

РУДНИЧНАЯ АЭРОГАЗОДИНАМИКА

УДК 622.4

ВЛИЯНИЕ ВОЗМУЩЕНИЙ ВОЗДУШНОГО ПОТОКА ОТ ПОРШНЕВОГО ДЕЙСТВИЯ ПОЕЗДОВ НА ТУННЕЛЬНЫЕ ВЕНТИЛЯТОРЫ МЕТРОПОЛИТЕНОВ

А. М. Красюк¹, П. В. Косых², Е. Ю. Русский¹

¹Институт горного дела им. Н. А. Чинакала СО РАН, E-mail: krasuk@cn.ru,
Красный проспект, 54, 630091, г. Новосибирск, Россия

²Новосибирский государственный технический университет,
просп. К. Маркса, 630074, г. Новосибирск, Россия

Представлены результаты спектрального анализа возмущений воздушного потока, вызванного движением поездов в метрополитене. Предложена методика определения влияния возмущенного воздушного потока на крутильные колебания ротора туннельного вентилятора. Показано, что при использовании частотно регулируемого привода возможно совпадение гармонических частот возмущенного потока с собственными частотами ротора.

Частота движения поездов, возмущение воздушного потока, спектральный анализ, вентилятор, метрополитен, амплитуда колебаний, нагрузки на вентилятор, усталостная прочность, спектр частот

В метрополитенах России и стран СНГ вентиляторы типа ВОМД-24 составляют около 95 % парка действующих машин. Они более чем в 2 раза выработали проектный ресурс, так как работают по 30–40 лет. Конструктивно метрополитены устроены так, что заменить старые вентиляторы новыми тех же габаритов невозможно, поскольку их установка осуществлялась во время строительства вентиляционных камер с последующей засыпкой грунтом. Поэтому замена этих машин производится через монтажные проемы на вентиляторы меньшего диаметра, что ведет к уменьшению производительности вентиляторной установки. Наиболее приемлемым путем решения проблемы является модернизация устаревших вентиляторов с целью продления их ресурса с одновременным повышением эффективности работы [1]. Способ такой модернизации разработан в Институте горного дела СО РАН и апробирован в Новосибирском метрополитене на станции “Октябрьская”. Суть модернизации сводится к замене узлов и деталей ротора, которые износились или выработали свой ресурс (рис. 1).

Неподвижные узлы, такие как корпус, спрямляющий и направляющий аппараты и прочие, остаются прежними. Клиноременная передача заменяется редуктором. Это обусловлено повышенными нормативными требованиями к предельной температуре, при которой должен работать вентилятор в режиме дымоудаления. При модернизации учитывается тот факт, что требуемая производительность вентилятора, определяемая потребностью станции в воздухе, зависит от

интенсивности пассажиропотока, тепловыделений поездов и температуры атмосферного воздуха. Эти параметры изменяются в течение суток, недели (выходные или будничные дни) и сезона (зима или лето). Следовательно, вентилятор должен быть регулируемым по производительности.

Существуют три способа регулирования: изменение угла установки лопаток входного направляющего аппарата, изменение угла установки лопаток рабочего колеса и изменение скорости вращения рабочего колеса. Первый способ имеет недостаточную глубину регулирования, второй и третий — равноценны по экономичности работы [2]. Поскольку мощность приводных электродвигателей туннельных вентиляторов метрополитенов в основном составляет 45–75 кВт, то значительно дешевле оборудовать их частотно регулируемым приводом, чем изготавливать ротор с механизмом поворота рабочих лопаток на ходу. При расчете узлов ротора с изменяемой скоростью вращения привода необходимо учесть тот факт, что вынуждающие силы будут изменять свою частоту колебаний в широких пределах. При этом в вентиляционных сетях метрополитенов действуют возмущения воздушного потока, вызванные поршневым действием движущихся поездов [3]. Исследование характера нагружения рабочего колеса переменными во времени силами является актуальной задачей, так как нагрузка на рабочее колесо зависит от воздушного потока. Изменение параметров потока непосредственно влияет на деформацию и колебания ротора. Для нормальной и долговечной работы необходимо устранение как возможности возникновения резонансных явлений при работе вентилятора, так и условий усталостного разрушения. Достижение этой цели неразрывно связано с исследованием возмущений воздушного потока, вызванных поршневым действием движущихся поездов.

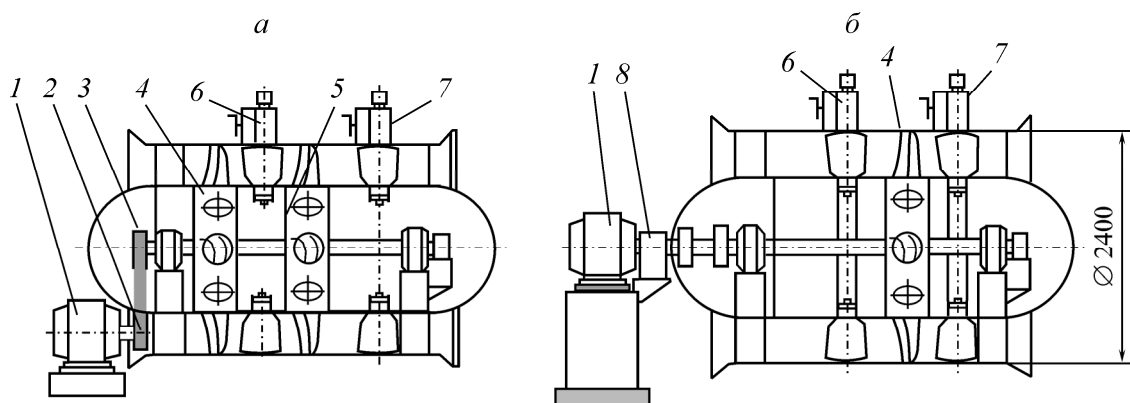


Рис. 1. Компонентные схемы: *а* — ВОМД-24 (до модернизации); *б* — ВОМ-24 (после модернизации): 1 — приводной электродвигатель; 2, 3 — шкивы ременной передачи; 4, 5 — рабочее колесо 1-й и 2-й ступени соответственно; 6 — спрямляюще-направляющий аппарат; 7 — спрямляющий аппарат; 8 — редуктор с муфтой

В настоящей работе проведен спектральный анализ воздушного потока, действующего на вентилятор, в зависимости от частоты движения поездов и скорости вращения ротора. Вентилятор имеет частотно-регулируемый привод с мощностью электродвигателя 55 кВт. Исходные данные для анализа параметров воздушного потока получены в ходе натурального эксперимента в вентиляционной камере станции «Октябрьская» Новосибирского метрополитена.

На рис. 2 показано расположение измерительных приборов, а на рис. 3 приведена схема движения воздушного потока в окрестностях станции.

При проведении натурального эксперимента измерялись следующие величины: барометрическое давление P_a , даПа; температура окружающего воздуха t_a , °С и его влажность φ , %; перепад статического давления между нагнетательным и всасывающим помещениями венткамеры P_{SV} , даПа.

Для регистрации давления использовался цифровой дифференциальный манометр ДМЦ-010 класса точности 0.02 с выводом информации на компьютер через интерфейс RS232. Отсчеты по приборам во время испытаний проводились при установившемся режиме работы вентилятора с частотой 0.5 Гц. Расход воздуха вычисляли по формуле $Q = VS$, где S — площадь сечения проточной части вентилятора; V — средняя скорость воздуха в проточной части, $V = \sqrt{2P_{SV} / \rho}$, где ρ — плотность воздуха.

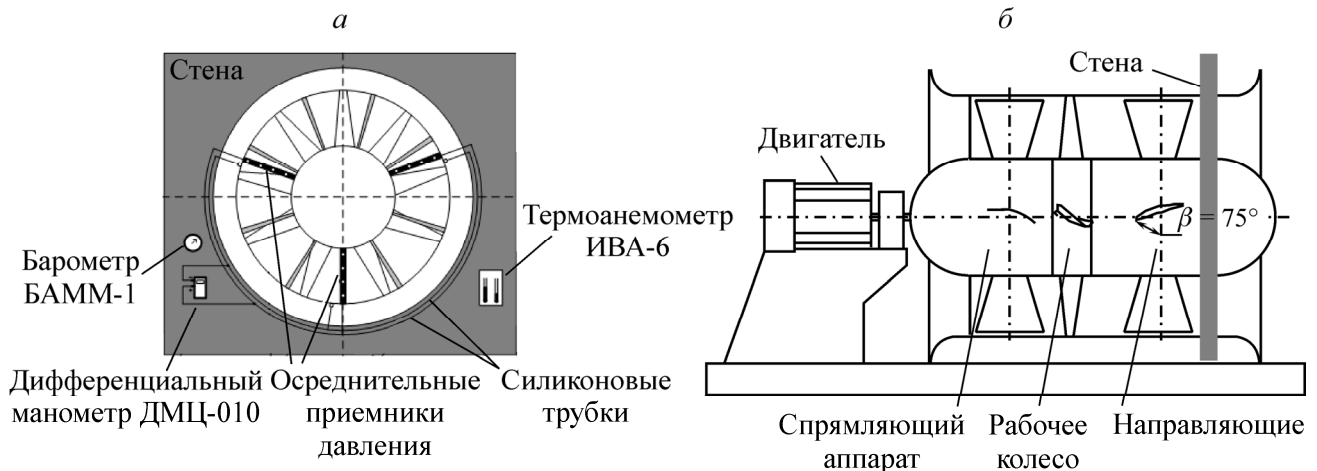


Рис. 2. Схема установки датчиков и приборов (а) и положения лопаток рабочего колеса и направляющего аппарата (б)

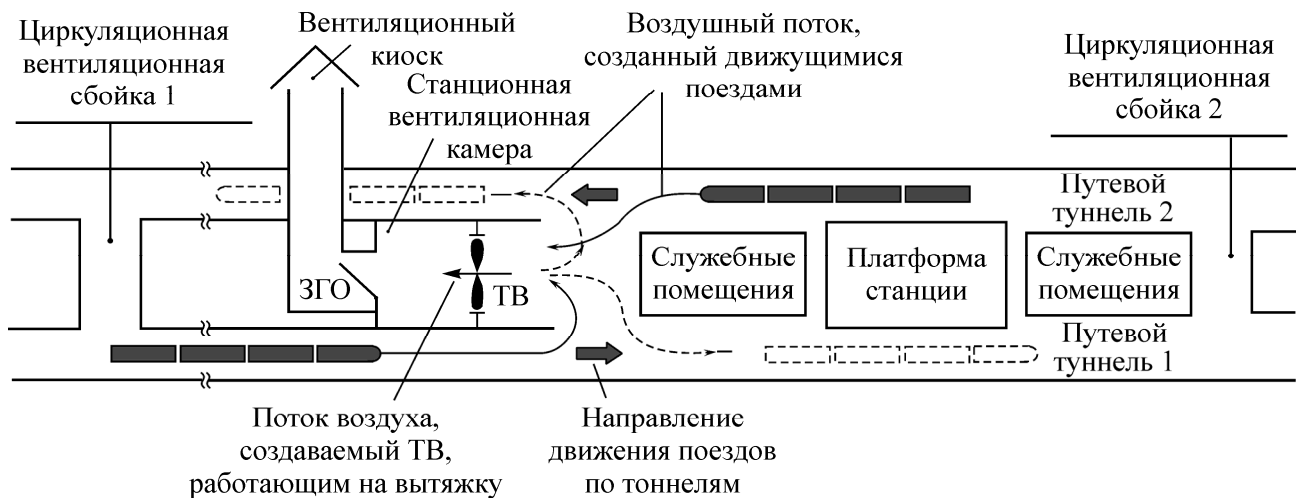


Рис. 3. Схема движения воздушных потоков во время экспериментов в вентиляционной камере станции «Октябрьская»: ЗГО — затвор гражданской обороны; ТВ — туннельный вентилятор с преобразователем частоты

Измеренный таким образом расход воздуха при двух режимах работы вентилятора 144 и 262 об/мин и частоте следования поездов 7, 12, 15 пар/ч показан на рис. 4. Видно, что расход воздуха при всех режимах движения поездов состоит из переменного потока, действующего на фоне постоянного значения. Зависимости этой постоянной составляющей от режима работы вентилятора и частоты следования поездов приведены на рис. 5. Точки на графиках получены усреднением расхода воздуха за период движения поездов. Зависимость среднего расхода воздуха от частоты движения поездов незначительна, в то же время увеличение скорости вращения ротора в 1.8 раза повышает его в 2 раза.

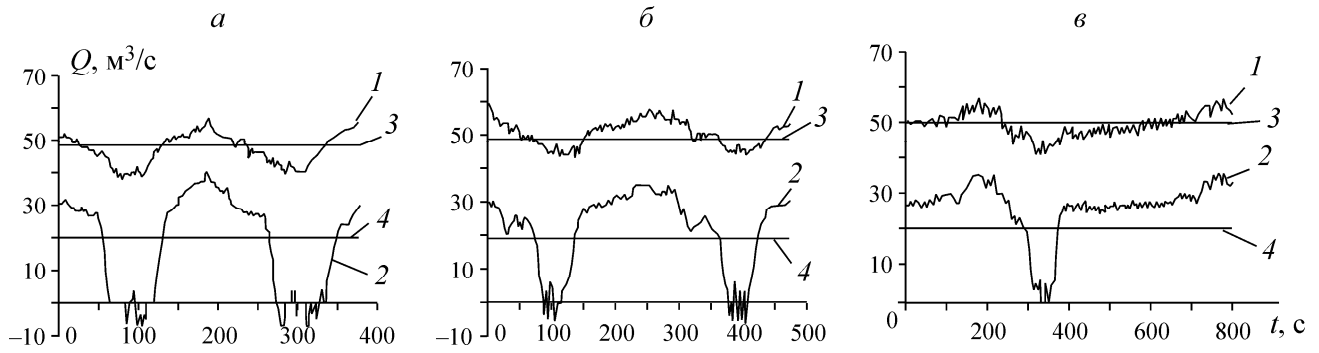


Рис. 4. Зависимость расхода воздуха от времени при частоте следования поездов, пар/ч: *a* — 15, *б* — 12; *в* — 7; скорости вращения ротора, об/мин: 1 — 262; 2 — 144; постоянной составляющей расхода, об/мин: 3 — 262; 4 — 144

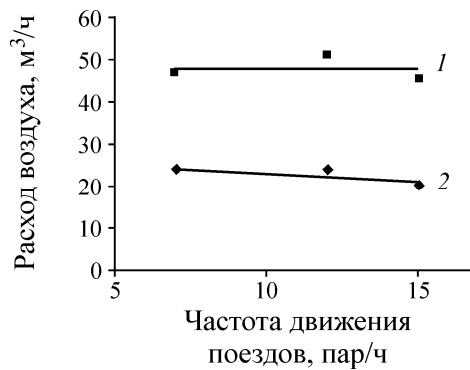


Рис. 5. Зависимость среднего расхода воздуха от частоты следования поездов при скорости вращения ротора, об/мин: 1 — 262; 2 — 144

Далее исследована переменная составляющая воздушного потока, полученная вычитанием среднего значения расхода из общего, и использован гармонический анализ на основе быстрого преобразования Фурье. Сигнал приводился к безразмерному виду путем деления на соответствующее среднее значение. Амплитудные спектры расхода воздуха для частоты следования поездов 15 пар/ч при двух скоростях вращения ротора показаны на рис. 6, где относительные амплитуды — это отношение амплитуды к среднему значению расхода. Там же для сравнения приведены графики, синтезированные по вычисленным наиболее значимым частотам. Для других режимов движения спектры имеют аналогичный вид. Видно, что они являются довольно узкими. Это означает, что основная мощность потока заключена в нескольких гармониках.

Из сравнения спектров возмущений воздушного потока (рис. 7) следует, что с увеличением частоты движения поездов увеличивается основная частота колебаний расхода и ее амплитуда. Чем ниже скорость вращения ротора, тем больше относительная амплитуда A гармонических составляющих. Так, при скорости 144 об/мин A_{\max} близка к 1, т. е. амплитуда колебаний потока сопоставима с его средним значением (постоянной составляющей). При скорости 262 об/мин A_{\max} не превышает 0.16.

Заслуживает внимания еще один факт. Если сопоставить частоты максимальных гармоник с частотой движения поездов, то оказывается, что они различаются примерно в 2 раза для всех исследованных режимов (таблица). Это позволяет прогнозировать спектр возмущенного воздушного потока и при других интенсивностях движения поездов.

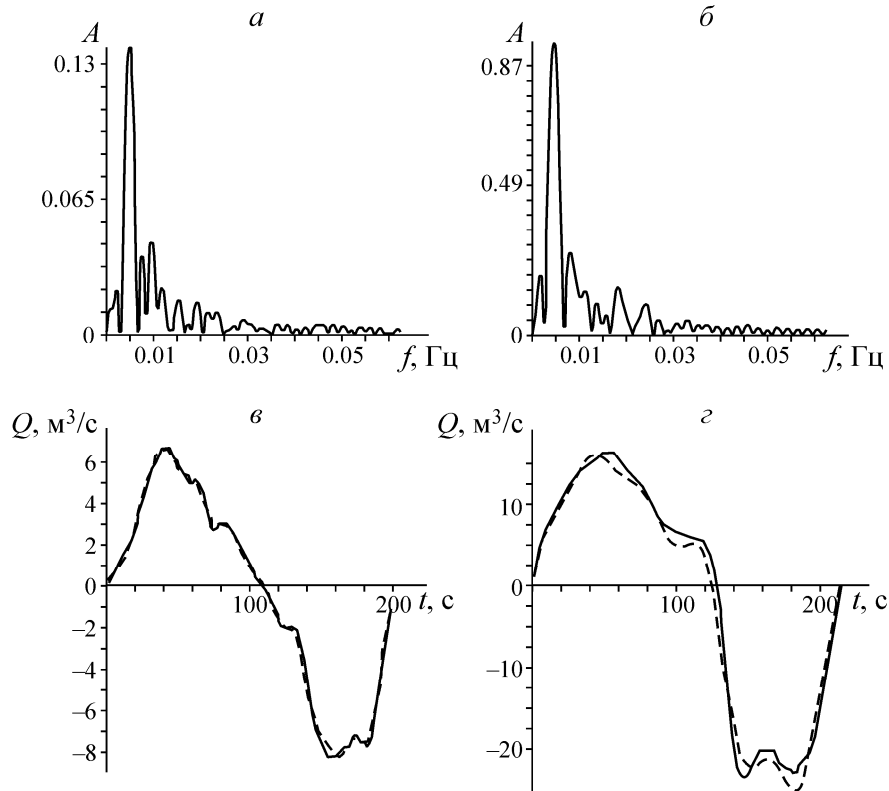


Рис. 6. Амплитудные спектры (*а*, *б*) и переменная составляющая (*в*, *г*) расхода воздуха при частоте следования поездов 15 пар/мин при скорости вращения ротора вентилятора 144 (*а*) и 262 об/мин (*б*): сплошная линия — измеренный сигнал; штриховая — синтезированный

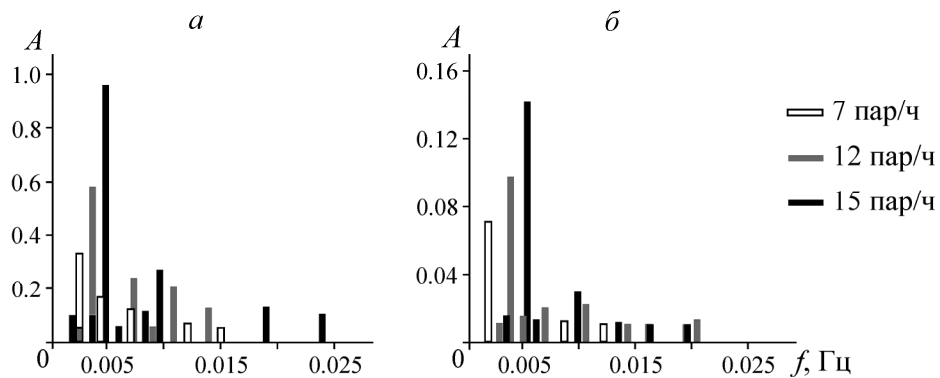


Рис. 7. Спектры возмущений воздушного потока, об/мин: *а* — 144; *б* — 262

Сравнение частот гармоник с максимальной амплитудой с частотой движения поездов

Скорость вращения ротора <i>n</i> , об/мин	Интенсивность движения поездов, пар/ч	Частота следования поездов <i>N</i> , 1/с	Частота максимальной гармоники <i>f</i> , Гц	Отношение <i>f/N</i>
144	7	0.0039	0.0023	0.596
	12	0.0067	0.0035	0.522
	15	0.0083	0.0047	0.564
262	7	0.0039	0.0017	0.439
	12	0.0067	0.0036	0.536
	15	0.0083	0.0049	0.604

В [1] показано, что переменный воздушный поток вызывает дополнительные крутильные деформации вала ротора вентилятора. Поэтому важным остается вопрос о соотношении собственных частот крутильных колебаний ротора и гармонических составляющих воздушного потока, так как при их кратном отношении могут возникать резонансные явления в вентиляторе. Учитывая, что самая низкая собственная частота крутильных колебаний ротора составляет 6 Гц [1], а основная энергия потока переносится двумя-тремя гармониками, частота которых не превышает 0.015 Гц, то резонансных явлений при работе вентилятора не возникает [4].

Проведем расчет крутильных деформаций вала ротора, имеющего одноступенчатый ротор, сопряженный с электродвигателем через редуктор. Вентиляторный агрегат можно представить в виде четырехмассовой модели (рис. 8б).

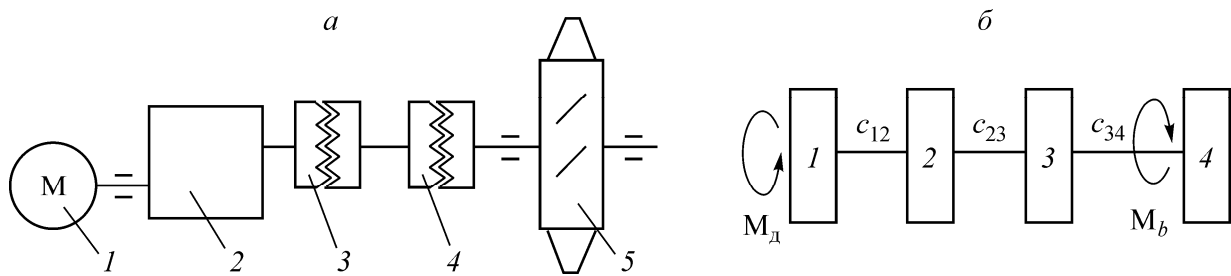


Рис. 8. Кинематическая (а) и расчетная (б) схемы вентиляторного агрегата ВОМ-24: 1 — приводной электродвигатель; 2 — редуктор; 3, 4 — промежуточный вал с полумуфтами; 5 — рабочее колесо

Четырехмассовая динамическая модель вентилятора ВОМ-24 описывается как [5]:

$$\begin{aligned}
 J_1 \ddot{\varphi}_1 &= M_d - c_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) - \mu(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2), \\
 J_2 \ddot{\varphi}_2 &= c_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) + \mu(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) - c_{23}(\varphi_2 - \varphi_3) + \mu(\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_3), \\
 J_3 \ddot{\varphi}_3 &= c_{23}(\varphi_2 - \varphi_3) + \mu(\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_3) - c_{34}(\varphi_3 - \varphi_4) + \mu(\dot{\varphi}_3 - \dot{\varphi}_4), \\
 J_4 \ddot{\varphi}_4 &= c_{34}(\varphi_3 - \varphi_4) + \mu(\dot{\varphi}_3 - \dot{\varphi}_4) - M_b - M_{\text{п}},
 \end{aligned} \tag{1}$$

где J_1 — момент инерции ротора электродвигателя I и муфты, приведенный к валу колеса; J_2 — момент инерции редуктора 2, муфты 3 и половины вала на участке 3–4; J_3 — момент инерции половины вала на участке 3–4, муфты 4 и половины вала на участке 4–5; J_4 — момент инерции рабочего колеса 5, половины вала на участке 4–5 и оставшейся части вала, находящейся справа от рабочего колеса; φ_i — угловая координата i -го сечения; $\dot{\varphi}_i$ — угловая скорость i -го сечения; $\ddot{\varphi}_i$ — угловое ускорение i -го сечения; M_d — момент на валу электродвигателя задается по формуле Клосса [6]; M_b — момент на валу вентилятора (технологическая нагрузка) задается как функция угловой скорости и в зависимости от угла установки рабочих лопаток изменяется от 0.33 до $0.696\omega^2$ (при скорости менее 3 рад/с M_b равен суммарному моменту трения в подшипниках); $c_{i,i+1}$ — крутильная жесткость участка вала между i -м и $(i+1)$ -м сечением с учетом жесткости стыков деталей машин, передающих крутящий момент, Н·м/рад; μ — коэффициент вязкого трения в материале вала (223.83 Н·м·с); J_i — момент инерции i -го участка ротора, кг·м²; $M_{\text{п}}$ — момент сопротивления на валу ротора от поршневого действия поезда на воздушный поток.

Расчетные параметры механической системы: $J_1 = 8.22$, $J_2 = 0.54$, $J_3 = 0.5$, $J_4 = 202.0$, $c_{12} = 1.08 \cdot 10^5$, $c_{23} = 2.42 \cdot 10^5$, $c_{34} = 1.06 \cdot 10^6$.

Согласно [4], если на систему действует произвольная вынуждающая нагрузка, то ее можно представить в виде ряда основных частот. Расход воздуха при частоте следования поездов 15 пар/ч и скорости вращения двигателя 144 и 262 об/мин (см. рис. 4а) можно представить разложением в тригонометрический ряд:

$$Q_{144} = 19.47 \sin(2\pi \cdot 0.0047t - 0.748) + 5.24 \sin(2\pi \cdot 0.00961t + 1.039) + 2.4 \sin(2\pi \cdot 0.0188t + 2.89),$$

$$Q_{262} = 6.37 \sin(2\pi \cdot 0.0049t + 3.126) + 1.25 \sin(2\pi \cdot 0.00961t + 2.74) + 0.47 \sin(2\pi \cdot 0.0133t - 0.98), \quad (2)$$

где t — время действия возмущения воздушного потока.

В (2) учтены первые три члена ряда. Следует отметить, что частоты первых двух гармоник совпадают, т. е. частота возмущенного сигнала не зависит от скорости вращения ротора.

Кроме того, у осевых вентиляторов возмущения потока возникают вследствие неравномерности течения потока при взаимодействии с лопатками входного направляющего аппарата (НА). Площадь проточной части вентилятора постоянно изменяется, так как лопатки рабочего колеса (РК) то заходят в “тень” лопаток направляющего аппарата, то оказываются между ними. В этом случае числа кратности зависят от количества лопаток НА и РК.

Ротор вентилятора имеет 10 лопаток РК и 14 лопаток НА. Лопатку НА можно с упрощением считать сектором кольца с углом $\alpha = 2\pi/14$, внутренним радиусом $r = 720$ мм и внешним радиусом $R = 1200$ мм. В рабочем режиме каждая лопатка повернута на угол $\beta = 75^\circ$ (рис. 2б) по отношению к плоскости, перпендикулярной оси вращения ротора. В плоскости, перпендикулярной потоку, проекция повернутой лопатки представляет также сектор кольца, но с другим углом. Этот угол составляет $\gamma \approx 13^\circ$. Вычислим площадь проекции такой лопатки $S_{НА} = \gamma(R^2 - r^2)/2 \approx 0.105$ м².

Проекцию лопатки РК вентилятора ВОМД-24 на плоскость, перпендикулярную оси вращения ротора, условно можно считать прямоугольником со сторонами 502×480 мм, т. е. $S_{РК} = 0.241$ м². Для упрощения расчетов будем считать лопатку сектором с площадью, равной $S_{РК}$ (рис. 9). Такой площади соответствует угол $\delta \approx 30^\circ$.

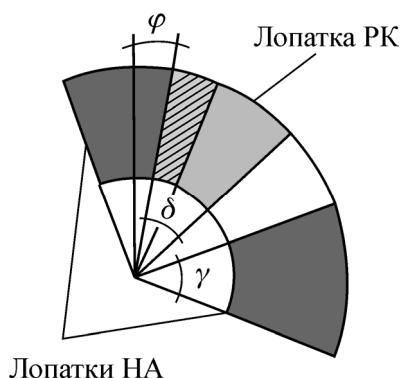


Рис. 9. Расчетная схема для определения площади проточного сечения вентилятора

Площадь проходного сечения без лопаток РК и НА равна $S_{\Pi} = \pi(R^2 - r^2) = 2.9$ м². Вычитая из площади проточной части, равной $S_{\Pi} = 2.9$ м², площадь проекций лопаток НА, получим площадь “зазора” для движения воздуха $S_3 = 2.9 - 14S_{НА} = 1.43$ м². Далее определяем максимальную и минимальную площадь проходного сечения проточной части при перекрытии ее лопаткой РК и НА:

$$S_{\max} = S_{\text{НА}} - \frac{\pi/7 - \gamma}{2} (R^2 - r^2) = 1.43 - 0.102 = 1.328 \text{ м}^2,$$

$$S_{\min} = S_{\text{П}} - 13S_{\text{НА}} - S_{\text{ПК}} = 2.9 - 13 \cdot 0.105 - 0.241 = 1.294 \text{ м}^2.$$

Функция перекрываемой площади одной лопаткой от поворота ротора является кусочной и запишется так:

$$S = \begin{cases} S_3 + S_{\text{НА}} - S_{\max}, & (n-1)\frac{\pi}{7} \leq \varphi < \frac{1}{7}\pi n + \gamma - \delta, \\ S_3 + S_{\text{НА}} - S_1, & \frac{1}{7}\pi n + \gamma - \delta \leq \varphi < \gamma + \frac{1}{7}\pi(n-1), \\ S_3 + S_{\text{НА}} - S_{\min}, & \frac{1}{7}\pi(n-1) + \gamma \leq \varphi < \frac{1}{7}\pi(n+1) - \delta, \\ S_3 + S_{\text{НА}} - S_2, & \frac{1}{7}\pi(n+1) - \delta \leq \varphi < \frac{1}{7}\pi n, \end{cases}$$

где φ — угол поворота ротора; n — номер участка; γ — угол сектора лопатки НА; δ — угол сектора лопатки РК; S_1 — функция линейного изменения площади с S_{\max} до S_{\min} .

Функцию площади перекрытия для остальных лопаток получим путем прибавления к аргументу соответствующего угла. Затем все функции можно суммировать и получить общую функцию площади перекрытия для всех лопаток. На рис. 10 показан график этой функции за половину оборота ротора.

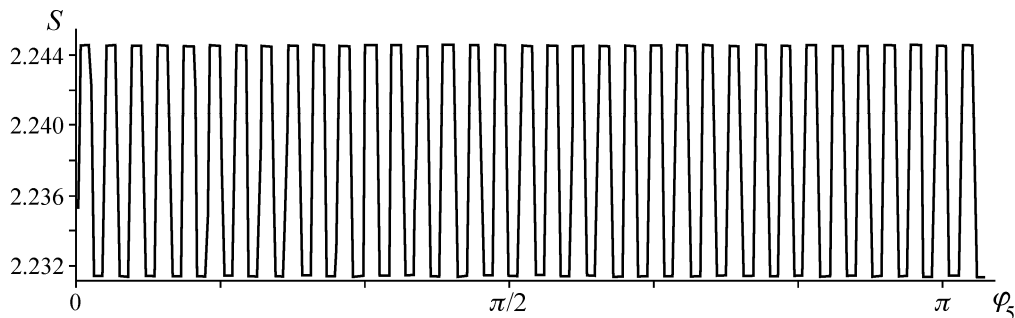


Рис. 10. Изменение площади перекрытия проходного сечения за половину оборота

Анализ данной функции показывает, что основная частота изменения площади составляет 70 колебаний за оборот. Тогда каждую секунду возмущенный воздушный поток будет изменяться $f' = 70n/60$ раз, где n — скорость вращения ротора, об/мин. При $n = 100-500$, $f' = 167-583 \text{ с}^{-1}$. Умножив частоту гармоник в выражении расхода на f' , определим, с какой частотой воздушный поток воздействует на рабочее колесо:

$$\omega_1 = 2\pi \cdot 0.0047(167 - 583) = 4.9 - 7.2 \text{ рад/с},$$

$$\omega_2 = 2\pi \cdot 0.0096(167 - 583) = 10.1 - 35.3 \text{ рад/с},$$

$$\omega_3 = 2\pi \cdot 0.0188(167 - 583) = 19.7 - 68.8 \text{ рад/с}.$$

В работе [1] определены собственные крутильные колебания ротора рассматриваемого вентилятора. Нижняя частота составляет 6 Гц, или 37.68 рад/с. Проведем анализ гармонических частот возмущенного потока с частотой собственных крутильных колебаний ротора.

Очевидно, что для того, чтобы избежать резонансных явлений, необходимо исключить из работы следующие скорости вращения ротора: а) 480–500 об/мин для непопадания в область близкую к $\omega_2 = 35.3$ рад/с; б) 270–300 об/мин для непопадания в резонансную область $\omega_3 = 37.68$ рад/с.

Для перехода от расхода воздуха к моменту M_n это выражение умножено на коэффициент k , который получен путем сравнения момента сопротивления M_b при среднем расходе с моментом, рассчитанным по средней потребляемой мощности двигателя. Для скорости вращения 144 об/мин $k = 7.55$, для 262 об/мин — 16.92, $M_n = kQ$.

Решение системы уравнений (1) сводится к решению задачи Коши при начальных условиях

$$\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = \varphi_4 = 0, \quad \dot{\varphi}_1 = \dot{\varphi}_2 = \dot{\varphi}_3 = \dot{\varphi}_4 = 0.$$

Результаты математического моделирования влияния возмущенного воздушного потока на вентилятор ВОМ-24 при скорости вращения 144 об/мин приведены на рис. 11.

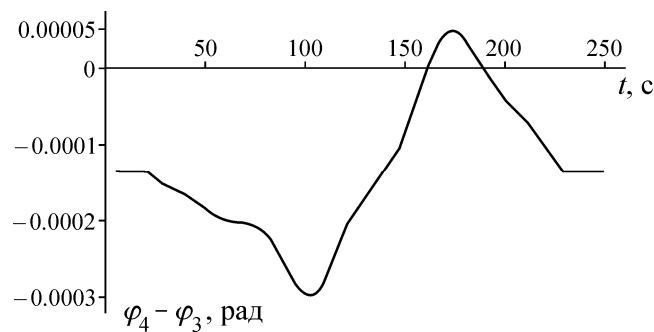


Рис. 11. Изменение крутильных деформаций ротора при взаимодействии лопаточной системы вентилятора с возмущенным воздушным потоком от поршневого действия поездов

За каждый проход поезда вал ротора будет испытывать деформации, аналогичные приведенным на рис. 11. Например, в Новосибирском метрополитене за сутки по туннелю проходят около 270 пар поездов, т. е. возмущающий воздушный поток действует на вентилятор 540 раз в сутки. Учитывая, что нормативный срок эксплуатации вентилятора составляет 16 лет, то в соответствии с этим число циклов возмущения равно $n = 365 \cdot 16 \cdot 540 = 3.15 \cdot 10^6$. При таком числе циклов может наступить усталостное разрушение и необходим проверочный расчет на усталостную прочность. Для этого определим коэффициент запаса прочности по формулам, основанным на схематизации диаграмм по способу Серенсена–Кинасошвили и предположении о подобии рабочих и предельных циклов напряжений [6] для участка соединения вала с муфтой как имеющего наименьший диаметр 90 мм:

$$n_\tau = \frac{\tau_{-1}}{(k_\tau)_d \tau_a + \psi_\tau \tau_m},$$

где τ_{-1} — предел выносливости; τ_a — амплитуда напряжений; τ_m — среднее напряжение; ψ_τ — коэффициент чувствительности материала к асимметрии цикла; k_τ — эффективный коэффициент концентрации напряжений.

Полярный момент сопротивления на этом участке $W = \pi d^3 / 16 = 1.43 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3$. Материал вала — сталь 40Х, для которой предел выносливости $\tau_{-1} = 210 \text{ МПа}$.

Характеристики возмущения: наименьшее напряжение в цикле $\tau_{\min} = -2.34$ МПа, наибольшее — $\tau_{\max} = 0.37$ МПа; среднее — $\tau_m = (\tau_{\max} + \tau_{\min})/2 = -0.985$ МПа; амплитуда $\tau_a = (\tau_{\max} - \tau_{\min})/2 = 2.71$ МПа. Коэффициент асимметрии $R = \tau_{\min} / \tau_{\max} = -6.32$, характеристика цикла $\rho = \tau_a / \tau_m = (1 - R)/(1 + R) = 0.36$.

Эффективный коэффициент концентрации напряжений по таблице для шпоночного соединения для стали 40Х равен $k_\tau = 1.8$. Коэффициент влияния абсолютных размеров $\varepsilon = 0.5$; коэффициент, учитывающий качество обработки поверхностей $\beta = 0.9$; $(k_\tau)_Д = k_\tau / \varepsilon\beta = 4$. Коэффициент чувствительности материала к асимметрии цикла $\psi_\tau = 0.05$. Таким образом, $n_\tau = 19.46 > 1$.

Приведенный расчет показывает, что опасности по усталостным разрушениям нет и следует опасаться только явления резонанса.

ВЫВОДЫ

Предложена методика определения влияния возмущенного воздушного потока от поршневого действия поездов в метрополитенах на крутильные колебания ротора туннельного вентилятора. Показано, что при использовании частотно регулируемого привода возможно совпадение гармонических частот возмущенного потока с собственными частотами ротора.

При регулировании скорости приводного электродвигателя необходимо исключать из работы вентилятора скорости вращения ротора 270–300 и 480–500 об/мин, на которых возможно совпадение гармонических частот возмущенного потока с собственными частотами ротора.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Косых П. В., Красюк А. М. Влияние возмущений воздушного потока на динамику ротора туннельного осевого вентилятора в метрополитене: тр. XIII Всерос. науч.-техн. конф. “Наука. Промышленность. Оборона”. — Новосибирск, НГТУ, 2012.
2. Зедгенизов Д. В., Красюк А. М., Попов Н. А., Чигишев А. Н. Анализ способов регулирования режима работы туннельных осевых вентиляторов // Метро. — 2000. — № 5, 6.
3. Красюк А. М., Лугин И. В. Исследование динамики воздушных потоков в метрополитене от возмущающего действия поездов // ФТПРПИ. — 2007. — № 6.
4. Тимошенко С. П. Колебания в инженерном деле. — М.: Машиностроение, 1985.
5. Красюк А. М. Туннельная вентиляция метрополитенов. — Новосибирск: Наука, 2006.
6. Писаренко Г. С., Яковлев А. П., Матвеев В. В. Справочник по сопротивлению материалов. — Киев: Наук. думка, 1988.

Поступила в редакцию 24/II 2013