

УДК 669.86:536.21

**Нестационарная сопряженная  
термогравитационная конвекция  
в цилиндрической области  
с локальным источником энергии\***

**М.А. Шеремет**

*Томский государственный университет*

E-mail: Michael-sher@yandex.ru

Проведено математическое моделирование нестационарных режимов естественной конвекции в замкнутой цилиндрической области с теплопроводной оболочкой конечной толщины при наличии локального источника тепла в условиях конвективного теплообмена с окружающей средой. Математическая модель построена в безразмерных переменных “функция тока — вектор завихренности скорости — температура” в цилиндрической системе координат. Детально проанализировано влияние числа Рэлея  $10^4 \leq Ra \leq 10^6$ , фактора нестационарности  $0 < \tau < 300$ , относительного коэффициента теплопроводности  $\lambda_{2,1} = 5,7 \cdot 10^{-4}$ ,  $4,3 \cdot 10^{-2}$  и размеров источника энергии как на локальные характеристики (линии тока и поля температуры), так и на интегральный комплекс (среднее число Нуссельта на характерных границах). Установлены термогидродинамические особенности, обусловленные геометрией объекта исследования.

**Ключевые слова:** сопряженный теплоперенос, естественная конвекция, цилиндрическая область, нестационарный режим, численное моделирование.

**ВВЕДЕНИЕ**

Тепловая гравитационная конвекция в вертикальных цилиндрических областях во многих технических приложениях [1–8] является определяющим механизмом формирования рабочих режимов переноса массы, импульса и энергии. Это явление играет важную роль при проектировании современных элементов электронной техники [1, 2], в случае аварийного охлаждения ядерного или химического реакторов [3, 4], при исследовании процессов теплопереноса в криогенных топливных баках [5–9]. В работах [9–11] подробно проанализированы режимы конвективного теплопереноса в замкнутых вертикальных цилиндрических емкостях для условий, когда подводимые к жидкости тепловые потоки равномерно распределены в зоне основания, по боковой и свободной поверхностям. Пространственно-временная структура конвекции при синусоидальном распределении теплового потока на боковой стенке вертикального цилиндра отражена в [12].

---

\* Работа выполнена при финансовой поддержке Президента РФ (МК-396.2010.8) и РФФИ (грант № 11-08-00490-а).

Сопряженная задача естественной конвекции в частично заполненном жидкостью вертикальном цилиндрическом баке в условиях подвода равномерного теплового потока к внешней стороне боковой стенки и одновременного отвода тепла через локальные стоки, расположенные в боковой стенке бака, проанализирована в [13]. Математическое моделирование нестационарного процесса охлаждения однородной жидкости в вертикальном цилиндре в результате импульсного понижения температуры боковых стенок [6] показало, что нестационарный и квазистационарный режимы течения имеют различные термогидродинамические структуры, отражающие условия протекания процесса. Влияние угла наклона цилиндрической емкости на режимы термогравитационной конвекции исследовано в [7]. В большинстве работ, посвященных анализу естественной конвекции в вертикальных цилиндрических емкостях [1–12], пренебрегают влиянием конечной толщины теплопроводных стенок на режимы течения, что может приводить к появлению значительной погрешности как в локальных, так и в интегральных параметрах задачи [14, 15].

Целью настоящей работы является математическое моделирование нестационарных режимов естественной конвекции в вертикальной цилиндрической емкости с теплопроводными стенками конечной толщины при наличии локального источника энергии в основании области в условиях конвективного теплообмена с окружающей средой. Проведенное исследование также позволяет установить термогидродинамические особенности, обусловленные геометрией задачи, а именно, оценить влияние скругления углов прямоугольной области [16, 17] на режимы течения и переноса тепла.

#### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Рассматривается тепловая гравитационная конвекция вязкой, несжимаемой, теплопроводной, ньютоновской жидкости в вертикальной цилиндрической области с теплопроводными стенками конечной толщины при наличии локального источника энергии постоянной температуры в основании объекта исследования (рис. 1). Извне боковая поверхность цилиндрической области контактирует с окружающей средой. Внешние границы верхней и нижней стенок теплоизолированы.

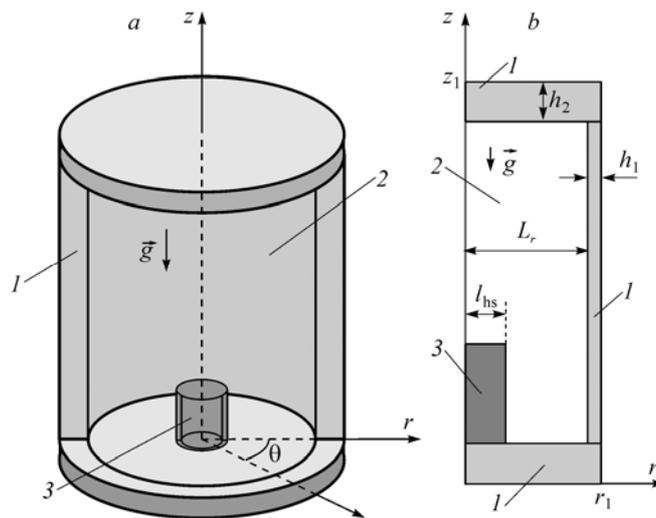


Рис. 1. Область решения задачи: *a* — трехмерный объект исследования, *b* — сечение объекта  $\theta = \text{const}$ .

1 — стенки, 2 — газ, 3 — источник тепловыделения.

Предлагаемая геометрия задачи и граничные условия позволяют исключить влияние угла  $\theta$  и проанализировать процесс переноса массы, импульса и энергии в сечении  $\theta = \text{const}$  (рис. 1, *b*). При проведении вычислительных экспериментов предполагалось, что теплофизические свойства материала стенок и газа не зависят от температуры, а режим течения является ламинарным.

Процесс теплопереноса описывается системой нестационарных двумерных уравнений конвекции в приближении Буссинеска в безразмерных переменных “функция тока — вектор завихренности скорости — температура” в цилиндрических координатах в предположении  $V_\theta = 0$  и  $\partial/\partial\theta = 0$  в газовой полости [13, 18], а также нестационарным двумерным уравнением теплопроводности для элементов твердого материала [19].

В качестве масштабов расстояния, скорости, времени, температуры, функции тока и завихренности были выбраны  $L_r$ ,  $\sqrt{g\beta\Delta TL_r}$ ,  $\sqrt{L_r/(g\beta\Delta T)}$ ,  $\Delta T = T_{\text{hs}} - T_0$ ,  $\sqrt{g\beta\Delta TL_r^5}$ ,  $\sqrt{g\beta\Delta T/L_r}$ . Безразмерные переменные имели вид:

$$R = r/L_r, \quad Z = z/L_r, \quad U = V_r/\sqrt{g\beta\Delta TL_r}, \quad V = V_z/\sqrt{g\beta\Delta TL_r},$$

$$\tau = t\sqrt{g\beta\Delta T/L_r}, \quad \Theta = (T - T_0)/\Delta T, \quad \Psi = \psi/\sqrt{g\beta\Delta TL_r^5}, \quad \Omega = \omega\sqrt{L_r/(g\beta\Delta T)},$$

где  $L_r$  — размер газовой полости по оси  $r$  (см. рис. 1),  $g$  — ускорение свободного падения,  $\beta$  — термический коэффициент объемного расширения,  $T$  — температура,  $T_0$  — начальная температура в области решения,  $T_{\text{hs}}$  — температура источника тепла,  $r, z$  — координаты цилиндрической системы координат,  $R, Z$  — безразмерные координаты, соответствующие координатам  $r, z$ ,  $V_r$  и  $V_z$  — составляющие вектора скорости в проекциях на оси  $r, z$  соответственно,  $U, V$  — безразмерные скорости, соответствующие скоростям  $V_r$  и  $V_z$ ,  $t$  — время,  $\tau$  — безразмерное время,  $\Theta$  — безразмерная температура,  $\psi$  — функция тока,  $\omega$  — вектор завихренности скорости,  $\Psi$  — безразмерный аналог функции тока,  $\Omega$  — безразмерный аналог вектора вихря.

Безразмерные уравнения в цилиндрических координатах для газа (2 на рис. 1) примут вид:

$$\nabla^2\Psi - \frac{2}{R}\frac{\partial\Psi}{\partial R} = -R\Omega, \quad (1)$$

$$\frac{\partial\Omega}{\partial\tau} + \frac{\partial(U\Omega)}{\partial R} + \frac{\partial(V\Omega)}{\partial Z} = \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}}\left(\nabla^2\Omega - \frac{\Omega}{R^2}\right) + \frac{\partial\Theta}{\partial R}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial\Theta}{\partial\tau} + \frac{\partial(U\Theta)}{\partial R} + \frac{\partial(V\Theta)}{\partial Z} = \frac{1}{\sqrt{\text{Ra}\cdot\text{Pr}}}\nabla^2\Theta - \frac{U\Theta}{R}, \quad (3)$$

— для твердых стенок (1 на рис. 1)

$$\frac{\partial\Theta}{\partial\tau} = \frac{a_{1,2}}{\sqrt{\text{Ra}\cdot\text{Pr}}}\nabla^2\Theta. \quad (4)$$

Здесь  $\text{Ra} = g\beta\Delta TL_r^3/\nu a_2$  — число Рэлея,  $\nu$  — кинематический коэффициент вязкости,  $\text{Pr} = \nu/a_2$  — число Прандтля,  $a_{1,2} = a_1/a_2$  — относительный коэффициент

температуропроводности,  $a_1$  — коэффициент температуропроводности материала твердых стенок,  $a_2$  — коэффициент температуропроводности газа,

$$\nabla^2 = \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( R \frac{\partial}{\partial R} \right) + \frac{\partial^2}{\partial Z^2} \text{ — безразмерный оператор Лапласа.}$$

Начальные и граничные условия для сформулированной задачи (1)–(4) имеют вид:

начальное условие:

$$\Psi(X, Y, 0) = \Omega(X, Y, 0) = \Theta(X, Y, 0) = 0,$$

за исключением источника тепла, на котором в течение всего процесса  $\Theta = 1$ ;

граничные условия:

– на границе  $R = r_1/L_r$  моделировался конвективный теплообмен с внешней средой

$$\partial\Theta/\partial R = \text{Bi}(\Theta_e - \Theta);$$

– на границах  $Z = 0, z_1/L_r$  для уравнения энергии заданы условия теплоизоляции

$$\partial\Theta/\partial Z = 0;$$

– на оси симметрии  $R = 0$  реализуются условия вида [20]

$$\partial\Theta/\partial R = \Omega = \Psi = 0;$$

– на границе раздела твердого материала и газа  $R = 1$ :

$$\Psi = 0, \quad \frac{\partial\Psi}{\partial R} = 0, \quad \Theta_1 = \Theta_2, \quad \frac{\partial\Theta_1}{\partial R} = \lambda_{2,1} \frac{\partial\Theta_2}{\partial R};$$

– на внутренних границах раздела твердого материала и газа, параллельных оси  $R$ :

$$\Psi = 0, \quad \frac{\partial\Psi}{\partial Z} = 0, \quad \Theta_1 = \Theta_2, \quad \frac{\partial\Theta_1}{\partial Z} = \lambda_{2,1} \frac{\partial\Theta_2}{\partial Z}.$$

Здесь  $\text{Bi} = \alpha L_r / \lambda_1$  — число Био материала твердой стенки,  $\alpha$  — коэффициент теплообмена между внешней средой и рассматриваемой областью решения,  $\Theta_e$  — безразмерная температура окружающей среды,  $\lambda_{2,1} = \lambda_2 / \lambda_1$  — относительный коэффициент теплопроводности,  $\lambda_1$  — коэффициент теплопроводности материала твердой стенки,  $\lambda_2$  — коэффициент теплопроводности газа.

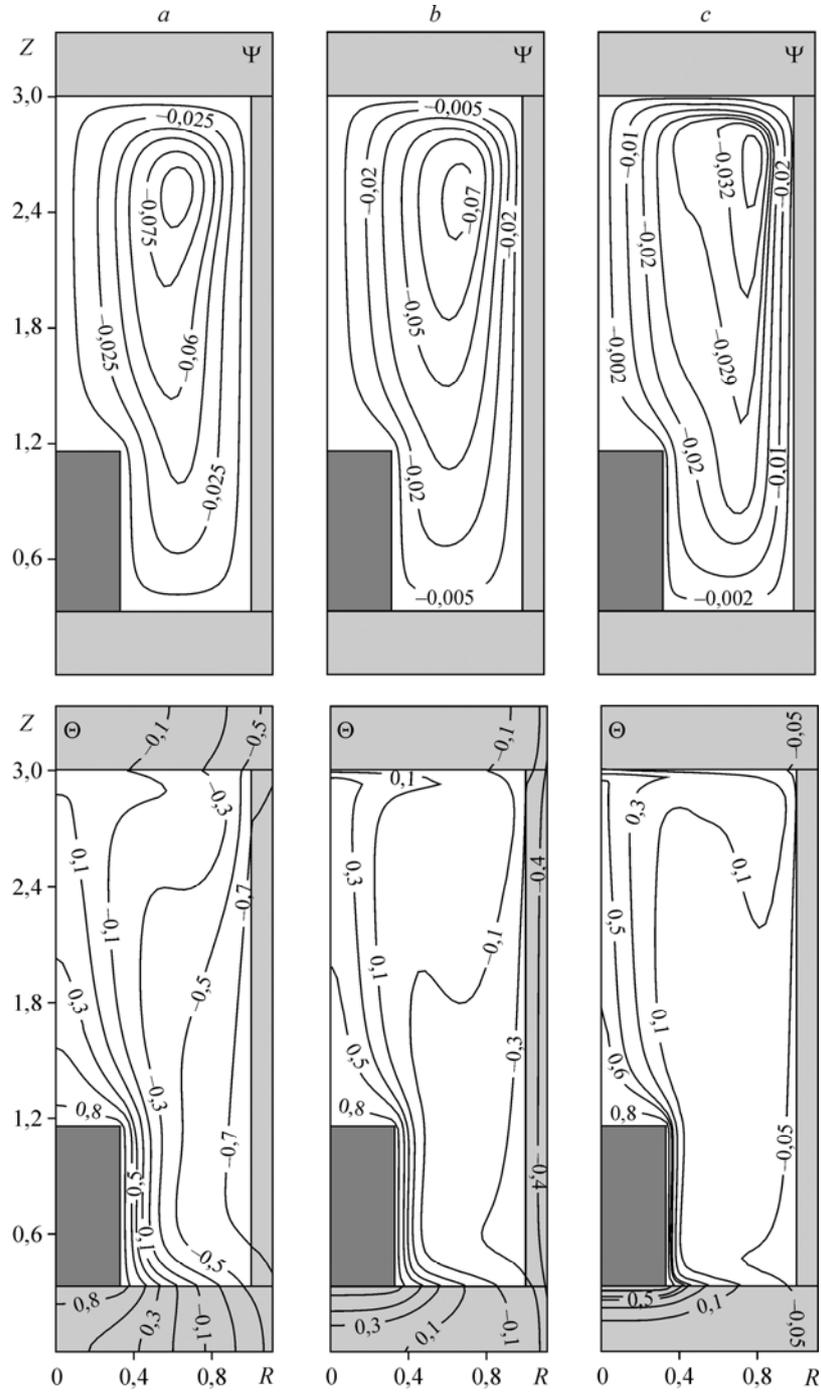
Краевая задача (1)–(4) с соответствующими начальными и граничными условиями решена методом конечных разностей [20–22] на равномерной сетке  $200 \times 200$  с использованием неявной двухслойной схемы.

#### РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Численные исследования проведены при следующих значениях безразмерных параметров:  $10^4 \leq \text{Ra} \leq 10^6$ ,  $\text{Pr} = 0,7$ ,  $0 < \tau < 300$ ,  $\lambda_{2,1} = 5,7 \cdot 10^{-4}$ ,  $4,3 \cdot 10^{-2}$ . Проанализировано влияние основных комплексов, характеризующих процесс, а также проведено сопоставление полученных результатов с решениями аналогичной задачи, но для прямоугольной области в декартовой системе координат в плоском [16] и пространственном [17] случаях.

**Влияние числа Рэлея**

На рис. 2 представлены линии тока и поля температуры при  $\lambda_{2,1} = 4,3 \cdot 10^{-2}$ ,  $\tau = 300$ , соответствующие различным значениям числа Рэлея, в сечении области решения  $\theta = \text{const}$ .



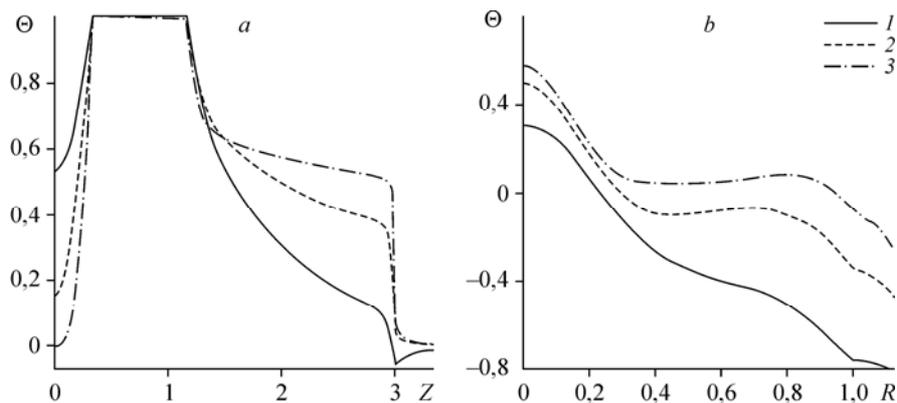
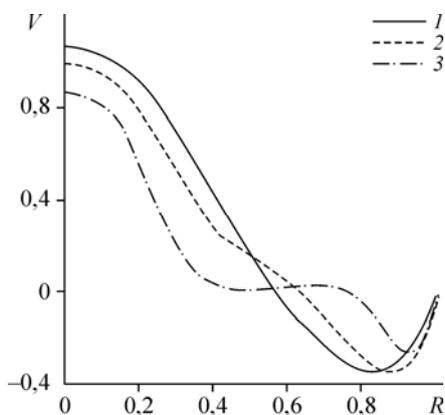


Рис. 3. Профили температуры при  $\lambda_{2,1} = 4,3 \cdot 10^{-2}$ ,  $\tau = 300$ ,  $R = 0$  (a),  $Z = 2$  (b),  $Ra = 10^4$  (1),  $10^5$  (2),  $10^6$  (3).

В режиме сопряженного теплопереноса при  $Ra = 10^4$  (см. рис. 2, a) в рассматриваемом сечении газовой полости образуется одна конвективная ячейка, обусловленная, в первую очередь, воздействием источника энергии. Ядро этого циркуляционного течения располагается в верхней части полости, что характеризует интенсификацию конвективного движения в этой зоне вследствие наличия существенного температурного напора. Последнее подтверждается распределением температуры — в верхней части газовой полости наблюдается наиболее значительное продвижение фронта пониженной температуры от границы  $R = r_1/L_r$ . Увеличение числа Рэлея в 10 раз (см. рис. 2, b) проявляется в снижении максимального значения функции тока в ядре вихря, что обусловлено повышением температуры в полости. Развивающийся термический факел над источником тепла препятствует распространению холодной волны и, тем самым, приводит к понижению градиента температуры в этой зоне. Дальнейший рост  $Ra$  отражается в более осязательном прогреве полости и, как следствие, уменьшении интенсивности конвективной ячейки. Динамику влияния числа Рэлея на интенсивность конвекции можно проследить по значениям  $|\Psi|_{\max} : 0,089|_{Ra=10^4} > 0,073|_{Ra=10^5} > 0,035|_{Ra=10^6}$ .

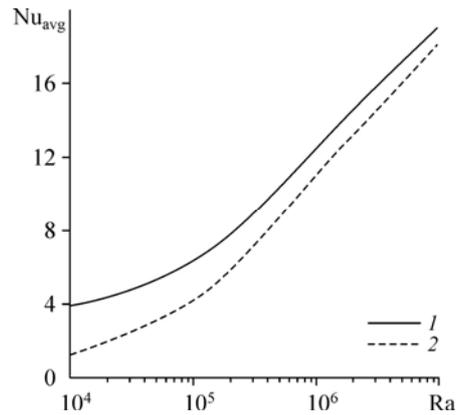
На рис. 3 представлены профили температуры при различных значениях числа Рэлея на оси симметрии (a) и в поперечном сечении  $Z = 2$  (b). Увеличение роли подъемной силы проявляется в повышении температуры как в газовой полости, так и верхнем элементе твердого материала. Максимальная температура достигается на оси симметрии вследствие формирования термического факела. Локальное повышение  $\Theta$  в зоне  $0,6 < R < 1,0$  при  $Z = 2$  (рис. 3, b) обусловлено наличием нисходящих газовых потоков, кинетическая энергия которых незначительно уменьшается по сравнению с восходящим потоком.



Распределения вертикальной компоненты скорости в сечении  $Z = 2$  (рис. 4) при различных  $Ra$  характеризуют интенсивность восходящих и нисходящих газовых потоков. На оси симметрии с ростом числа Рэлея происходит понижение скорости, что объясняется уменьшением

Рис. 4. Профили вертикальной компоненты скорости при  $\lambda_{2,1} = 4,3 \cdot 10^{-2}$ ,  $\tau = 300$ ,  $Z = 2$ ,  $Ra = 10^4$  (1),  $10^5$  (2),  $10^6$  (3).

Рис. 5. Зависимость среднего числа Нуссельта от числа Рэлея при  $\tau = 300$ ,  $\lambda_{2,1} = 5,7 \cdot 10^{-4}$  (1),  $4,3 \cdot 10^{-2}$  (2).



перепада температур. Вблизи правой стенки увеличение  $Ra$  приводит к уменьшению толщины динамического пограничного слоя, что проявляется в сокращении размеров зоны значительного перепада скорости. Формирование небольшой площадки  $V \approx 0$  при  $Ra = 10^6$  в зоне  $0,4 < R < 0,7$  можно объяснить преобладанием кондуктивно-го механизма переноса тепла в данной подобласти.

Проведен анализ влияния числа Рэлея на среднее число Нуссельта

$$Nu_{avg} = \int_0^1 \left. \frac{\partial \Theta}{\partial Z} \right|_{Z=3} dR \text{ на границе раздела твердой стенки и газовой полости } Z = 3.$$

Рис. 5 наглядно демонстрирует увеличение обобщенного коэффициента теплообмена на анализируемой границе раздела с ростом числа Рэлея при фиксированных значениях времени и относительного коэффициента теплопроводности. Рост среднего числа Нуссельта обусловлен увеличением градиента температуры на границе  $Z = 3$ .

#### Влияние фактора нестационарности

На рис. 6 представлены профили температуры при  $\lambda_{2,1} = 4,3 \cdot 10^{-2}$ ,  $Ra = 10^5$  на оси симметрии (a) и в сечении  $Z = 2$  (b) в различные моменты времени.

Возрастание безразмерного времени проявляется в повышении температуры непосредственно под источником энергии. На оси симметрии  $\Theta$  уменьшается, поскольку происходит интенсивное охлаждение газовой полости со стороны окружающей среды (рис. 2, b). Заметно при этом незначительное увеличение температуры в верхнем элементе твердого материала, обусловленное меньшей скоростью продвижения фронта пониженной температуры в ограждающей стенке

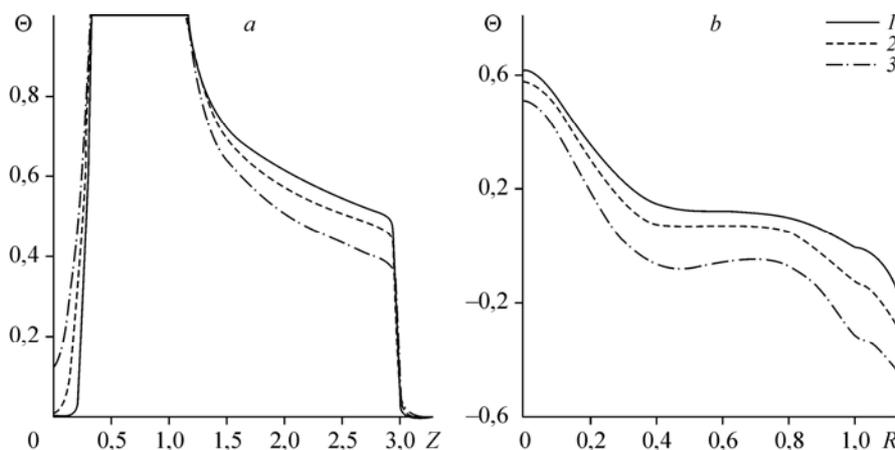


Рис. 6. Профили температуры при  $\lambda_{2,1} = 4,3 \cdot 10^{-2}$ ,  $Ra = 10^5$ :  $R = 0$  (a),  $Z = 2$  (b),  $\tau = 30$  (1), 120 (2), 270 (3).

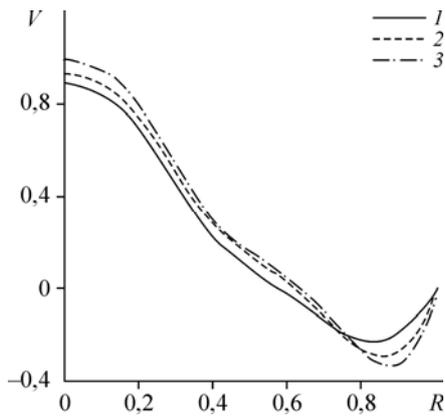


Рис. 7. Профили вертикальной компоненты скорости при  $\lambda_{2,1} = 4,3 \cdot 10^{-2}$ ,  $Z = 2$ ,  $Ra = 10^5$ ,  $\tau = 30$  (1), 120 (2), 270 (3).

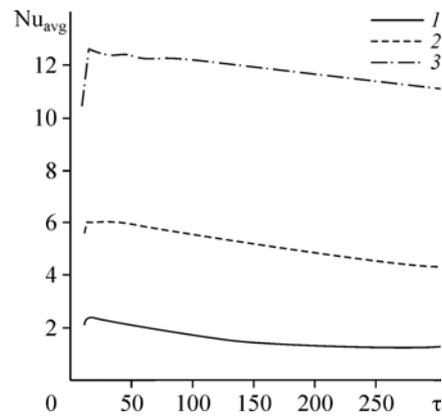


Рис. 8. Зависимость среднего числа Нуссельта от времени  $\tau$  при  $\lambda_{2,1} = 4,3 \cdot 10^{-2}$ ,  $Ra = 10^4$  (1),  $10^5$  (2),  $10^6$  (3).

по сравнению с газовой полостью. Профили температуры в сечении  $Z = 2$  подтверждают описанное выше. Необходимо отметить, что интенсивность продвижения волны низкой температуры можно оценить степенью уменьшения  $\Theta$  в выбранном сечении за рассматриваемый промежуток времени.

На рис. 7 представлена динамика профилей вертикальной компоненты скорости с ростом безразмерного времени. Вследствие понижения температуры в газовой полости совместно с увеличением температурного напора наблюдается рост интенсивности конвективного течения как на оси симметрии, так и вблизи стенки. Фактор нестационарности также отражается и на масштабах нисходящего потока вблизи стенки. С увеличением  $\tau$  размеры этого течения уменьшаются.

Изменения среднего числа Нуссельта на границе  $Z = 3$  с ростом  $\tau$  показаны на рис. 8. Необходимо отметить, что в режиме конвективного теплопереноса  $Ra = 10^4$  при  $\tau = 300$  происходит термодинамическое установление процесса  $Nu_{avg}|_{Ra=10^4} = 1,29$ . С ростом числа Рэлея время достижения стационарного состояния увеличивается.

### **Влияние относительного коэффициента теплопроводности**

Наличие теплопроводных стенок конечной толщины может существенным образом модифицировать как локальные распределения термогидродинамических параметров, так и интегральные [14, 15]. При этом, как показали исследования [15], в случае газовой полости, ограниченной твердыми стенками конечной толщины, относительное отклонение может достигать 50 %. Такие изменения, несомненно, необходимо учитывать при проектировании и создании технологического оборудования.

На рис. 9 представлены профили температуры и вертикальной компоненты скорости при различных значениях относительного коэффициента теплопроводности в режиме конвективного теплопереноса при  $Ra = 10^5$ ,  $\tau = 300$ .

Увеличение  $\lambda_{2,1}$  соответствует уменьшению коэффициента теплопроводности материала твердых стенок, что проявляется в понижении скорости распространения тепловой волны в твердом элементе. Снижение  $\Theta$  в стенках приводит к уменьшению температуры в полости, поскольку в сопряженных задачах конвективного теплопереноса изменения температуры в газе и в ограждающих стенках

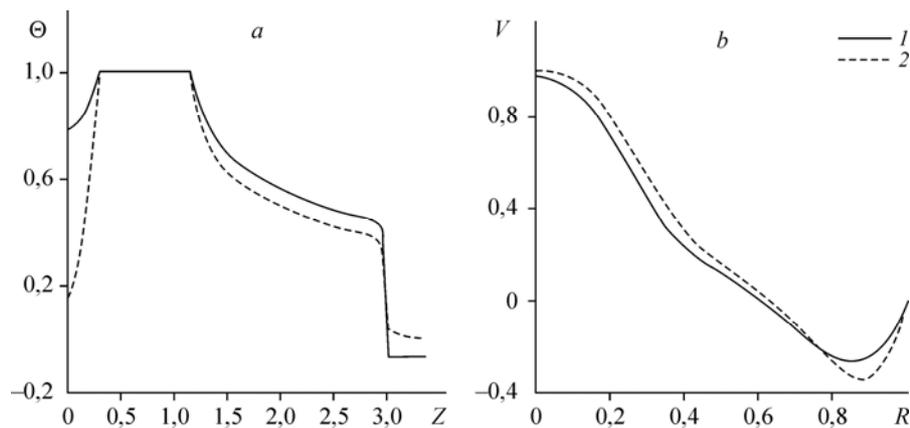


Рис. 9. Профили температуры на оси симметрии (а) и вертикальной компоненты скорости в сечении  $Z = 2$  (b) при  $Ra = 10^5$ ,  $\tau = 300$  и значениях  $\lambda_{2,1} = 5,7 \cdot 10^{-4}$  (1),  $4,3 \cdot 10^{-2}$  (2).

неразрывно связаны. Необходимо отметить, что представленные распределения отражают влияние не только  $\lambda_{2,1}$ , но и фактора нестационарности. Заметно наличие положительной разности температур для  $\lambda_{2,1} = 4,3 \cdot 10^{-2}$  и  $\lambda_{2,1} = 5,7 \cdot 10^{-4}$  в верхнем элементе твердого материала, что обусловлено недостаточным воздействием окружающей среды при  $\tau = 300$ . Модификации поля температуры отражаются на значениях обобщенного коэффициента теплообмена на границе раздела сред  $Z = 3$  (см. рис. 5). Уменьшение среднего числа Нуссельта с ростом  $\lambda_{2,1}$  на границе  $Z = 3$  обусловлено увеличением температуры в верхней стенке (см. рис. 9, а), что приводит к падению градиента температуры на внутренней поверхности этого элемента.

Профили вертикальной компоненты скорости также изменяются (см. рис. 9, b). В результате увеличения  $\lambda_{2,1}$  абсолютные значения  $V$  увеличиваются, что объясняется ростом температурного напора в полости. Наиболее заметные изменения в профилях вертикальной компоненты скорости происходят вблизи стенки цилиндрической области.

### Влияние размеров источника энергии

Одной из основных сложностей при конструировании элементов радиоэлектронной аппаратуры и электронной техники является отсутствие как полной картины по распределениям локальных термогидродинамических характеристик в рабочей полости, так и величин тепловых потоков на чувствительных электронных элементах при изменении размеров тепловыделяющих источников [23, 24]. На рис. 10 представлены профили температуры и скорости при  $Ra = 10^5$ ,  $\tau = 300$ ,  $\lambda_{2,1} = 4,3 \cdot 10^{-2}$  в поперечном сечении  $Z = 2,5$ .

Увеличение радиуса нагревательного элемента в два раза приводит к повышению средней температуры в полости в 1,3 раза. На рис. 10, а заметно незначительное уменьшение толщины теплового пограничного слоя вблизи твердой стенки  $R = 1$ . Вертикальная компонента скорости  $V$  также несколько изменяется (см. рис. 10, b) — наблюдается локальное повышение скорости в центре полости, а также увеличение интенсивности нисходящих газовых потоков вблизи стенки.

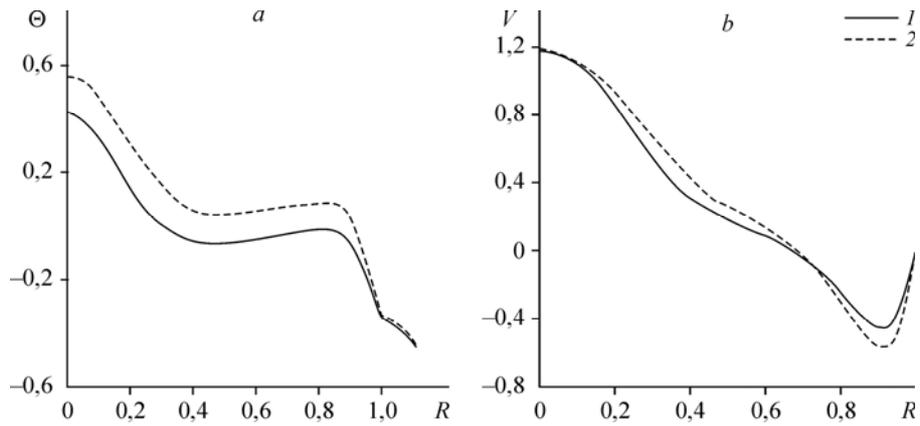


Рис. 10. Профили температуры (а) и вертикальной компоненты скорости (б) при  $Ra = 10^5$ ,  $\tau = 300$ ,  $\lambda_{2,1} = 4,3 \cdot 10^{-2}$ ,  $Z = 2,5$ ,  $l_{hs}/L_r = 0,3$  (1),  $0,6$  (2).

### Влияние геометрии объекта

Наиболее интересным представляется влияние геометрии исследуемого объекта на режимы течения и теплоперенос. Ранее был проведен подобный анализ для прямоугольных областей как в плоском [16], так и в пространственном [17] случаях. В настоящей работе акцент сделан на исследования режимов переноса массы, импульса и энергии в цилиндрической области. Все геометрические размеры и теплофизические характеристики сред идентичны, отличия заключаются в форме анализируемых объектов. На рис. 11 представлены профили температуры для различных моделей на оси симметрии (см. рис. 11, а) и в сечении  $Z = 2,5$  (рис. 11, б). Сравнивая представленные распределения, можно утверждать, что в случае цилиндрической области прогрев твердой стенки, на которой находится тепловыделяющий элемент постоянной температуры, не такой интенсивный, а в газовой полости температура на оси симметрии выше только в случае пространственной модели. В поперечном сечении  $Z = 2,5$  наблюдаются существенные расхождения, отражающие наличие более низких значений температуры в случае вертикального цилиндра, обусловленные влиянием геометрии области на режимы течения. Необходимо отметить, что отличия в поле температуры приводят к соответствующим

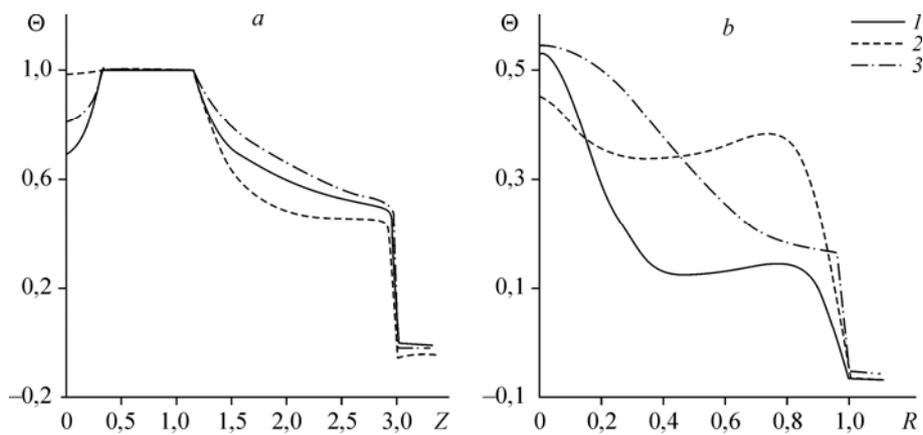


Рис. 11. Профили температуры при  $Ra = 10^5$ ,  $\tau = 90$ ,  $\lambda_{2,1} = 5,7 \cdot 10^{-4}$ :  $R = 0$  (а),  $Z = 2,5$  (б).  
1 — цилиндрического, 2 — 2D декартова, 3 — 3D декартова системы координат.

Рис. 12. Профили вертикальной компоненты скорости при  $Ra = 10^5$ ,  $\tau = 90$ ,  $\lambda_{2,1} = 5,7 \cdot 10^{-4}$ ,  $Z = 2,5$ .

1 — цилиндрического, 2 — 2D декартова, 3 — 3D декартова системы координат.

отклонениям по интегральному коэффициенту теплообмена на характерных границах раздела сред.

Сравнение профилей вертикальной компоненты скорости представлено на рис. 12. На оси симметрии скорость в случае цилиндрической области наибольшая, а вблизи стенки значение  $|V|$  уступает абсолютной величине скорости в случае прямоугольной области в плоской постановке.

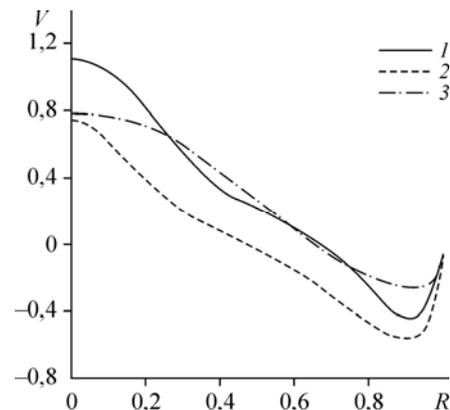
Необходимо отметить, что поперечный размер зоны нисходящих потоков вблизи правой стенки в случае цилиндрической области и параллелепипеда отличаются незначительно. Суммируя описанное выше, можно утверждать, что использование вертикальных цилиндров в качестве базовых форм для узлов и блоков радиоэлектронной аппаратуры и электронной техники наиболее привлекательно вследствие повышения интенсивности циркуляции газа внутри области и существенного понижения рабочих температур. Последнее позволяет значительно увеличить срок эксплуатации электронных приборов.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Численно решена нестационарная задача тепловой гравитационной конвекции в замкнутом вертикальном цилиндре с теплопроводными стенками конечной толщины при наличии локального источника энергии постоянной температуры, расположенного в нижней части полости, а также в условиях конвективного теплообмена с внешней средой на вертикальных стенках. Представлены распределения линий тока и поля температуры, отражающие влияние определяющих комплексов в достаточно широком диапазоне:  $10^4 \leq Ra \leq 10^6$ ,  $0 < \tau < 300$ ,  $\lambda_{2,1} = 5,7 \cdot 10^{-4}$ ,  $4,3 \cdot 10^{-2}$ . Установлено, что использование цилиндрических областей для нужд микроэлектроники наиболее целесообразно вследствие наличия интенсивных конвективных течений и низких температур в газовой полости.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Dally J.W., Lall P., Suhling J.C. Mechanical design of electronic systems. Knoxville, TN USA: College House Enterprises, LLS, 2008. 664 p.
2. Samadiani E., Joshi Y., Mistree F. The thermal design of a next generation data center: a conceptual exposition // J. Electron. Packag. 2008. Vol. 130, No. 4. P. 1104–1112.
3. Kim Y.K., Lee K.H., Kim H.R. Cold neutron source at KAERI, Korea // J. Nuclear Engng and Design. 2008. Vol. 238, No. 7. P. 1664–1669.
4. Karthikeyan S., Sundararajan T., Shet U.S.P., Selvaraj P. Effect of turbulent natural convection on sodium pool combustion in the steam generator building of a fast breeder reactor // J. Nuclear Engng and Design. 2009. Vol. 239, No. 12. P. 2992–3002.
5. Rodriguez I., Castro J., Perez-Segarra C.D., Oliva A. Unsteady numerical simulation of the cooling process of vertical storage tanks under laminar natural convection // Inter. J. of Thermal Sci. 2009. Vol. 48, No. 4. P. 708–721.
6. Lin W., Armfield S.W. Direct simulation of natural convection cooling in a vertical circular cylinder // Inter. J. of Heat and Mass Transfer. 1999. Vol. 42. P. 4117–4130.



7. Kurian V., Varma M.N., Kannan A. Numerical studies on laminar natural convection inside inclined cylinders of unity aspect ratio // Inter. J. of Heat and Mass Transfer. 2009. Vol. 52, No. 3/4. P. 822–838.
8. Макаров М.В., Яньков Г.Г. Численное исследование процессов теплообмена в криогенном топливном баке // Тр. 3-й Росс. национ. конф. по теплообмену. Москва, 2002. Т. 3. С. 102–107.
9. Черкасов С.Г. Естественная конвекция и температурная стратификация в криогенном топливном баке в условиях микрогравитации // Изв. РАН. МЖГ. 1994. № 5. С. 142–149.
10. Полежаев В.И., Черкасов С.Г. Нестационарная тепловая конвекция в цилиндрическом сосуде при боковом подводе тепла // Изв. АН СССР. МЖГ. 1983. № 4. С. 148–157.
11. Черкасов С.Г. Естественная конвекция в вертикальном цилиндрическом сосуде при подводе тепла к боковой и свободной поверхностям // Изв. АН СССР. МЖГ. 1984. № 6. С. 51–56.
12. Моисеева Л.А., Черкасов С.Г. Математическое моделирование естественной конвекции в вертикальном цилиндрическом баке при знакопеременном распределении теплового потока на стенке // Изв. РАН. МЖГ. 1996. № 2. С. 66–72.
13. Моисеева Л.А., Черкасов С.Г. Стационарный свободно-конвективный теплообмен в цилиндрической емкости при равномерном теплоподводе и одновременном отводе тепла через локальные стоки // Теплофизика высоких температур. 1997. Т. 35, № 4. С. 564–569.
14. Liaqat A., Baytas, A.C. Numerical comparison of conjugate and non-conjugate natural convection for internally heated semi-circular pools // Inter. J. of Heat and Fluid Flow. 2001. Vol. 22, No. 6. P. 650–656.
15. Агаркова А.А., Шеремет М.А. Влияние теплопроводных стенок на режимы естественной конвекции в замкнутых областях // Тез. докл. 16-ой межд. научно-техн. конф. студентов и аспирантов «Радиоэлектроника, электротехника и энергетика». Москва: Изд-во МЭИ, 2010. Т. 3. С. 62–63.
16. Кузнецов Г.В., Шеремет М.А. Об одном подходе к математическому моделированию тепловых режимов радиоэлектронной аппаратуры и электронной техники // Микроэлектроника. 2008. Т. 37, № 2. С. 150–158.
17. Кузнецов Г.В., Шеремет М.А. О возможности регулирования тепловых режимов типичного элемента радиоэлектронной аппаратуры или электронной техники с локальным источником тепла за счет естественной конвекции // Микроэлектроника. 2010. Т. 39, № 4. С. 1–18.
18. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Дрофа, 2003. 840 с.
19. Лыков А.В. Теория теплопроводности. М.: Высшая школа, 1967. 600 с.
20. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. М.: Мир, 1980. 616 с.
21. Пасконов В.М., Полежаев В.И., Чудов Л.А. Численное моделирование процессов тепло- и массообмена. М.: Наука, 1984. 288 с.
22. Черкасов С.Г. Модифицированный численный метод для расчета тепловой конвекции в вертикальном цилиндрическом сосуде // Численные методы механики сплошной среды. 1984. Т. 15, № 5. С. 144–153
23. Icoz T., Jaluria Y. Design of cooling systems for electronic equipment using both experimental and numerical inputs // ASME J. Elec. Packaging. 2004. Vol. 126, No. 4. P. 465–471.
24. Jaluria Y. Design and Optimization of Thermal Systems. New York: McGraw-Hill, 1998.

*Статья поступила в редакцию 21 апреля 2010 г.*