

УДК 539.3+517.95

**ОЦЕНКА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДАВЛЕНИЯ В ПРОДУКТИВНОМ ПЛАСТЕ
ПРИ ДОБЫЧЕ УГЛЕВОДОРОДОВ ПО ДАННЫМ ИЗМЕРЕНИЯ СМЕЩЕНИЙ
НА ДНЕВНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ВМЕЩАЮЩЕГО ПОРОДНОГО МАССИВА**

Л. А. Назаров^{1,3}, Л. А. Назарова^{1,3}, А. Л. Карчевский^{2,3}, Н. А. Мирошниченко¹

¹Институт горного дела им. Н. А. Чинакала СО РАН,
Красный проспект, 54, 630091, г. Новосибирск, Россия

²Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН,
просп. Академика Коптюга, 4, 630090, г. Новосибирск, Россия

³Новосибирский государственный университет,
ул. Пирогова, 2, 630090, г. Новосибирск, Россия

Предложен метод оценки пространственного распределения давления в разрабатываемом продуктивном пласте по геодезическим данным, зарегистрированным на земной поверхности. Численными экспериментами установлено, что для однозначной разрешимости обратной задачи необходима регистрация поверхностных смещений как в вертикальном, так и горизонтальном направлении.

Массив горных пород, продуктивный пласт, давление, обратная задача, геодезические данные, смещения, целевая функция

Крупномасштабная добыча твердых полезных ископаемых и углеводородов нарушает естественное равновесие вмещающего массива горных пород, вызывая не только оседание земной поверхности [1–4] и существенное повышение сейсмической активности [5–7], но и техногенные землетрясения [8, 9]. Быстрое развитие космической геодезии и совершенствование методов обработки данных дистанционного зондирования позволяют с высокой точностью регистрировать смещения и деформации поверхности [10–14], что дает возможность осуществлять опосредованный контроль развития горных работ и состояния породного массива [15].

Регулярные наблюдения за сдвигами поверхности Земли методами спутниковой геодезии в районах интенсивной добычи углеводородов ведутся более двадцати лет [16–18]. Интерпретация полученных данных проводится, как правило, на основе модели компактизации залежи [19, 20], согласно которой вертикальные смещения поверхности над разрабатываемым пластом оцениваются величиной

$$\Delta W \cong (1-\nu) \frac{\Delta p}{E} H, \quad (1)$$

где Δp — падение давления в пласте; H — его мощность; E и ν — модуль Юнга и коэффициент Пуассона коллектора. Очевидно, что (1) следует рассматривать как верхнюю оценку, поскольку в ней не учтены, например, свойства вмещающего массива.

Исследование эволюции полей напряжений и деформаций в массиве горных пород, вызванной извлечением флюидов [21–23], осуществляется на основе модели Био [24], получившей дальнейшее развитие в [25–27]. Эти модели реализованы во многих прикладных пакетах программ (ANSYS, ECLIPSE, PLAXIS), поэтому решение прямых задач пороупругости и поропластичности не составляет затруднений, если подготовлена входная информация. Верификацию построенных геомеханических моделей объектов обычно проводят методом подбора параметров, сравнивая расчетные и замеренные на дневной поверхности вертикальные смещения [28].

В настоящей работе сформулирована и решена обратная задача нахождения распределения давления флюида в горизонтальном пласте по данным измерения приращений смещений на дневной поверхности.

ПОСТАНОВКА И РЕШЕНИЕ ПРЯМОЙ ЗАДАЧИ

Рассмотрим достаточно простую постановку, позволяющую использовать модель плоского деформированного состояния [29]. В момент времени $t = 0$ горизонтальный пласт вскрывается прямолинейной батареей скважин. На рис. 1 показано вертикальное сечение исследуемой области, проходящее через ось одной из скважин: (x, z) — декартовы координаты; z_1 — мощность осадков; z_2 — глубина пласта; $z_3 = z_2 + H$. Процесс фильтрации в пласте описывается системой уравнений, включающей:

закон сохранения массы

$$(\varphi\rho)_{,t} + (\rho w_i)_{,i} = 0; \tag{2}$$

закон Дарси

$$w_i = -\frac{k}{\eta} p_{,i} \tag{3}$$

и уравнение состояния

$$p/p_0 = \rho/\rho_0, \tag{4}$$

где p , η и ρ — давление, вязкость и плотность флюида; p_0 — атмосферное давление; w_i — компоненты скорости ($i = x, z$); φ — пористость; k — проницаемость.

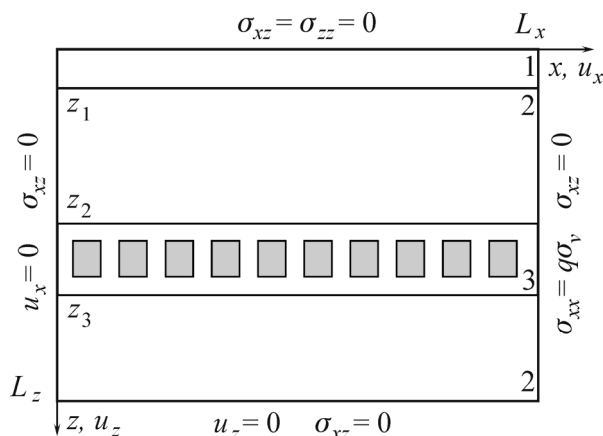


Рис. 1. Схема расчетной области и граничные условия

Для пласта формулируются:
начальное

$$p(x, z, 0) = p_c \quad (5)$$

и граничные

$$p_{,z}(x, z_1, t) = p_{,z}(x, z_2, t) = 0, \quad (6)$$

$$p(0, z, t) = p_0, \quad (7)$$

$$p(L_x, z, t) = p_c \quad (8)$$

условия, в которых p_c — давление на контуре питания скважины; L_x — его протяженность.

Деформирование среды описывается пороупругой моделью, состоящей из:
уравнений равновесия

$$\sigma_{ij,j} + \rho_r g \delta_{iz} = \psi p_{,i}; \quad (9)$$

закона Гука

$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij}; \quad (10)$$

соотношений Коши

$$\varepsilon_{ij} = 0.5(u_{i,j} + u_{j,i}), \quad (11)$$

где u_i — смещения; σ_{ij} и ε_{ij} — компоненты тензоров напряжений и деформаций ($j = x, z$); $\varepsilon = \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{zz}$, ρ_r — плотность пород; g — ускорение свободного падения; δ_{ij} — символ Кронекера; λ и μ — параметры Ламе; $\psi = \varphi$ в пласте и $\psi = 0$ во вмещающем массиве. На границе расчетной области $\{0 \leq x \leq L_x, 0 \leq z \leq L_z\}$ (рис. 1) зададим следующие условия:

$$\sigma_{xz}(x, 0) = \sigma_{zz}(x, 0) = 0;$$

$$u_z(x, L_z) = 0, \quad \sigma_{xz}(x, L_z) = 0; \quad (12)$$

$$u_x(0, z) = 0, \quad \sigma_{xz}(0, z) = 0;$$

$$\sigma_{xx}(L_x, z) = q \sigma_V(z), \quad \sigma_{xz}(L_x, z) = 0,$$

q — коэффициент бокового отпора; $\sigma_V(z) = \rho_r g z$ — литостатическое напряжение.

Система (2)–(8) решалась конечно-разностным методом по схеме Писмена–Рэкфорда [30], а (9)–(12) — методом конечных элементов с использованием оригинального кода [31]. Для расчетов выбраны следующие значения физических свойств пород:

Номер подобласти на рис. 1	E , ГПа	ν	ρ_r , кг/м ³
1	8	0.22	2200
2	20	0.25	2500
3	15	0.25	2500

Вдоль пласта задавалось регулярно-неоднородное распределение проницаемости: в блоках (прямоугольники серого цвета на рис. 1) величина k уменьшалась в β раз, что позволяло получить неравномерное по пространству поле давлений.

На рис. 2 показано оседание дневной поверхности $\Delta u_z(x, 0, t)$, где

$$\Delta u_i(x, z, t) = u_i(x, z, t) - u_i(x, z, 0) \quad (13)$$

в различные моменты времени после начала добычи при $\beta = 5$ (штриховые линии) и $\beta = 500$ (сплошные линии). В настоящее время точность GPS измерений составляет 1 мм [32], а портативных лазерных сканеров 0.3 мм [33], поэтому для расчетов выбраны сравнительно невысокие деформационные показатели пород так, чтобы амплитуда U_z превышала указанную точность.

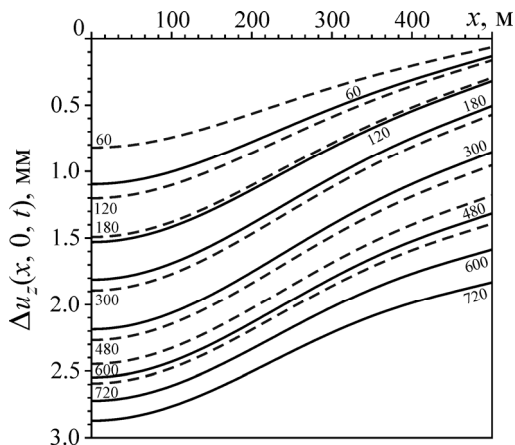


Рис. 2. Оседание земной поверхности в различные моменты времени после вскрытия пласта

На рис. 3а, б в качестве иллюстрации приведены изолинии приращения горизонтальных Δu_x и вертикальных Δu_z смещений в налегающем породном массиве в момент $t = 360$ сут, соответствующее распределение давления в пласте показано на рис. 4 ($\beta = 500$). Можно видеть, что с удалением от оси скважины приращения Δu_z убывают и становятся сравнимыми с Δu_x . Оценка (1) при $\Delta p \approx p_c$ дает $\Delta W \approx 12$ мм, что вчетверо больше расчетной U_z (см. рис. 2).

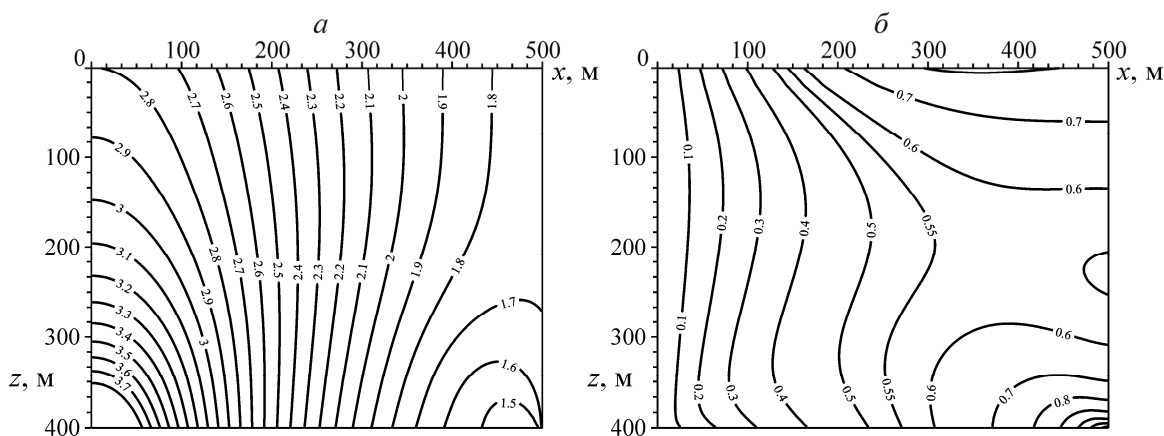


Рис. 3. Приращения смещений в налегающем породном массиве в момент времени $t = 360$ сут

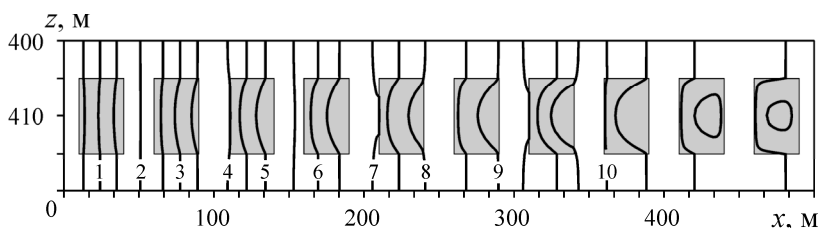


Рис. 4. Поле давлений в неоднородном по проницаемости пласте ($\beta = 500$, $t = 360$ сут)

ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА: ОЦЕНКА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДАВЛЕНИЯ В ПЛАСТЕ

Численные эксперименты показали, что изменения смещений на дневной поверхности зависят не от пространственного распределения давления в пласте, а от давления, осредненного по мощности пласта:

$$\bar{p}(x, t) = \frac{1}{H} \int_{z_1}^{z_2} p(x, z, t) dz,$$

эпюры которого в различные моменты времени при $\beta = 5$ показаны на рис. 5. Незначительные флуктуации \bar{p} обусловлены неоднородной проницаемостью. Нетрудно видеть, что $\bar{p}(x, t)$ хорошо аппроксимируется функцией

$$\bar{p}(x, t) \approx [B - (B - A) \exp(-Cx / L_x)] p_c. \quad (14)$$

Зависящие от времени параметры A , B и C с достаточной для практики детальностью описывают состояние пласта в процессе разработки, поскольку одной из его основных характеристик является градиент давления по простиранию $p_{,x}$ [34]. Необходимо отметить, что всегда выполнены следующие неравенства

$$0 < A < B < 1, \quad C > 0. \quad (15)$$

Сформулируем задачу: для некоторого момента времени $t = t_*$ определить значения A , B и C по приращениям смещений $U_i^*(x_m)$, замеренным на дневной поверхности в дискретном множестве точек $\{x_m\}_{m=1, \dots, M}$, предполагая свойства вмещающей среды известными. Такая обратная задача, в соответствии с принятой классификацией [35], относится к граничным. Обратные задачи, использующие в качестве входных зарегистрированные на земной поверхности данные, рассмотрены в [36–38], где предложены методы количественной оценки деформационно-прочностных показателей конструктивных элементов технологий отработки твердых полезных ископаемых, а также параметров гипоцентра готовящегося сейсмического события.

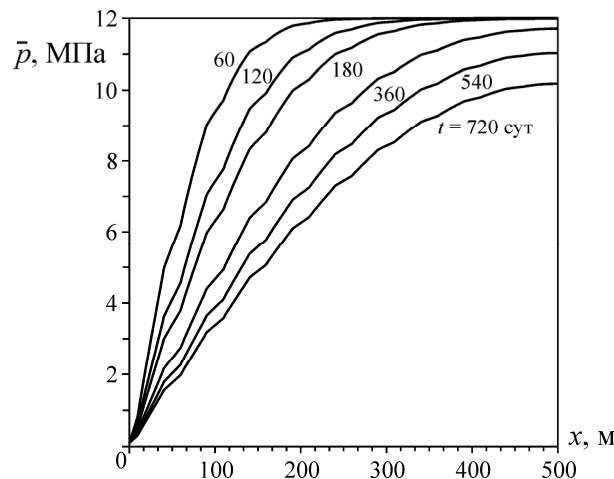


Рис. 5. Распределение среднего по мощности пласта давления в различные моменты времени

Построим целевую функцию

$$\Phi(A, B, C) = \alpha \Phi_x(A, B, C) + (1 - \alpha) \Phi_z(A, B, C),$$

в которой $\Phi_i(A, B, C) = \sum_{m=1}^M [\Delta u_i(x_m, 0, A, B, C) - U_i^*(x_m)]^2$, x_m — координаты точек поверхности, где регистрируются смещения; u_i в (13) являются решением системы (9)–(12) для распределения давления в пласте, задаваемом формулой (14), при некоторых значениях A , B и C . Минимум (A^* , B^* , C^*) функции Φ — решение обратной задачи. Для исследования разрешимости последней синтезируем входные данные следующим образом:

$$U_i^*(x_m) = [1 + \xi_1(x_m)] \Delta u_i(x_m, 0, A^*, B^*, C^*),$$

где ξ_i — случайные величины, равномерно распределенные на отрезке $[-\gamma, \gamma]$; γ — амплитуда мультипликативного шума.

Анализ структуры Φ во всем диапазоне (15) изменения ее аргументов показал, что при $0.25 \leq \alpha \leq 0.75$ целевая функция имеет единственный минимум даже при значительной амплитуде помехи, поэтому сформулированная обратная задача однозначно разрешима. Пример линий уровня Φ (нормированы на максимальное значение) при $A^* = 0.1$, $B^* = 0.9$, $M = 100$, $x_m = mL_x / M$, $\alpha = 0.5$ и $\gamma = 0.4$ в сечениях $C = 2.5$, $C = C^* = 5$, $C = 7.5$ показан на рис. 6а–в. Точка минимума Φ отыскивалась методом сопряженных градиентов [39] в модификации [40]. Проекция траектории соответствующего итерационного процесса на плоскость $C = C^*$ показана штриховой линией на рис. 6б.

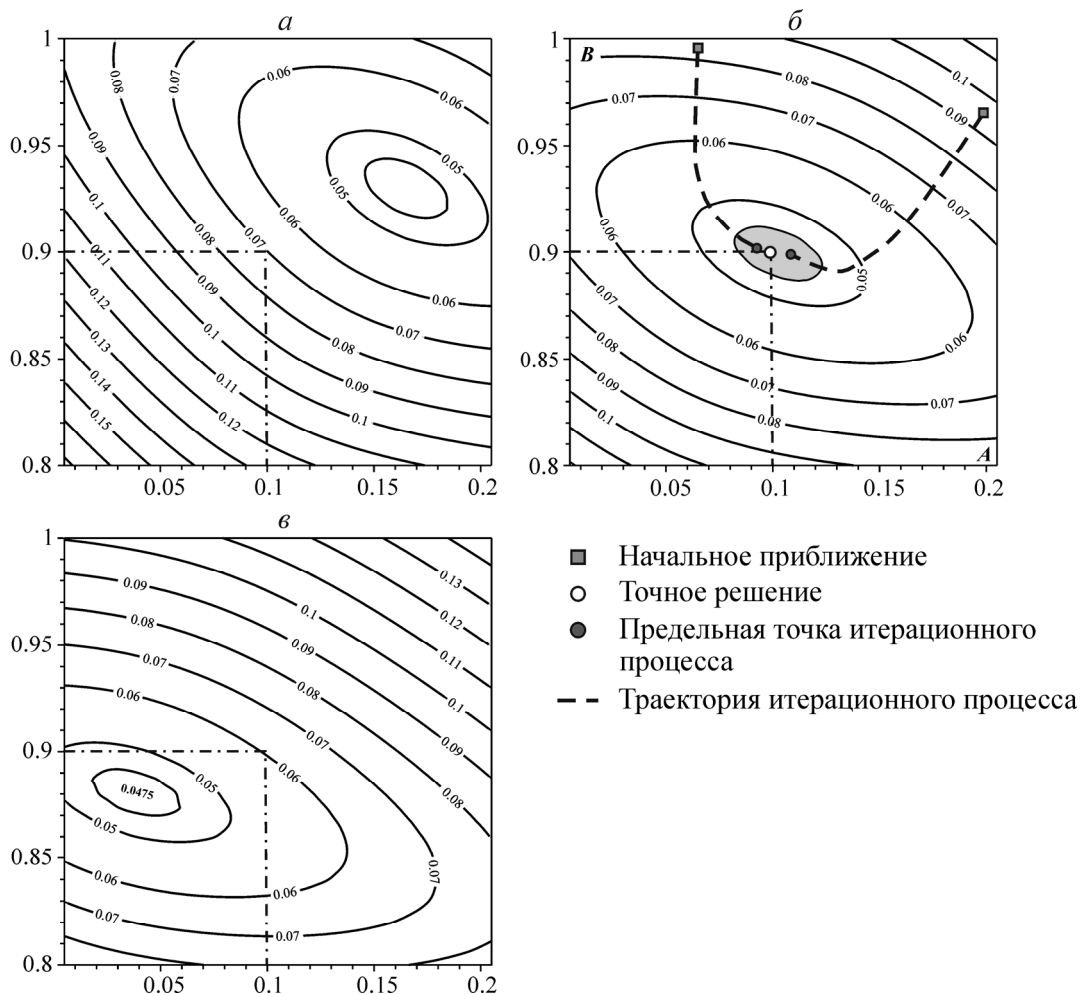


Рис. 6. Линии уровня целевой функции в различных сечениях при амплитуде помехи $\gamma = 0.4$

Если выбрать значение подгоночного параметра α вне указанного диапазона, то целевая функция будет иметь несколько локальных минимумов (рис. 7, сечение $C = C_*$, $\alpha = 0$, $\gamma = 0.2$), поэтому для однозначной оценки распределения в пласте необходимо измерять и вертикальные и горизонтальные смещения земной поверхности.

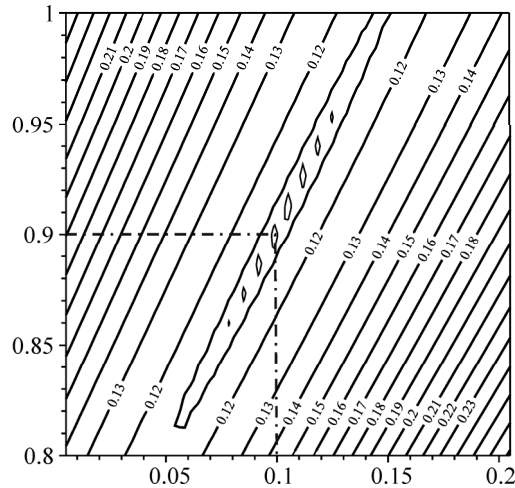


Рис. 7. Изолинии целевой функции в сечении $C = C_*$ при $\alpha = 0$ и $\gamma = 0.2$

ВЫВОД

Предложенный подход дает возможность осуществлять мониторинг поля давления в субгоризонтальных продуктивных пластах при добыче углеводородов при наличии высокоточной системы регистрации смещений земной поверхности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лысков И. А., Кашников Ю.А., Мусихин В. В. Определение оседаний земной поверхности подработанных территорий при разработке полезных ископаемых по результатам интерферометрической обработки радарных данных // ФТПРПИ. — 2012. — № 4.
2. Doornhof D., Kristiansen T. G., Nagel N. B. et al. Compaction and Subsidence. Schlumberger Oilfield Review 18(3), Autumn 2006.
3. Fjaer E. et al. Petroleum Related Rock Mechanics. Elsevier, 1992.
4. Nagel N. B. Compaction and Subsidence Issues within the Petroleum Industry: From Wilmington to Ekofisk and Beyond, Phys. Chem. Earth A, 2001, 26 (1-2).
5. Grasso J. R., Feigner B. Seismicity induced by gas production: II. Lithology correlated events, induced stresses and deformation, Pure and Applied Geophysics, 1990. Vol. 134, Issue 3.
6. Grasso J. R., Wittlingef G. Ten Years of Seismic Monitoring over a Gas Field, Bulletin of the Seismological Society of America, 1990, Vol. 80, No. 2.
7. Kovach R. Source Mechanisms for Wilmington Oil field, California, subsidence earthquakes, Bulletin of the Seismological Society of America, 1974, Vol. 64, No. 3.
8. Потапов В. П., Опарин В. Н., Логов А. Б. и др. Геоинформационная система регионального контроля геомеханико-геодинамических ситуаций на основе энтропийного анализа сейсмических событий (на примере Кузбасса) // ФТПРПИ. — 2013. — № 3.

9. <http://ria.ru/nsk/20130815/956485711.html>
10. **Burgmann R., Rosen P. A., Fielding E. J.** Synthetic Aperture Radar Interferometry to Measure Earth's Surface Topography and Its Deformation, *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, 2000, No. 28.
11. **Akcin H., Degucci T., Kutoglu H. S.** Monitoring Mining Induced Subsidence Using GPS and InSAR, Proc. XXIII FIG Congress, Munich, Germany, 2006, October 8-13.
12. **Krawczyk A., Perski Z., Hanssen R.** Application of ASAR Interferometry for Motorway Deformation Monitoring, Proc. of ENVISAT Symposium, 2007, Montreux, Switzerland.
13. **Vasco D. W., Ferretti A., Novali F.** Reservoir Monitoring and Characterization Using Satellite Geodetic Data: Interferometric Synthetic Aperture Radar Observations from the Krechba Field, Algeria, Lawrence Berkeley National Laboratory, 2008.
14. **Carlo J., Castelletto N., Ferronato M. et al.** A Geomechanical Transversely Isotropic Model of the Po River Basin Using PSInSAR Derived Horizontal Displacement, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2012, Vol. 51.
15. **Henry E., Mayer C., Rott H.** Mapping Mining-Induced Subsidence from Space in a Hard Rock Mine: Example of SAR Interferometry Application at Kiruna Mine, *CIM Bulletin*, 2004, Vol. 97, No. 1083.
16. **Biegert E., Berry J., Oakley S.** Oil field subsidence monitoring using spaceborne interferometric SAR — A Belridge 4-D Case History, Proceedings annual meeting of the American association of petroleum geologists, 1998, Dallas, April, 1997.
17. **Fielding E. J., Blom R. G., Goldstein R. M.** Rapid Subsidence over Oil Field Measured by SAR Interferometry, *Geophysical Research Letters*, 1998, Vol. 25, No. 17.
18. **Xu H., Dvorkin J., Nur A.** Linking oil production to surface subsidence from satellite radar interferometry, *Geophysical Research Letters*, 2001, Vol. 28, No. 7.
19. **Geertsma J.** Land subsidence above compacting oil and gas reservoirs, *Journal of Petroleum Technology*, 1973, Vol. 25.
20. **Piau J.-M.** Compaction and subsidence of petroleum reservoirs. In “Mechanics of porous media”, 1994, Edited by P. Charlez, A. A. Balkema.
21. **Aziz K., Settari A.** Petroleum reservoir simulation, 1979, Applied Science Publishers Ltd.
22. **Detournay E., Cheng A. H.-D.** Fundamentals of Poroelasticity. In “Comprehensive rock engineering — Principles, practice and projects”, V. 2 Analysis and design methods, 1993, Edited by J. A. Hudson, Pergamon Press.
23. **Donaldson E. C.** Simulation of Compaction due to Fluid Withdrawal. In “Subsidence due to Fluid Withdrawal”, Edited by G. V. Chilingarian and E. C. Donaldson, 1995, Elsevier Science.
24. **Biot M. A.** General theory of three-dimensional consolidation, *Journal of Applied Physics*, 1941, Vol. 12.
25. **Coussy O.** Poromechanics, 2004, John Wiley & Son Ltd.
26. **Chan T., Khair K., Jing L. et al.** International Comparison of Coupled Thermo-Hydro-Mechanical Models of a Multiple-Fracture Bench Mark Problem: DECOVALEX Phase I, Bench Mark Test 2, *Int. J. of Rock Mech. and Min. Sci. & Geomech. Abstr.* 1995, Vol. 32.
27. **Woo K. S., Eberhardt E., Rabus B. et al.** Integration of Field Characterization, Mine Production and InSAR Monitoring Data to Constrain and Calibrate 3-D Numerical Modelling of Block Caving-Induced Subsidence, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2012, Vol. 53.
28. **Qi Li.** PS-Insar Monitoring and Finite Element Simulation of Geomechanical and Hydrogeological Responses in Sedimentary Formations, Proc. of Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS), IEEE International, Conference Publications, 2011.
29. **Новацкий В.** Теория упругости. — М.: Мир, 1975.

30. Самарский А. А. Введение в теорию разностных схем. — М.: Наука, 1971.
31. Назарова Л. А. Напряженное состояние наклонно-слоистого массива горных пород вокруг выработки // ФТПРПИ. — 1985. — № 2.
32. www.chiefscientist.nsw.gov.au (Background paper on subsidence monitoring and measurement with a focus on coal seam gas activities).
33. <http://www.laserlocation.ru>
34. Muskat M. The flow of homogeneous fluids through porous media, 1937, McGraw-hill book company, Inc.
35. Романов В. Г. Обратные задачи математической физики. — М.: Наука, 1984.
36. Назарова Л. А., Назаров Л. А., Мирошниченко Н. А. Определение деформационно-прочностных характеристик закладочного массива при ведении очистных работ на основе решения обратных задач // ФТПРПИ. — 2012. — № 4.
37. Назаров Л. А., Назарова Л. А., Карчевский А. Л., Панов А. В. Оценка напряжений и деформационных свойств породных массивов на основе решения обратной задачи по данным измерений смещений на свободных границах // Сибирский журнал индустриальной математики. — 2012. — Т. 15. — № 4.
38. Назаров Л. А., Назарова Л. А. Метод определения параметров очага готовящегося землетрясения на основе данных о смещениях дневной поверхности // ДАН. — 2009. — Т. 427. — № 4.
39. Васильев Ф. П. Численные методы решения экстремальных задач. — М.: Наука, 1988.
40. Карчевский А. Л. Численное решение одномерной обратной задачи для системы упругости // ДАН. — 2000. — Т. 375. — № 2.

Поступила в редакцию 9/IX 2013