейтральную кривую, отделяющую область устойчивости ($\omega_i < 0$) от области неустойчивости ($\omega_i > 0$). Нетрудно проверить, что в первом приближении характеристическое уравнение имеет вид

$$\omega_r = kv_{11}, \quad P\omega_i = -N_{11}' - k^2 + \alpha \Pi g_{11} \quad (4.7)$$

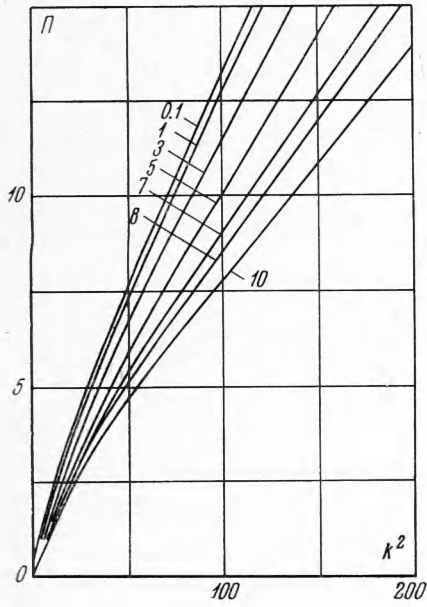
Таким образом, нейтральная линия оказывается прямой с угловым наклоном $(\alpha g_{11})^{-1}$. Однако точность первого приближения невелика, и в нем не выявляется зависимость границы области устойчивости от критерия P . Поэтому вычисления проводились во втором приближении. Для четных и нечетных возмущений использовались соответственно следующие системы приближающих функций

$$\psi_n^{(1)} = N_n(1 - y^{2n}), \quad \psi_n^{(2)} = N_n(\operatorname{ch} n - \operatorname{ch} ny), \quad \psi_n^{(3)} = \sqrt{2} \sin n\pi y \quad (n \geq 1)$$

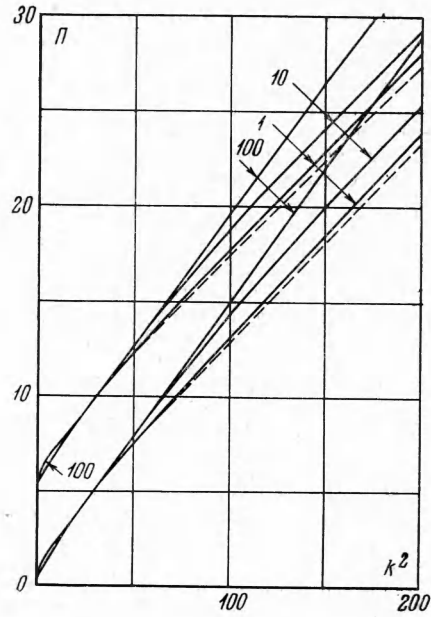
где N_n — нормировочные коэффициенты. Вычисления проводились для режима нулевого полного тока $J = 0$, теплового параметра $N = 1$ и показателя $\alpha = 10$ [8].

На фиг. 1 в осях (k^2, Π) приведена серия нейтральных кривых при разных числах Гартмана M (цифры на кривых) в случае $P = 1$ для четных возмущений. Область устойчивости находится под нейтральной кривой. При $k \geq 10$ граница области устойчивости, в согласии с результатами квазиклассической теории (2.4.2), (2.10), представляет собой прямую линию. Из фиг. 1 видно также, что с ростом магнитного поля наклон кривых и, следовательно, область устойчивости уменьшаются.

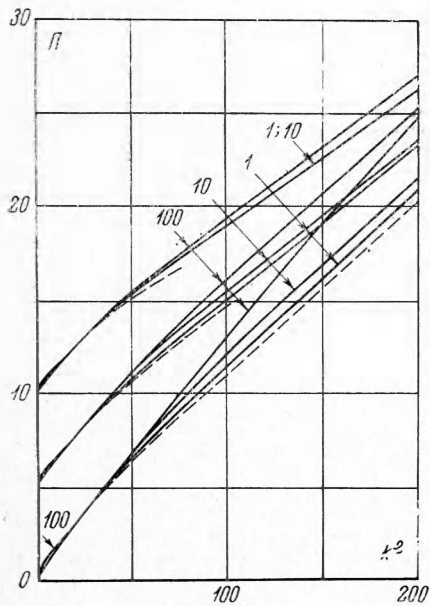
Влияние теплопроводности на устойчивость видно из фиг. 2, 3, где построены нейтральные кривые для случаев $M = 0,1; 1$ и $M = 3, 5, 7$ соответственно при значениях числа $P = 1, 10, 100$ (цифры на кривых). (Для удобства группы кривых, соответствующих разным M , смещены последовательно вверх вдоль оси ординат на отрезок, равный пяти.)



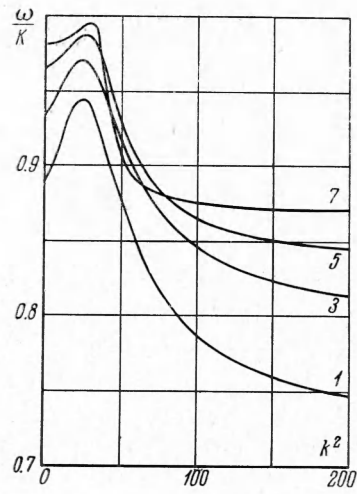
Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

Следует заметить, что кривые с $P \ll 1$ практически не отличаются от линии $P = 1$. При достаточно больших k нейтральные линии при фиксированном M становятся прямыми с одним и тем же наклоном, независимо от числа P , что согласуется с выводами квазиклассического рассмотрения (2.4.2.), (2.10) (с ростом P возрастает область значений $k \sim P$, где происходит сближение наклонов линий). Из фиг. 2, 3 следует, что в

области промежуточных и коротких длин волн рост критерия P приводит к некоторому увеличению области устойчивости. Однако с ростом M влияние числа P становится меньше, и нейтральные кривые начинают сливаться. Сплошными линиями на фиг. 1—3 нанесены результаты вычислений со степенными функциями (4.8.1). Для сравнения пунктиром проведены нейтральные кривые, вычисленные с экспоненциальными функциями $\Psi_n^{(2)}$ при $P = 1$. Как видно, результаты практически не зависят от выбора системы приближающих функций. Вычисления, проведенные с системой функций (4.8.2), показали, что граница области устойчивости определяется четными возмущениями. Нейтральные кривые для нечетных возмущений располагаются в области неустойчивости относительно четных возмущений.

Отметим в заключение следующее обстоятельство. Для коротковолновых возмущений, согласно (2.10) и (3.2), фазовая скорость волны не зависит от k . В случае промежуточных и больших длин волн имеет место заметная дисперсия. На фиг. 4 приведена серия кривых для $P = 1$, которые показывают зависимость (ω/k) от k^2 для нейтральных колебаний. При больших k кривые выходят на постоянные в согласии с (2.10), (3.2), при $k \leq 10$ — имеют горб. Цифры на кривых означают величину числа M , т. е. с ростом поля скорость волн увеличивается. Зная из точного решения значение (ω/k) при больших k и определив при помощи (2.10) координату y_0 , можно проверить, что наклоны нейтральных кривых, вычисленных точно и при помощи (2.10), совпадают.

Автор благодарен Ю. М. Золотайкину за программирование и проведение вычислений.

Поступила 24 III 1967

ЛИТЕРАТУРА

1. К а д о м ц е в Б. Б. Гидромагнитная устойчивость плазмы. Сб. «Вопросы теории плазмы». Вып. 2. Госатомиздат, 1963.
2. W r i g h t J. K. A Temperature Instability in Magnetohydrodynamic Flow. Proc. Phys. Soc., 1963, vol. 81, pt. 3, № 521.
3. К у л и к о в с к и й А. Г., Р е г и р е р С. А. О влиянии стенок на перегревную неустойчивость в магнитогиродинамическом канале. ПМТФ, 1965, № 5.
4. С а н о ч к и н Ю. В. О диссипативной неустойчивости в магнитной гидродинамике. Магнитная гидродинамика, 1965, № 3.
5. С а н о ч к и н Ю. В. О перегривной неустойчивости плазмы. Ж. техн. физ., 1965, т. 35, № 6.
6. С а н о ч к и н Ю. В. Об устойчивости неизотермического течения плазмы в плоском МГД-канале. ПМТФ, 1967, № 1.
7. Н е у w o o d J. B. An MHD Channel Flow with Temperature Dependent Electrical Conductivity. AIAA Jour., 1965, vol. 3, № 9.
8. С а н о ч к и н Ю. В., Ф и л и п п о в С. С. Неизотермическое течение плазмы в плоском МГД-канале. ПМТФ, 1966, № 6.
9. Г а л е е в А. А. Теория устойчивости неоднородной разреженной плазмы в сильном магнитном поле. Ж. эксперим. и теор. физ., 1963, т. 44, № 6.
10. Н о h F. C. Complex $W - K - B$ Method, Local Approximations, and Low Density Universal Instability. Phys. Fluids, 1965, vol. 8, № 9.
11. М о и с е е в С. С., С а г д е е в Р. З. Влияние конечной проводимости на устойчивость плазмы в магнитном поле. Ж. техн. физ., 1964, т. 34, № 2.