10. **Степанов С. Л.** Упругопластическое разрушение тонкой пластины с учетом утонения материала у вершины трещины.— В кн.: Прочность и надежность конструкций. Куйбышев: АИ, 1981.
11. **Anderson H., Bergkvist H.** Analysis of a non-linear crack model.— J. Mech. and Phys. Solids, 1970, vol. 18, N 1.
12. **Petukhov I. M., Linkov A. M.** The theory of post-failure deformations and the problem of stability in rock mechanics.— Int. J. Rock Mech. and Mining Sci. and Geomech. Abstr., 1979, vol. 16, N 2.
13. **Боришцев А. Б.** Об устойчивости тонкой локальной зоны необратимых деформаций.— В кн.: Проблемы механики деформируемого твердого тела. Л.: ЛГУ, 1982, вып. 14.
14. **Черепанов Г. П.** Механика хрупкого разрушения. М.: Наука, 1974.
15. **Райс Дж.** Математические методы в механике разрушения.— В кн.: Разрушение. М.: Мир, 1975, т. 2.
16. **Панасюк В. В.** Предельное равновесие хрупких тел с трещинами. Киев: Наук. думка, 1968.
17. **Верлань А. Ф., Сучиков В. С.** Методы решения интегральных уравнений с программами для ЭВМ. Справочное пособие. Киев: Наук. думка, 1978.
18. **Партон В. З., Морозов Е. М.** Механика упругопластического разрушения. М.: Наука, 1974.
19. **Морозов Е. П., Фридман Я. Б., Полак Л. С.** О вариационных принципах развития трещин в твердых телах.— ДАН СССР, 1964, т. 156, № 3.

Поступила 28/II 1984 г.

УДК 539.376

ПРОСТРАНСТВЕННАЯ ЗАДАЧА СТАЦИОНАРНОЙ ПОЛЗУЧЕСТИ СТОХАСТИЧЕСКИ НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЫ

Н. Н. ПОПОВ, Ю. П. САМАРИН

(Куйбышев)

Приводится решение пространственной задачи стационарной нелинейной ползучести среды, когда упругими деформациями допустимо пренебречь. Среда считается стохастически неоднородной, так что тензоры напряжений и деформаций являются случайными функциями пространственных координат. Аналогичная задача для тонкой стохастически неоднородной пластинки в условиях плоского напряженного состояния рассматривалась в [1, 2].

Установлено, что случайные вариации механических свойств материала способны оказывать существенное влияние на оценку работоспособности конструкций в условиях ползучести, а использованный в данной работе метод линеаризации правомерно применять к довольно широкому классу реальных материалов. Показано также, что даже в случае, когда детерминированная часть тензора напряжений отвечает плоскому напряженному состоянию, флуктуации напряжений в направлении всех трех главных осей являются величинами одного порядка.

Пусть компоненты тензора напряжений σ_{ij} удовлетворяют уравнениям равновесия

$$\sigma_{ij,j} = 0 \quad (i, j = 1, 2, 3), \tag{1}$$

а компоненты тензора скоростей деформаций $\dot{\varepsilon}_{ij}$ —условиям

$$\Lambda_{ijk}\Lambda_{lmn}\dot{\varepsilon}_{km,jn} = 0, \tag{2}$$

которые получаются из уравнений совместности для деформаций путем дифференцирования по времени (Λ_{ijk} — единичный антисимметричный псевдотензор).

Уравнения (1) и (2) замыкаются определяющим соотношением, которое принимается в соответствии с нелинейной теорией течения:

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = A(\sigma_{ij} - (1/3)\delta_{ij}\sigma_{mm}). \tag{3}$$

Здесь A — случайная функция, описывающая стохастические свойства материала:

$$A = cs^n[1 + \alpha U(x_1, x_2, x_3)], \tag{4}$$

$$\langle U\rangle = 0,\ \langle U^2\rangle = 1,\ 0 < \alpha < 1,\ s^2 = (1/2)(3\sigma_{ij}\sigma_{ij} - \sigma_{ii}\sigma_{jj}).$$

С помощью случайной функции $U(x_1, x_2, x_3)$ описываются флуктуации механических свойств, а число α играет роль коэффициента вариации этих свойств. Для реальных материалов α может изменяться в пределах от 0,05 до 0,5. Например, коэффициент вариации α для стали ЭИ 395, рассчитанный по результатам испытаний, заимствованный из [3], оказался равным 0,18, а для стали ЭИ 454 $\alpha = 0{,}39$.

Задача (1)—(4) является физически и статистически нелинейной, и в данной работе строится ее приближенное решение на основе метода линеаризации.

Пусть тензор напряжений представлен в виде суммы детерминированного слагаемого σ^0_{ij} и флуктуации σ^*_{ij}:

$$\sigma_{ij}=\sigma^0_{ij}+\sigma^*_{ij},\quad \langle\sigma_{ij}\rangle=\sigma^0_{ij},\quad \langle\sigma^*_{ij}\rangle=0.$$

Тензор σ^0_{ij} считается известным и может быть найден как решение соответствующей детерминированной задачи:

$$\sigma^0_{ij,j}=0,\quad \Lambda_{ijk}\Lambda_{lmr}\dot{\varepsilon}^0_{km,jr}=0,\quad \dot{\varepsilon}^0_{km,jr}=cs^{0n}\left(\sigma^0_{km}-\frac{1}{3}\,\delta_{km}\sigma^0_{ii}\right)_{,jr}. \tag{5}$$

Флуктуации σ^*_{ij} представляют собой высокочастотные возмущения, наложенные на детерминированное решение σ^0_{ij}, причем градиенты $\sigma^0_{ij,k}$ по модулю значительно меньше $\sigma^*_{ij,k}$. Поэтому при изучении флуктуаций в достаточно малой окрестности выбранной точки можно считать, что $\sigma^0_{ij}\approx\mathrm{const}$. Для краткости в дальнейшем также предполагается, что тензор σ^0_{ij} приведен к главным осям. Из (1), (5) следует, что

$$\sigma^*_{ij,j}=0. \tag{6}$$

Линеаризация соотношений (4) относительно флуктуаций σ^*_{ij} выполняется с учетом возможности пренебречь произведениями вида $\sigma^*_{ij}\sigma^*_{kl}$,

$$s^n=\left(s^{02}+s^*\right)^{n/2}\approx s^{0n}+\frac{n}{2}\,s^{0n-2}s^*, \tag{7}$$

где
$$s^{02}=\sigma^{02}_{11}+\sigma^{02}_{22}+\sigma^{02}_{33}-\sigma^0_{11}\sigma^0_{22}-\sigma^0_{11}\sigma^0_{33}-\sigma^0_{22}\sigma^0_{33},$$
$$s^*=\sigma^*_{11}p_1+\sigma^*_{22}p_2+\sigma^*_{33}p_3,\quad p_\beta=3\sigma^0_{\beta\beta}-\sigma^0_{ii}$$

(по греческим индексам суммирование не производится).

Скорости деформаций ползучести, согласно (3), (7), имеют вид (произведения вида $\alpha U\sigma^*_{ij}$ отброшены)

$$\dot{\varepsilon}_{\beta\beta}=\frac{1}{3}\,cs^{0n-2}\left[s^{02}p_\beta+s^{02}\left(3\sigma^*_{\beta\beta}-\sigma^*_{ii}\right)+\frac{n}{2}\,s^*p_\beta+s^{02}\alpha Up_\beta\right], \tag{8}$$
$$\dot{\varepsilon}_{\beta\gamma}=cs^{0n}\sigma^*_{\beta\gamma}\qquad(\beta\neq\gamma).$$

Флуктуации тензора скоростей деформаций

$$\dot{\varepsilon}^*_{ij}=\dot{\varepsilon}_{ij}-\dot{\varepsilon}^0_{ij}$$

можно вычислить с помощью (5), (8):

$$\dot{\varepsilon}^*_{\beta\beta}=\frac{1}{3}\,cs^{0n-2}\left[s^{02}\left(3\sigma^*_{\beta\beta}-\sigma^*_{ii}\right)+\frac{n}{2}\,s^*p_\beta+s^{02}\alpha Up_\beta\right], \tag{9}$$
$$\dot{\varepsilon}^*_{\beta\gamma}=cs^{0n}\sigma^*_{\beta\gamma}\qquad(\beta\neq\gamma).$$

Если в уравнения совместности для флуктуаций скоростей деформаций $\Lambda_{ijk}\Lambda_{lmn}\dot{\varepsilon}^*_{km,jn}=0$ подставить (9), то можно получить следующие соотношения:

$$\sigma^*_{33,12}\left(2+k_3p_3\right)+\sigma^*_{11,12}\left(-1+k_3p_1\right)+\sigma^*_{22,12}\left(-1+k_3p_2\right)+\alpha U_{,12}p_3=3\left(\sigma^*_{13,23}+\sigma^*_{23,13}-\sigma^*_{12,33}\right), \tag{10}$$
$$\sigma^*_{11,13}\left(-1+k_2p_1\right)+\sigma^*_{22,13}\left(2+k_2p_2\right)+\sigma^*_{33,13}\left(-1+k_2p_3\right)+\alpha U_{,13}p_2=3\left(\sigma^*_{23,12}+\sigma^*_{12,23}-\sigma^*_{13,22}\right),$$
$$\sigma^*_{11,23}\left(2+k_1p_1\right)+\sigma^*_{22,23}\left(-1+k_1p_2\right)+\sigma^*_{33,23}\left(-1+k_1p_3\right)+\alpha U_{,23}p_1=3\left(\sigma^*_{12,13}+\sigma^*_{13,12}-\sigma^*_{23,11}\right),$$
$$\sigma^*_{11,22}\left(2+k_1p_1\right)+\sigma^*_{22,22}\left(-1+k_1p_2\right)+\sigma^*_{33,22}\left(-1+k_1p_3\right)+\sigma^*_{11,11}\left(-1+k_2p_1\right)+\sigma^*_{22,11}\left(2+k_2p_2\right)+\sigma^*_{33,11}\left(-1+k_2p_3\right)+\alpha\left(U_{,22}p_1+U_{,11}p_2\right)=6\sigma^*_{12,12},$$

$$\sigma^*_{11,33}(2+k_1p_1)+\sigma^*_{22,33}(-1+k_1p_2)+\sigma^*_{33,33}(-1+k_1p_3)+\sigma^*_{11,11}(-1+k_3p_1)+$$
$$+\sigma^*_{22,11}(-1+k_3p_2)+\sigma^*_{33,11}(2+k_3p_3)+\alpha(U_{,33}p_1+U_{,11}p_3)=6\sigma^*_{13,13},$$
$$\sigma^*_{11,33}(-1+k_2p_1)+\sigma^*_{22,33}(2+k_2p_2)+\sigma^*_{33,33}(-1+k_2p_3)+\sigma^*_{11,22}(-1+k_3p_1)+$$
$$+\sigma^*_{22,22}(-1+k_3p_2)+\sigma^*_{33,22}(2+k_3p_3)+\alpha(U_{,33}p_2+U_{,22}p_3)=6\sigma^*_{23,23}\qquad\left(k_i=\frac{np_i}{2s^{02}}\right)$$

(при выводе уравнений (10) снова предполагалось, что σ^0_{ij} являются медленно изменяющимися функциями по сравнению с σ^*_{ij}).

В дальнейшем вместо задачи (1)—(4) решается линеаризованная задача (6), (10).

Пусть функция $U(x_1, x_2, x_3)$, с помощью которой задается случайное поле возмущений механических свойств материала, является однородной и изотропной. Тогда она представима в виде интеграла Фурье — Стилтьеса [4]:

$$U(x_1, x_2, x_3)=\int\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int e^{i\omega_k x_k}d\varphi(\omega_1, \omega_2, \omega_3), \tag{11}$$

причем для случайного дифференциала $d\varphi(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$ выполняется условие стохастической ортогональности

$$\langle \overline{d\varphi(\omega_1, \omega_2, \omega_3)}\, d\varphi(\omega_1', \omega_2', \omega_3')\rangle = S_U(\omega_1, \omega_2, \omega_3)\,\delta(\omega_1-\omega_1')\,\delta(\omega_2-\omega_2')\times$$
$$\times\,\delta(\omega_3-\omega_3')\,d\omega_1 d\omega_2 d\omega_3 d\omega_1' d\omega_2' d\omega_3',$$

где $S_U(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$ — спектральная плотность поля $U(x_1, x_2, x_3)$; $\delta(x)$ — дельта-функция Дирака.

Вдали от границ тела решение задачи (6), (10) также будет однородным и его можно искать в виде

$$\sigma^*_{mn}=\int\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int e^{i\omega_k x_k}\beta_{mn}(\omega_1, \omega_2, \omega_3)\,d\varphi(\omega_1, \omega_2, \omega_3), \tag{12}$$

где $\beta_{mn}(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$ — неизвестные весовые функции.

Неизвестные функции β_{mn} вычисляются из системы линейных уравнений, которая получается подстановкой (11), (12) в (6), (10):

$$\omega_1\beta_{11}+\omega_2\beta_{12}+\omega_3\beta_{13}=0,\quad \omega_1\beta_{12}+\omega_2\beta_{22}+\omega_3\beta_{23}=0,$$
$$\omega_1\beta_{13}+\omega_2\beta_{23}+\omega_3\beta_{33}=0,$$
$$\omega_1\omega_2[(-1+k_3p_1)\beta_{11}+(-1+k_3p_2)\beta_{22}+(2+k_3p_3)\beta_{33}]-$$
$$-3\omega_3(\omega_2\beta_{13}+\omega_1\beta_{23}-\omega_3\beta_{12})=-\omega_1\omega_2\alpha p_3,$$
$$\omega_1\omega_3[(-1+k_2p_1)\beta_{11}+(2+k_2p_2)\beta_{22}+(-1+k_2p_3)\beta_{33}]-$$
$$-3\omega_2(\omega_1\beta_{23}+\omega_3\beta_{12}-\omega_2\beta_{13})=-\omega_1\omega_3\alpha p_2,$$
$$\omega_2\omega_3[(2+k_1p_1)\beta_{11}+(-1+k_1p_2)\beta_{22}+(-1+k_1p_3)\beta_{33}]-$$
$$-3\omega_1(\omega_3\beta_{12}+\omega_2\beta_{13}-\omega_1\beta_{23})=-\omega_2\omega_3\alpha p_1.$$

В общем случае весовые функции имеют громоздкий вид, поэтому они не выписаны.

Теперь при помощи (12) можно определить тензор дисперсий случайного поля напряжений:

$$D_{ijkl}=\langle\overline{\sigma^*_{ij}(x_1, x_2, x_3)}\,\sigma^*_{kl}(x_1, x_2, x_3)\rangle=\int\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int S_U(\omega_1, \omega_2, \omega_3)\,\beta_{ij}(\omega_1, \omega_2, \omega_3)\times$$
$$\times\beta_{kl}(\omega_1, \omega_2, \omega_3)\,d\omega_1 d\omega_2 d\omega_3. \tag{13}$$

Интеграл (13) после перехода к сферическим координатам

$$\omega_1=\omega\sin\varphi\cos\theta,\quad \omega_2=\omega\sin\varphi\sin\theta,\quad \omega_3=\omega\cos\varphi$$

и с учетом того, что [3]

$$D_U=4\pi\int\limits_0^{\infty}S(\omega)\,\omega^2 d\omega=1,$$

приводится к виду.

$$D_{ijkl}=\int\limits_0^\pi R_{ijkl}(\cos\varphi)\,d(\cos\varphi), \tag{14}$$

где $R_{ijkl}(\cos\varphi)$ — известная рациональная функция $\cos\varphi$. Интегрируя (14), компоненты тензора дисперсии можно найти в явном виде.

В качестве примера рассматривается случай, когда $\sigma^0_{11}=\sigma^0_{22}\neq\sigma^0_{33}$. При этом весовые функции β_{ij} имеют вид

$$\beta_{i3}=-\alpha s^0\frac{\left(\omega_i\omega_3-\delta_{i3}\omega^2\right)\left(\omega_1^2+\omega_2^2-\omega_3^2\right)}{\Delta}\qquad(i=1,2,3), \tag{15}$$

$$\beta_{ij}=-\alpha s^0\frac{\left(\omega_i\omega_j-\delta_{ij}\omega^2\right)2\omega_3^2+\delta_{ij}\omega_3^2\left(\omega_1^2+\omega_2^2-\omega_3^2\right)}{\Delta}\qquad(i,j=1,2),$$

где $\omega^2=\omega_i\omega_i, \Delta=\left[(1+n)\left(\omega_1^2+\omega_2^2-\omega_3^2\right)^2+(4+n)\,\omega_3^2\left(\omega_1^2+\omega_2^2\right)\right]$.

Формулы (12),(15) выражают точное решение линеаризованной задачи (6), (10) при $\sigma^0_{11}=\sigma^0_{22}\neq\sigma^0_{33}$.

Компоненты тензора дисперсий можно вычислить по вышеуказанной схеме (см. (13), (14)). Тогда при $n\neq0$

$$D_{1111}=D_{2222}=\frac{\alpha^2s^{02}}{18n^2}\left[\frac{15B^2-7B+1}{B(4B-1)}+\frac{B(9-30B)}{2(4B-1)}K+\frac{27B-6}{2(4B-1)}L\right], \tag{16}$$

$$D_{3333}=\frac{\alpha^2s^{02}}{9n^2}\left[\frac{10B-1}{2B}-5BK+3{,}5L\right],$$

$$D_{1122}=\frac{\alpha^2s^{02}}{18n^2}\left[\frac{5B^2-5B+1}{B(4B-1)}+\frac{B(3-10B)}{2(4B-1)}K+\frac{25B-6}{2(4B-1)}L\right],$$

$$D_{1313}=D_{2323}=\frac{\alpha^2s^{02}}{18n^2}\left[-5+\frac{10B-1}{2}K-0{,}5L\right],$$

$$D_{1212}=\frac{\alpha^2s^{02}}{18n^2}\left[\frac{5B-1}{4B-1}-\frac{B(10B-3)}{2(4B-1)}K+\frac{B}{2(4B-1)}L\right],$$

$$D_{1133}=D_{2233}=\frac{\alpha^2s^{02}}{9n^2}\left[-2{,}5+2{,}5BK-L\right],$$

где

$$B=\frac{1+n}{3n},\quad K=\frac{1}{4\sqrt{B}\sqrt{2\sqrt{B}+1}}\ln\frac{1+\sqrt{2\sqrt{B}+1}+\sqrt{B}}{1-\sqrt{2\sqrt{B}+1}+\sqrt{B}}+$$

$$+\frac{1}{2\sqrt{B}\sqrt{2\sqrt{B}-1}}\left(\operatorname{arctg}\frac{1-\sqrt{B}}{\sqrt{2\sqrt{B}-1}}+\frac{\pi}{2}\right),$$

$$L=-\frac{1}{4\sqrt{2\sqrt{B}+1}}\ln\frac{1+\sqrt{2\sqrt{B}+1}+\sqrt{B}}{1-\sqrt{2\sqrt{B}+1}+\sqrt{B}}+\frac{1}{2\sqrt{2\sqrt{B}-1}}\times$$

$$\times\left(\operatorname{arctg}\frac{1-\sqrt{B}}{\sqrt{2\sqrt{B}-1}}+\frac{\pi}{2}\right).$$

При $n=0$ компоненты тензора дисперсий выражаются формулами

$$D_{1111}=D_{2222}=0{,}1234\alpha^2s^{02},\ D_{3333}=0{,}0730\alpha^2s^{02}, \tag{17}$$

$$D_{1122}=0{,}0984\alpha^2s^{02},\ D_{1313}=D_{2323}=0{,}0159\alpha^2s^{02},$$

$$D_{1212}=0{,}0127\alpha^2s^{02},\ D_{1133}=D_{2233}=0{,}0063\alpha^2s^{02}.$$

Остальные компоненты тензора дисперсий равны нулю.

Значения величины $\sqrt{D_{1111}}/s^0$ (в процентах), характеризующей разброс напряжений как функцию переменных α и n, приведены в табл. 1.

Как известно, степенной закон хорошо описывает ползучесть только на небольшом участке изменения напряжения. Лучшие результаты для описания зависимости скорости ползучести от напряжения дает закон гиперболического синуса. Если его

Таблица 1

n \ α	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
0	1,75	3,51	7,02	10,53	14,04	17,55
1	1,13	2,26	4,52	6,78	9,04	11,50
2	0,86	1,72	3,44	5,16	6,88	8,60
3	0,70	1,40	2,80	4,20	5,60	7,00
4	0,59	1,18	2,36	3,54	4,72	5,90
5	0,51	1,02	2,04	3,06	4,08	5,10
6	0,45	0,90	1,80	2,70	3,60	4,50
7	0,40	0,81	1,62	2,43	3,24	4,05
8	0,36	0,73	1,46	2,19	2,92	3,65

линеаризовать, то при малых напряжениях $n \approx 0$, при больших — n принимает значения порядка 6—8. Поэтому в области больших напряжений, где степенному закону ползучести соответствует показатель $n = 6—8$, относительная величина разброса $\sqrt{D_{1111}}/s^0$ для реальных материалов находится в пределах от 0,36 ($\alpha = 0,05$) до 3,65% ($\alpha = 0.5$). С уменьшением напряжений уменьшаются и значения показателей степенного закона ползучести, при этом величина $\sqrt{D_{1111}}/s^0$ увеличивается. В области низких напряжений, где возможна полная физическая линеаризация закона ползучести ($n = 0$), разброс напряжения принимает наибольшие значения: здесь $\sqrt{D_{1111}}/s^0$ заключена в пределах от 1,75 до 17,55%.

Формулы (16), (17) позволяют оценить величину разброса флуктуаций σ_{33}^*, когда в детерминированной задаче $\sigma_{33}^0 = 0$. В этом случае разброс σ_{33}^* характеризуется величиной $\sqrt{D_{3333}}/\sigma_{11}^0$ (при $\sigma_{11}^0 = \sigma_{22}^0$, $\sigma_{33}^0 = 0 - s^0 = \sigma_{11}^0$), значения которой (в процентах) в зависимости от α и n приведены в табл. 2. Значения $\sqrt{D_{3333}}/\sigma_{11}^0$ приблизительно лишь в 1, 5 раза меньше соответствующих значений $\sqrt{D_{1111}}/\sigma_{11}^0$, и поэтому пренебрегать флуктуациями не следует даже при $\sigma_{33}^0 = 0$.

При решении задачи ползучести стохастически неоднородной среды было сделано допущение о малости компонент тензора флуктуаций σ_{ij}^*. Это обстоятельство позволило, во-первых, пренебречь произведениями компонент этого тензора, во-вторых, линеаризовать функцию s^n. В результате этих операций была получена статистически и физически линейная задача.

Погрешности, возникающие при статистической и физической линеаризациях, взаимосвязаны, и поэтому получение точной оценки погрешностей в совокупности не представляется возможным. В связи с этим были рассмотрены приближенные оценки ошибок каждого из указанных двух типов в отдельности для случая $\sigma_{11}^0 = \sigma_{22}^0 \neq \sigma_{33}^0$. При этом предполагалось, что случайное поле $U(x_1, x_2, x_3)$ нормальное.

Погрешности физической линеаризации есть результат замены нелинейной функции s^n линейной путем разложения ее в степенной ряд с последующим удержанием только линейной части ряда (см. (7)). При этом предполагалось, что главной частью ошибки линеаризации является первый член отброшенного ряда. Рассматривалась относительная погрешность физической линеаризации f — случайной функции, для которой были найдены приближенно математическое ожидание и дисперсия.

Погрешности статистической линеаризации возникают в результате пренебрежения произведениями вида $\alpha U \sigma_{ij}^*$, $\sigma_{ij}^* \sigma_{kl}^*$. Эти погрешности оценивались для каждой компоненты тензора скоростей ползучести ε_{ij}. Были вычислены математические ожида-

Таблица 2

n \ α	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
0	1,85	2,70	5,40	8,10	10,80	13,50
1	0,80	1,61	3,22	4,83	6,44	8,05
2	0,58	1,16	2,32	3,48	4,64	5,80
3	0,45	0,91	1,82	2,73	3,64	4,55
4	0,37	0,75	1,50	2,25	3,00	3,75
5	0,32	0,64	1,28	1,92	2,56	3,20
6	0,28	0,56	1,18	1,68	2,24	2,80
7	0,24	0,49	0,98	1,47	1,96	2,45
8	0,22	0,45	0,90	1,25	1,80	2,25

Таблица 3

n \ α	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
1	0,57	1,34	2,28	3,39	4,75	6,38	8,33	10,68	13,78
2	0,79	1,77	2,83	4,07	5,47	7,06	8,86	10,90	13,28
3	0,99	2,29	3,81	5,63	7,74	10,15	12,90	16,05	19,65
4	1,18	2,72	4,61	6,91	9,60	12,74	16,32	20,42	25,10
5	1,28	3,10	5,25	7,95	11,09	14,84	19,14	24,02	29,58
6	1,39	3,30	5,77	8,79	12,40	16,60	21,45	26,97	33,29
7	1,46	3,62	6,14	9,52	13,46	18,06	23,38	29,45	36,36
8	1,52	3,72	6,60	10,31	14,35	19,30	25,01	31,55	38,96

ния и дисперсии относительных ошибок линеаризации φ_{ij}. Соответствующие выкладки ввиду громоздкости здесь не приводятся.

В качестве оценки относительной погрешности вычисления компоненты $\dot{\varepsilon}_{ij}$ в целом принимается верхняя граница доверительного интервала для величины $f + \varphi_{ij}$. Доверительная вероятность выбиралась равной 0,95, а корреляционная связь между ошибками двух типов не учитывалась. В табл. 3 приведены значения оценки относительной погрешности вычисления компоненты $\dot{\varepsilon}_{11}$ в зависимости от α и n (в процентах). Оценки погрешностей для других компонент $\dot{\varepsilon}_{ij}$ не превосходят оценки для $\dot{\varepsilon}_{11}$.

Нетрудно видеть из табл. 3, что имеется довольно обширная область параметров α и n, погрешность в которой вполне приемлема для решения практических задач. В качестве примера в табл. 3 отделена область, где погрешность не превосходит 10%.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Кузнецов В. А., Самарин Ю. П.** Плоская задача кратковременной ползучести для среды со случайными реологическими характеристиками.— В кн.: Труды X Всесоюз. конф. по теории оболочек и пластин (Кутаиси, 1975). Тбилиси: Мецниереба, 1975.
2. **Кузнецов В. А.** Ползучесть стохастически неоднородных сред в условиях плоского напряженного состояния.— В кн.: Математическая физика. Куйбышев: КПТИ, 1976.
3. **Одинг И. А., Иванова В. С., Бурдукский В. В., Геминов В. Н.** Теория ползучести и длительной прочности металлов. М.: Металлургиздат, 1959.
4. **Свешников А. А.** Прикладные методы теории случайных функций. М.: Наука, 1968.

Поступила 9/II 1984 г.