Теплофизика и аэромеханика, 2017, том 24, № 1

УДК 536.242

Моделирование теплообмена при трехмерной естественной конвекции наножидкостей CuO/вода с помощью решеточного метода Больцмана

Дж. Алинеджад[1], Дж.А. Эсфахани[2]

[1]*Исламский университет Азад, Сари, Иран*

[2]*Мешхедский университет им. Фирдоуси, Мешхед, Иран*

E-mails: Alinejad_javad @iausari.ac.ir, Abolfazl@um.ac.ir

Исследуется течение жидкости и теплоперенос вследствие естественной конвекции в замкнутом объеме с находящимся в нем изотермическим цилиндром. Целью исследования было моделирование трехмерной естественной конвекции термическим решеточным методом Больцмана на основе модели D3Q19. Исследовалось влияние взвешенных в жидкости наночастиц на течение жидкости и теплоперенос для различных параметров, таких как объемная доля частиц, диаметры частиц и отношение длин полуосей цилиндра. Показано, что поведение течения и средняя скорость теплопередачи в терминах числа Нуссельта (Nu) существенно изменяются при различных управляющих параметрах, таких как объемная доля частиц (5 % $\le \varphi \le$ 10 %), диаметр частиц (d_{p} = 10–30 нм) и отношение длин полуосей (0,5 $\le AR \le$ 2) при фиксированном числе Рэлея (Ra = 10^5). Результаты настоящей работы дают хорошее приближение для выбора эффективного параметра при проектировании тепловой системы.

Ключевые слова: решеточная модель Больцмана, наножидкость, объемные доли, диаметр частицы, отношение длин полуосей.

Введение

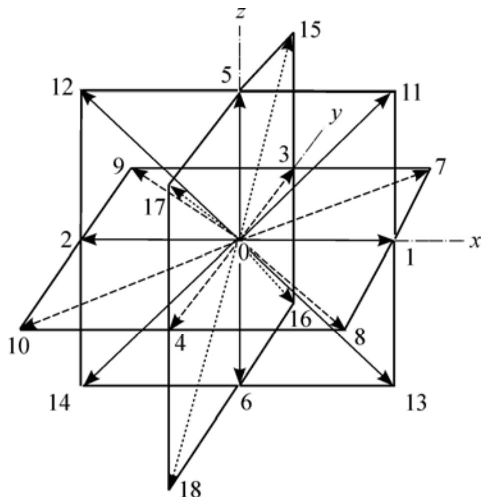
Задача о естественной конвекции в трехмерной кубической полости с местным источником тепла является актуальной темой исследования вследствие того, что она встречается в промышленных и технических приложениях, таких как электронное охлаждение [1], охлаждение реакторов [2, 3], процессы тепло- и массопереноса в криогенном топливе и использование вертикальных резервуаров для хранения жидкостей [4–9]. В этих работах детально анализировались режимы конвективного теплопереноса в замкнутых вертикальных объемах для условий, в которых тепловые потоки к жидкости равномерно распределялись вдоль нижних и боковых поверхностей. Пространственная и временная структуры конвекции при синусоидальном распределении теплового потока на боковой стенке вертикального цилиндра изучалась в работе [10]. Математическое моделирование нестационарных режимов естественной конвекции в замкнутой цилиндрической области с теплопроводной оболочкой конечной толщины было выполнено в [11]. Многочисленные исследования разнообразных конвективных течений, основанные на минимизации генерации энтропии, описаны в работах [12–15]. В [12] численно изучалась генерация энтропии с применением второго закона термодинамики при турбулентном переносе, вызванном трехмерным поверхностным натяжением, во время лазерной обработки материалов. В работе [13] анализировалась генерация энтропии при сопряженной естественной конвекции в замкнутом объеме. В [14] были описаны критерии перехода для снижения энтропии конвективного теплопереноса от поверхностей с микроузором. В работе [15] исследовалось производство энтропии в течении в микроканале при наличии наночастиц, изменяющих фазу. Решеточный метод Больцмана (РМБ) был разработан сравнительно недавно как новый инструмент для моделирования течений жидкости, теплопередачи и других сложных физических явлений. По сравнению с традиционными методами вычислительной гидродинамики решеточный метод Больцмана является методом мезоскопического моделирования, основанным на кинематике частиц. У него много преимуществ, таких как простое программирование, легкая реализация граничных условий и полный параллелизм. В настоящее время с применением РМБ были достигнуты большие успехи при моделировании многофазных течений, течений с химическими реакциями, задач тепловой гидродинамики, течений со взвешенными частицами и задач магнитной гидродинамики. В работе [16] моделировались течение вязкой жидкости и сопряженный теплоперенос в прямоугольной полости с использованием РМБ. Численные расчеты естественной конвекции в полости были выполнены в работах [17, 18].

Основной целью настоящей работы является исследование теплопереноса при трехмерной естественной конвекции в замкнутом объеме с изотермическим цилиндром как источником энергии. Для моделирования естественной конвекции наножидкости CuO/вода в приближении Буссинеска используется многокомпонентный термический решеточный метод Больцмана. Тщательно исследован двойной эффект: отношения длин полуосей и свойств наножидкости. Кроме того, результаты анализа сравниваются с опубликованными ранее данными и обнаружено их хорошее согласование. Таким образом, результаты проведенного исследования позволяют обеспечить хорошее приближение для подбора эффективного параметра при проектировании тепловых систем.

1. Решеточный метод Больцмана

Решеточная кинетическая теория и особенно решеточный метод Больцмана были разработаны как весьма успешные альтернативные численные подходы к решению широкого класса задач [19–21]. Решеточный метод Больцмана был получен из решеточных методов для газа и может рассматриваться как явная дискретизация первого порядка точности уравнения Больцмана в фазовом пространстве. Этот метод явился мощным численным методом для моделирования течений жидкости [22, 23] и теплопередачи [24, 25], основанным на кинетической теории. Он имеет много преимуществ по сравнению с обычными методами вычислительной гидродинамики. В отличие от классического макроскопического подхода, основанного на уравнениях Навье–Стокса, решеточный метод Больцмана использует мезоскопическую модель для моделирования течений жидкости [24]. Он использует моделирование движения частиц жидкости для расчета макроскопических величин, характеризующих жидкость, таких как скорость и давление. В этом подходе область жидкости дискретизируется ячейками равномерной декартовой сетки, каждая из которых содержит фиксированное количество функций распределения, которые соответствуют количеству частиц жидкости, движущихся в этих дискретных направлениях. Следовательно, в зависимости от размерности и количества направлений скорости могут использоваться различные модели. В настоящей работе исследовалось трехмерное течение с применением кубической решетки с девятнадцатью скоростями (модель D3Q19).

Рис. 1. Набор скоростей для трехмерных уравнений решеточного метода Больцмана (D3Q19) с 19 векторами.



Скорости в модели D3Q19 показаны на рис. 1. Многокомпонентное решеточное уравнение Больцмана для наножидкости выражается формулой [26, 27]

$$\frac{\partial f_i^\sigma}{\partial t} + \mathbf{e}_i \cdot \nabla f_i^\sigma = -\frac{1}{\tau_{\rm f}^\sigma}\left[f_i^\sigma - f_i^{\sigma,{\rm eq}} \right], \quad (1)$$

где индексы σ = 1, 2 относятся соответственно к базовой жидкости и к наночастицам наножидкости, τ_f^σ — релаксационное время компоненты σ, $\mathbf{e}_i$ — решеточный вектор скорости в i-ом направлении, $f_i^{\sigma,{\rm eq}}$ — равновесная функция распределения частицы, ассоциированная с движением в i-ом направлении в пространстве скоростей. Функции распределения равновесной плотности σ-ой компоненты $f_i^{\sigma,{\rm eq}}$ определяются формулой

$$f_i^{\sigma,{\rm eq}}(\mathbf{x}, t) = \omega_i \rho^\sigma \left[1 + \frac{3\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{u}^{\sigma,{\rm eq}}}{c^2} + \frac{9(\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{u}^{\sigma,{\rm eq}})^2}{2c^2} - \frac{3(\mathbf{u}^{\sigma,{\rm eq}})^2}{2c^2} \right], \quad (2)$$

где $\omega_0 = 1/3$, $\omega_i = 1/18$ для i = 1–6 и $\omega_i = 1/36$ для i = 7–18. Шаг решетки δx и решеточный временной шаг δt полагаются равными единице, а их отношение $c = \delta x/\delta t$ и скорость звука $c_{\rm s} = c\sqrt{3}.$ Макроскопическая массовая плотность, кинематическая вязкость и плотность количества движения компоненты с номером σ даются формулами $\rho^\sigma(\mathbf{x}, t) = m^\sigma \sum_i f_i^\sigma(\mathbf{x}, t)$, $\nu^\sigma = c_{\rm s}^2(\tau_{\rm f}^\sigma - 1/2)$ и $\rho^\sigma(\mathbf{x}, t)\mathbf{u}^\sigma = m^\sigma \sum_i \mathbf{e}_i f_i^\sigma(\mathbf{x}, t)$ соответственно. Предполагается, что равновесная скорость $\mathbf{u}^{\sigma,{\rm eq}}$ равна общей скорости $\mathbf{u}^{\rm eq}$ и выражается формулой

$$\mathbf{u}^{\rm eq} = \frac{\sum_\sigma \rho^\sigma \mathbf{u}^\sigma / \tau_{\rm f}^\sigma}{\sum_\sigma \rho^\sigma / \tau_{\rm f}^\sigma} + \frac{\mathbf{F}^\sigma}{2\rho^\sigma}. \quad (3)$$

Обычными методами учета массовой силы в решеточном уравнении Больцмана являются комбинированный метод, описанный в работе [28], и точный разностный метод [29]. В работе [30] было показано, что только последний является инвариантным относительно преобразований Галилея, то есть первоначально равновесная функция распределения остается равновесной в локальной области после воздействия локально однородной массовой силы, а методы, упомянутые в [26, 31, 32], не инвариантны относительно преобразований Галилея. В работе [31] были представлены четыре метода введения массовой силы в решеточную модель Больцмана в пределе несжимаемой жидкости. В методе 1 вводится сила тяжести путем включения дополнительного члена в равновесную функцию распределения. Этот подход ограничен применением к тем задачам, где отсутствует изменение плотности либо оно настолько малое, что им можно пренебречь. В методе 2 в решеточную модель Больцмана вводится сила тяжести с помощью равновесной функции распределения, которая представляет собой функцию “равновесной скорости” в решетке Больцмана, не являющуюся скоростью, а функцией, определяемой как функция решеточной скорости Больцмана и массовой силы, возникающей при учете силы тяжести. В методе 3 сила тяжести вводится путем добавления члена в функцию столкновений. Методы 2 и 3 удовлетворяют уравнению неразрывности и уравнению, аналогичному уравнению Навье–Стокса. В методе 4 сила тяжести вводится следующим образом: равновесное распределение берется в виде функции измененной скорости и добавляется дополнительный член к оператору столкновений. Можно полагать, что в этом методе сила тяжести вводится как комбинация методов 2 и 3. Относительные вклады подбираются так, чтобы метод точно удовлетворял уравнениям Навье–Стокса. В пределе несжимаемой жидкости было найдено, что методы 2–4 дают хорошие результаты сравнения с теорией в ситуациях, когда нелинейный член уравнений Навье–Стокса равен нулю. Если он отличен от нуля, то наблюдается различие между методами 2 и 3, которые не описывают правильно нелинейные эффекты, и корректным методом 4. В настоящем исследовании используется составной метод 4 для учета члена массовой силы в решеточной модели Больцмана. Этот метод аналогичен описанному в [28], где последний член в уравнении 4 записывается как аппроксимация нулевого порядка для скорости из формулы, приведенной в этой работе. С использованием данного метода решеточное уравнение Больцмана записывается в следующем виде:

$$f_i^{\sigma}(\mathbf{x}+\mathbf{e}_i\Delta t,\, t+\Delta t) = f_i^{\sigma}(\mathbf{x},t) - \frac{1}{\tau_{\mathrm{f}}^{\sigma}}\left[f_i^{\sigma}(\mathbf{x},t) - f_i^{\sigma,\mathrm{eq}}(\mathbf{x},t)\right] + \frac{2\tau_f^{\sigma}-1}{2\tau_f^{\sigma}}\cdot\frac{D}{B_i c^2}\cdot\mathbf{F}^{\sigma}\cdot\mathbf{e}_i, \tag{4}$$

где $\mathbf{F}^{\sigma}$ — векторная сумма всех сил, действующих на σ-компоненту наножидкости, D — размерность пространства, B_i — коэффициент, обеспечивающий сохранение массы и количества движения жидкостей. Для модели D3Q19 величины D и B_i выражаются формулами

$$\frac{2\tau_{\mathrm{f}}^{\sigma}-1}{2\tau_{\mathrm{f}}^{\sigma}}\cdot\frac{D}{B_i c^2}\mathbf{F}^{\sigma}\cdot\mathbf{e}_i = \frac{2\tau_{\mathrm{f}}^{\sigma}-1}{2\tau_{\mathrm{f}}^{\sigma}}\cdot\frac{\omega_i}{c_{\mathrm{s}}^2}\mathbf{F}^{\sigma}\cdot\mathbf{e}_i \Rightarrow \text{для D3Q19} \rightarrow \begin{cases} D=3, \\ B_i = \begin{cases} 18, & i=1,\dots,6 \\ 36, & i=7,\dots,18. \end{cases} \end{cases} \tag{5}$$

Кроме того, решеточное уравнение энергии без вязкой диссипации определяется для наножидкости следующим образом:

$$g_i^{\sigma}(\mathbf{x}+\mathbf{e}_i\Delta t,\, t+\Delta t) = g_i^{\sigma}(\mathbf{x},t) + (1/\tau_{\theta}^{\sigma})\left[g_i^{\sigma,\mathrm{eq}}(\mathbf{x},t) - g_i^{\sigma}(\mathbf{x},t)\right]. \tag{6}$$

Для модели скорости частиц D3Q19 равновесные функции распределения плотности энергии можно определить по формулам

$$g_0^{\sigma,\mathrm{eq}} = -\frac{\rho^{\sigma}\varepsilon^{\sigma}}{2}\cdot\frac{(\mathbf{u}^{\sigma,\mathrm{eq}})^2}{c^2}, \tag{7}$$

$$g_{1-6}^{\sigma,\mathrm{eq}} = \frac{\rho^{\sigma}\varepsilon^{\sigma}}{18}\left[1+\frac{\mathbf{e}_i\cdot\mathbf{u}^{\sigma,\mathrm{eq}}}{c^2} + \frac{9(\mathbf{e}_i\cdot\mathbf{u}^{\sigma,\mathrm{eq}})^2}{2c^2} - \frac{3(\mathbf{u}^{\sigma,\mathrm{eq}})^2}{2c^2}\right], \tag{8}$$

$$g_{7-18}^{\sigma,\mathrm{eq}} = \frac{\rho^{\sigma}\varepsilon^{\sigma}}{36}\left[4\frac{\mathbf{e}_i\cdot\mathbf{u}^{\sigma,\mathrm{eq}}}{c^2} + \frac{9(\mathbf{e}_i\cdot\mathbf{u}^{\sigma,\mathrm{eq}})^2}{2c^4} - \frac{3(\mathbf{u}^{\sigma,\mathrm{eq}})^2}{2c^2}\right], \tag{9}$$

где g_i^{σ} — i-ая функция распределения энергии, τ_{θ}^{σ} — время тепловой релаксации и $\varepsilon^{\sigma} = \sum_i g_i^{\sigma}$ — внутренняя энергия компоненты σ. Соответствующие температуропроводность и средняя температура рассчитываются по формулам $a^{\sigma} = c_{\mathrm{s}}^2(\tau_{\theta}^{\sigma} - 1/2)$ и $\overline{T}(\mathbf{x},t) = \sum_{\sigma}\varepsilon^{\sigma}(\mathbf{x},t)\Big/\sum_{\sigma}\rho^{\sigma}c_p^{\sigma}$ соответственно, где c_p — удельная теплоемкость при постоянном давлении. Для того чтобы включить в модель выталкивающую силу, применялось приближение Буссинеска и радиационный теплоперенос считался пренебрежимо малым. Для обеспечения работы программы в режиме течения несжимаемой жидкости характерная скорость потока для естественной конвекции $V_{\text{natural}} = \sqrt{\beta g_y \Delta T H}$ должна быть малой по сравнению со скоростью звука в жидкости. Предполагается, что член выталкивающей силы линейно зависит от температуры:

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}, t) = \rho(\mathbf{x}, t)\, g\beta(T(\mathbf{x}, t) - T_{\text{ref}}), \tag{10}$$

где β — коэффициент теплового расширения, а $T_{\text{ref}} = (T_{\text{h}} + T_{\text{c}})/2$ — характерная температура.

1.1. Криволинейная граница

На рис. 2*a* показана часть произвольно изогнутой стенки, где черные ($\mathbf{x}_{\text{w}}$), светлые ($\mathbf{x}_{\text{f}}$, $\mathbf{x}_{\text{ff}}$) и серые ($\mathbf{x}_{\text{b}}$) символы относятся соответственно к узлам границы, области жидкости и твердой области. В граничном условии $f(\mathbf{x}_{\text{b}}, t)$ нужно выполнить шаги вдоль потока в узлах жидкости $\mathbf{x}_{\text{f}}$. Доля частиц, относящаяся к области жидкости, определяется по формуле

$$\Delta = \frac{\|\mathbf{x}_{\text{f}} - \mathbf{x}_{\text{w}}\|}{\|\mathbf{x}_{\text{f}} - \mathbf{x}_{\text{w}}\|}. \tag{11}$$

Стандартное краевое условие прилипания на границе всегда предполагает значение Δ, равное 0,5 у стенки границы (рис. 2*b*). Вследствие криволинейности границ значения Δ лежат в интервале [0, 1]. На рис. 2*c* изображено отражательное поведение поверхности со значением Δ, меньшим, чем 0,5, а на рис. 2*d* показано отражательное поведение от стенки со значением Δ, превышающим 0,5. Во всех трех случаях отражательная функция распределения $\tilde{f}_{\tilde{a}}(\mathbf{x}, t + \Delta t)$ в точке $\mathbf{x}_{\text{f}}$ неизвестна. Поскольку предполагается, что частицы жидкости продвигаются за один временной шаг в РМБ на длину одной ячейки, то частицы жидкости должны прийти к состоянию покоя в промежуточном узле $\mathbf{x}_i$. Для того чтобы вычислить отражательную функцию распределения в узле $\mathbf{x}_{\text{f}}$, будем применять

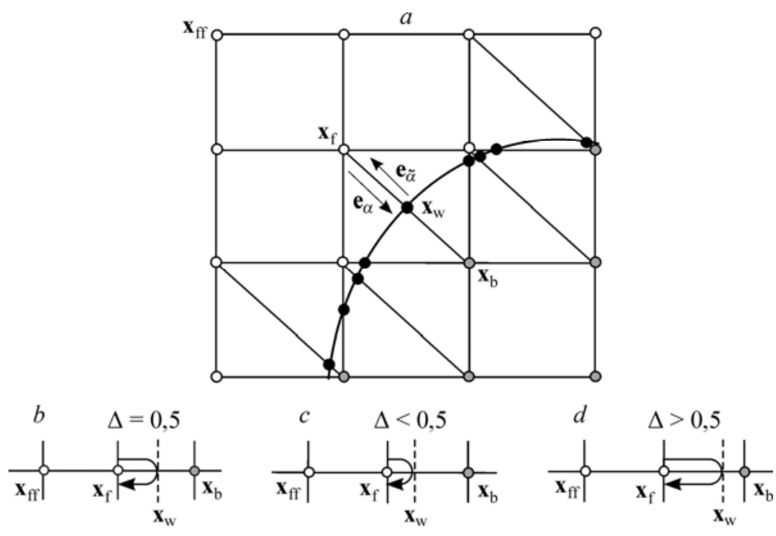


Рис. 2. Вид регулярных решеток и граница в виде криволинейной стенки.
a — общий вид, *b* — Δ = 0,5, *c* — Δ < 0,5, *d* — Δ > 0,5.

интерполяционную схему. Для расчета поля скоростей у криволинейных границ используем метод, описанный в работе [32]. Для расчета функции распределения в твердой области $\tilde{f}_{\tilde{a}}(\mathbf{x}_\mathrm{b}, t)$ с использованием граничных узлов, находящихся в области жидкости, отражающие граничные условия комбинировались с интерполяцией, включающей коррекцию на величину полушага сетки на границах. Для задания $\tilde{f}_{\tilde{a}}(\mathbf{x}_\mathrm{b}, t+\Delta t)$ на шаге продвижения по потоку $(f_{\tilde{a}}(\mathbf{x}+\mathbf{e}_a\Delta t, t+\Delta t) = \tilde{f}_{\tilde{a}}(\mathbf{x}, t+\Delta t))$, как это обычно делается в процедуре Чепмена–Энскога, $\tilde{f}_{\tilde{a}}(\mathbf{x}_\mathrm{b}, t)$ разделяется на две части: $\tilde{f}_{\tilde{a}}(\mathbf{x}_\mathrm{b}, t) = \tilde{f}_{\tilde{a}}^{\mathrm{eq}}(\mathbf{x}_\mathrm{b}, t) + \tilde{f}_{\tilde{a}}^{\mathrm{ne}}(\mathbf{x}_\mathrm{b}, t)$, где $\tilde{f}_{\tilde{a}}^{\mathrm{eq}}(\mathbf{x}_\mathrm{b}, t)$ и $\tilde{f}_{\tilde{a}}^{\mathrm{ne}}(\mathbf{x}_\mathrm{b}, t)$ — равновесная и неравновесная части $\tilde{f}_{\tilde{a}}(\mathbf{x}_\mathrm{b}, t)$ соответственно. Наконец, функция распределения, соответствующая состоянию после столкновения, рассчитывается по формулам

$$\tilde{f}_{\tilde{a}}(\mathbf{x}_\mathrm{b}, t+\Delta t) = (1-\lambda)\tilde{f}_a(\mathbf{x}_\mathrm{f}, t+\Delta t) + \lambda f_a^0(\mathbf{x}_\mathrm{b}, t+\Delta T) - 2(3/c^2)\omega_a\rho(\mathbf{x}_\mathrm{f}, t+\Delta t)\mathbf{e}_a\cdot\mathbf{u}_\mathrm{w}, \quad (12)$$

$$f_a^0(\mathbf{x}_\mathrm{b}, t+\Delta t) = f_a^{\mathrm{eq}}(\mathbf{x}_\mathrm{f}, t+\Delta t) + (3/c^2)w_a\rho(\mathbf{x}_\mathrm{f}, t+\Delta t)e_a(\mathbf{u}_\mathrm{bf} - \mathbf{u}_\mathrm{f}), \quad (13)$$

$$\mathbf{u}_\mathrm{bf} = \mathbf{u}_\mathrm{ff}, \quad \lambda = (2\Delta - 1)/(\tau_\mathrm{m} - 2) \quad \text{если} \quad 0 < \Delta \le 1/2, \quad (14)$$

$$\mathbf{u}_\mathrm{bf} = \left(1 - \frac{3}{2\Delta}\right)\mathbf{u}_\mathrm{f} + \frac{3}{2\Delta}\mathbf{u}_\mathrm{w}, \quad \lambda = \frac{2\Delta - 1}{\tau_\mathrm{m} + 1/2} \quad \text{если} \quad 1/2 < \Delta \le 1, \quad (15)$$

где $\mathbf{u}_\mathrm{w}, \mathbf{u}_\mathrm{bf}, \mathbf{u}_\mathrm{f}, \mathbf{u}_\mathrm{ff}$ — скорость твердой стенки, мнимая скорость для интерполяции, скорости в узлах $\mathbf{x}_\mathrm{f}$ и $\mathbf{x}_\mathrm{ff}$ соответственно

1.2. Число Нуссельта

Теплоперенос между горячими и холодными стенками рассчитывался с помощью локального и среднего чисел Нуссельта, которые описываются формулами

$$\mathrm{Nu}_l = \frac{-1}{\theta_m}\cdot\left.\frac{\partial\theta}{\partial n}\right|_{\mathrm{wall}}, \quad \theta_m = \frac{T - T_c}{T_\mathrm{h} - T_\mathrm{c}}, \quad \mathrm{Nu}_m = \frac{1}{l}\int_0^l \mathrm{Nu}_l\,dx. \quad (16)$$

2. Физическая модель

Рассматриваемая в настоящей работе конфигурация, представлена на рис. 3. Исследуется естественная конвекция вязкой несжимаемой жидкости в трехмерном замкнутом объеме при наличии твердого локального источника энергии с постоянной температурой T_h,

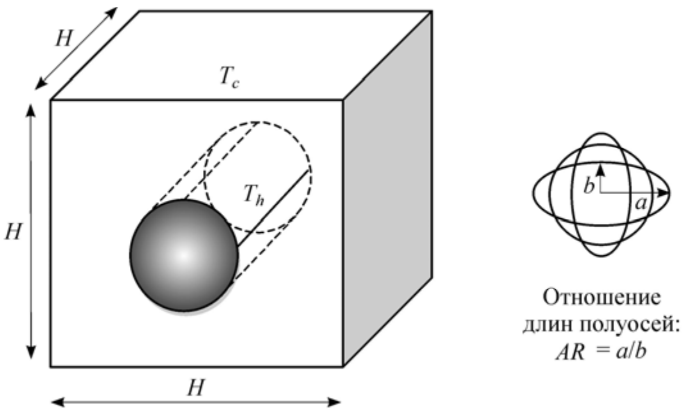


Рис. 3. Схематические диаграммы полости и различных цилиндров.

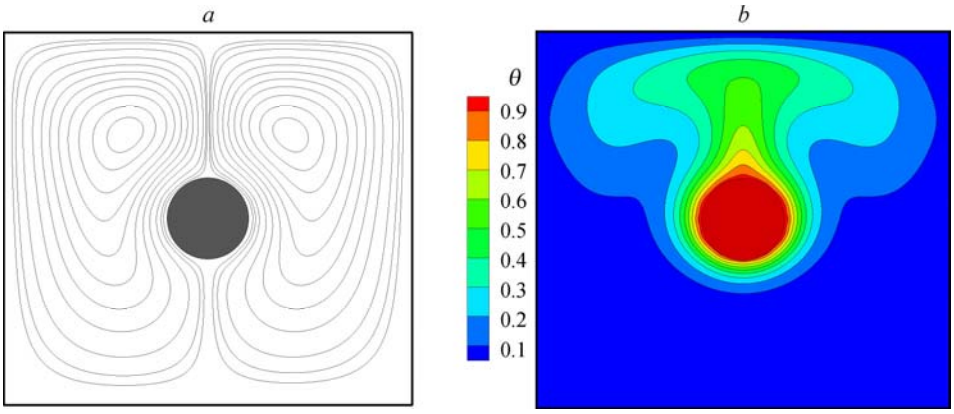


Рис. 4. Линии тока (*a*) и изотермы (*b*) для Ra = 10^5 и $H/D = 5$.

когда стенки полости являются адиабатическими за исключением верхней и нижней стенок, которые контактируют с внешней средой, температура которой составляет T_c. При выполнении численных расчетов предполагалось, что теплофизические свойства материала не зависят от температуры, а режим течения ламинарный. В настоящем исследовании течение ограничено стенками замкнутого объема, где $D = 2\sqrt{ab}$ и $H = 5D$ обозначают соответственно диаметр цилиндра и высоту полости.

3. Проверка программы

Численное моделирование осуществлялось с помощью собственной программы, написанной на Фортране и реализующей решеточный метод Больцмана. Расчеты выполнялись при следующих значениях безразмерного числа Рэлея: $10^4 \le \text{Ra} \le 10^6$. Анализировалось влияние основных параметров, характеризующих процесс. Полученные результаты сравнивались с предыдущими расчетами двумерной естественной конвекции на концентрическом цилиндре в квадратной полости [33, 34]. Сравнение линий тока, изотерм и среднего числа Нуссельта на поверхности раздела между твердой стенкой и газообразной полостью с данными предыдущих работ при различных числах Рэлея показывает хорошую корреляцию (см. рис. 4 и табл. 1).

4. Результаты и их обсуждение

На рис. 5 показаны линии тока (рис. 5*a*) и изотермы (рис. 5*b*) при Ra = 10^5 и разных значениях *AR* (отношение длин полуосей, $AR = a/b$) для различных случаев. Под действием выталкивающего эффекта жидкость поднимается в полости от теплового источника и течет вниз

Таблица 1

Сравнение среднего числа Нуссельта (Nu) для моделирования двумерной естественной конвекции на концентрическом цилиндре в квадратной полости

H/*D*	Ra	Данные настоящей работы	Данные работы [33]	Данные работы [34]
5	10^4	2,104	2,081	3,082
2,5	10^4	3,235	3,229	3,245
5	10^5	3,847	3,801	3,768
2,5	10^5	4,936	4,924	4,861
5	10^6	6,003	6,108	6,106
2,5	10^6	9,116	9,680	8,898

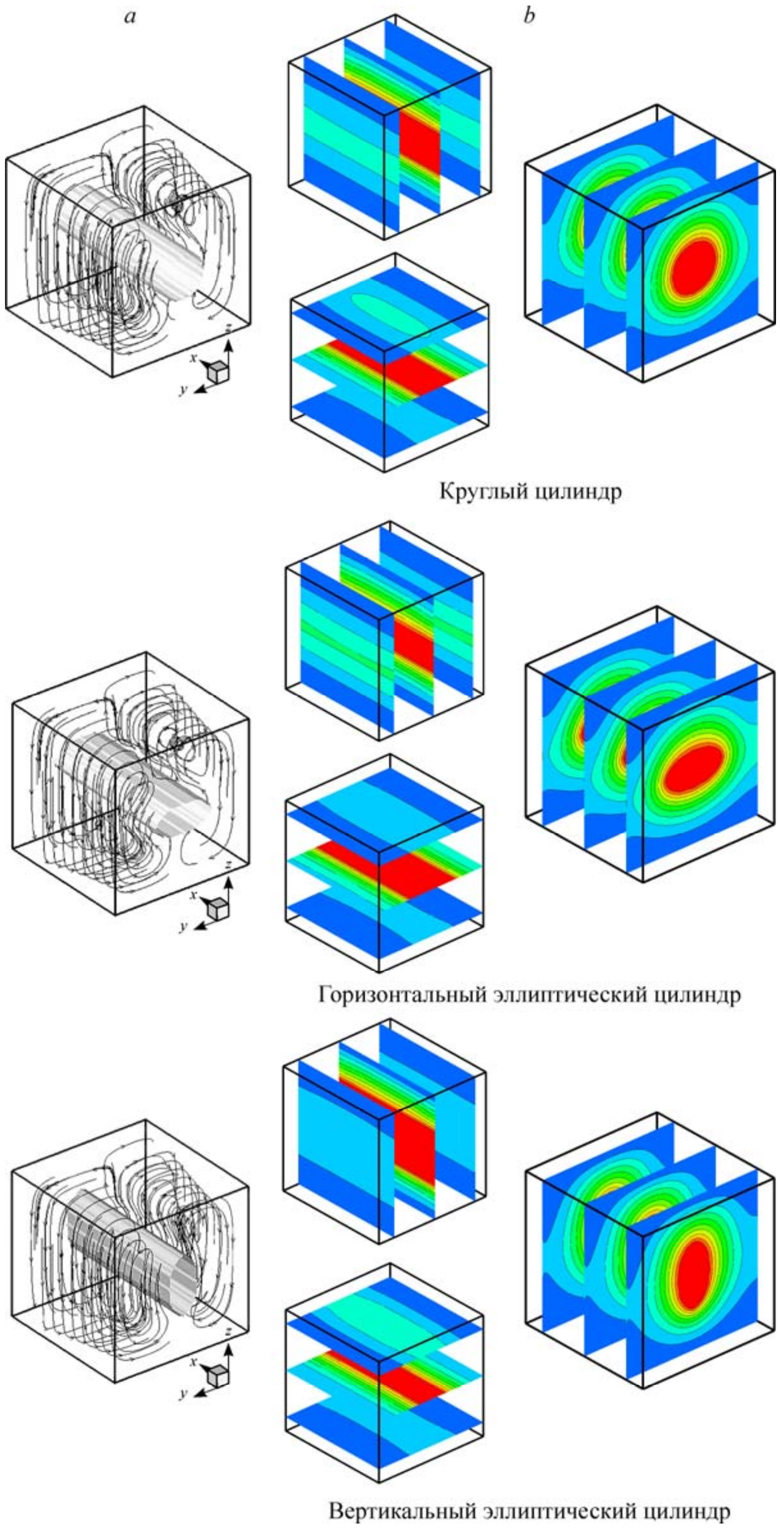


Рис. 5. Линии тока (*a*) и изотермы (*b*) для цилиндров с различными поперечными сечениями при $\mathrm{Ra} = 10^5$.

Шкалу для изотерм см. на рис. 4.

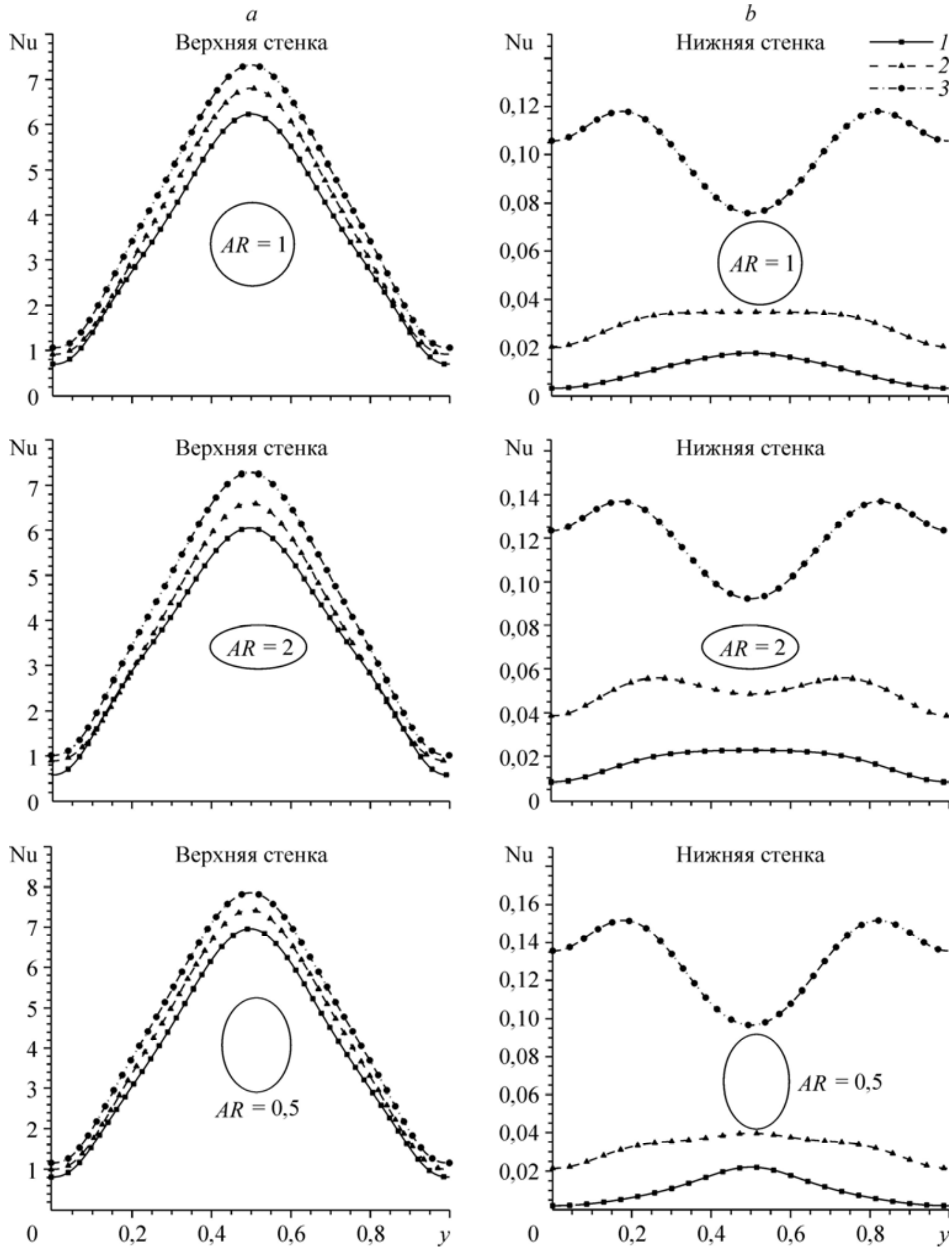


Рис. 6. Локальное число Нуссельта у верхней стенки (*a*) и у нижней стенки (*b*) при различных объемных долях частиц, Ra = 10^5.
1 — вода, *2* — вода-CuO, ϕ = 0,05, *3* — вода-CuO, ϕ = 0,1.

вдоль вертикальных стенок, образуя два различных витка в полости. Детальное рассмотрение линий тока и изотерм показывает, что холодная жидкость вовлекается в движение в сторону нагретого цилиндра и, в свою очередь, поднимается вверх, вызывая течение выталкивающей силой, которое переносит тепло от нагретого цилиндра к холодной окружающей среде. Кроме того, это явление вызывает формирование двух основных циркуляционных течений. Основные круглые циркуляционные потоки занимают область между левой и правой вертикальными стенками. Как видно, влияние формы поперечного сечения цилиндра (отношения $AR = a/b$) тоже является значительным. Например, в случае так называемой тонкой конфигурации ($AR < 1$) струя меньше, чем в случае круглого цилиндра ($AR = 1$) при прочих равных условиях. Обратная тенденция наблюдается для затупленной конфигурации ($AR > 1$).

На рис. 6 и 7 изображены локальные числа Нуссельта вдоль оси y, показано влияние объемных долей и диаметра наночастиц на локальное число Нуссельта у верхней стенки полости (рис. 6*a*, 7*a*) и влияние этих параметров на локальное число Нуссельта

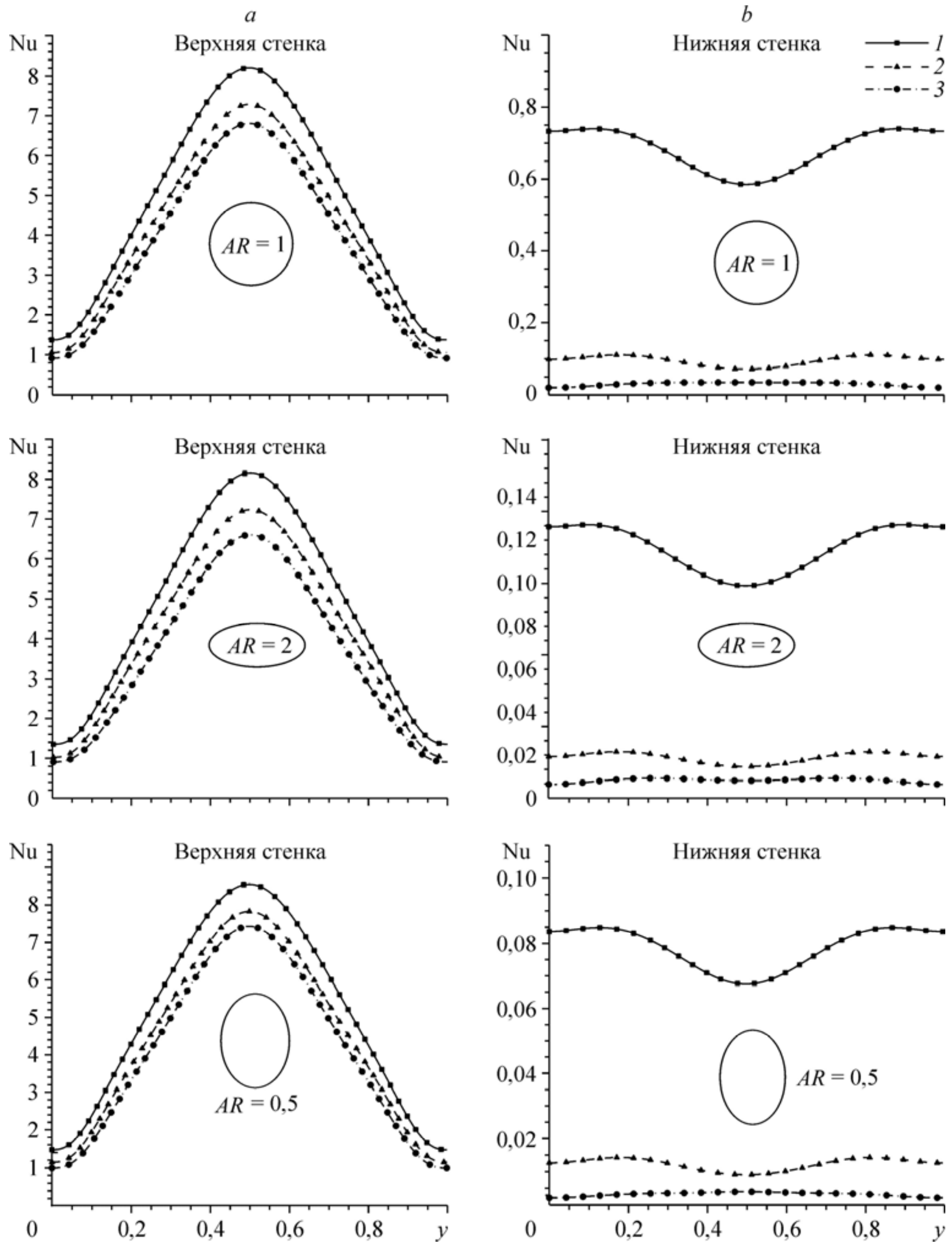


Рис. 7. Локальное число Нуссельта у верхней стенки (*a*) и у нижней стенки (*b*) при различных диаметрах частиц.

$Ra = 10^5$, $\phi = 0{,}05$; *1* — вода-CuO, $d_p = 10$ нм, *2* — вода-CuO, $d_p = 20$ нм, *3* — вода-CuO, $d_p = 30$ нм.

Таблица 2

Среднее число Нуссельта у верхней и нижней холодных стенок полости при Ra = 10^5

Охладители	AR = 1 (круглый цилиндр)	AR = 2 (горизонтальный эллиптический цилиндр)	AR = 0,5 (вертикальный эллиптический цилиндр)
Вода	3,458	3,425	3,828
Вода-CuO, ϕ = 0,05	3,824	3,721	4,196
Вода-CuO, ϕ = 0,10	4,304	4,298	4,657

у нижней стенки полости (рис. 6*b*, 7*b*) при различных отношениях длин полуосей. Основным методом получения характеристики теплопередачи является расчет числа Нуссельта. В действительности число Нуссельта Nu — это безразмерная форма коэффициента теплопередачи. При исследовании скорости теплопереноса детально анализируются локальное и среднее числа Нуссельта у холодных стенок полости. Наблюдается значительный рост величины числа Нуссельта вдоль холодных стенок полости при увеличении объемной доли наночастиц (рис. 6*a*, 6*b*) и снижении диаметра частиц (рис. 7*a*, 7*b*). Кроме того, во всех случаях наблюдается большой градиент числа Нуссельта вблизи нагретого цилиндра, приблизительно при $0,4 < y/H < 0,6$. Можно отметить увеличение числа Нуссельта в направлении теплового потока в центральной области у верхней стенки (рис. 6*a*, 7*a*), обратная тенденция имеет место у нижней стенки (рис. 6*b*, 7*b*). С учетом этих наблюдений естественной конвекции в полости ожидается, что скорость охлаждения будет выше вблизи холодных стенок вследствие движения жидкости. Это явление связано с образованием ячеек течения, вызванным выталкивающей силой в пограничном слое у холодных стенок.

Из табл. 2 видно, что средние числа Нуссельта растут с увеличением объемной доли наночастиц. Это явление указывает на то, что с увеличением теплопроводности наножидкости скорости теплопередачи заметно возрастают. Кроме того, выбор оптимального поперечного сечения происходит на максимальной скорости теплопередачи. Из таблицы видно, что вертикальный эллиптический цилиндр (AR = 0,5) с водой в качестве охладителя имеет такое же число Нуссельта, как и в случае круглого цилиндра с наножидкостью в качестве охладителя, эти результаты выделены серыми клетками. Таким образом, может быть сделан вывод о том, что вертикальный эллиптический цилиндр увеличивает скорость теплопередачи во всех вариантах. Рисунок 8 иллюстрирует влияние объемных долей (рис. 8*a*) и диаметра наночастиц (рис. 8*b*) на поля скоростей в среднем сечении замкнутого объема при различных отношениях длин полуосей. Величина скорости наножидкости заметно увеличивается при уменьшении диаметра частиц вблизи горячего цилиндра (рис. 8*b*) и убывает вблизи адиабатической стенки, такие же, но более слабо выраженные картины течения наблюдаются при увеличении объемной доли наножидкости (рис. 8*a*).

Заключение

Осуществлен численный расчет трехмерной естественной конвекции наножидкости в замкнутом объеме по решеточному методу Больцмана. По сравнению с обычными методами вычислительной гидродинамики использование РМБ в этой задаче имеет многие преимущества, такие как простая процедура расчета, легкая реализация сложных конфигураций течения и граничных условий. С целью исследования гибкости метода рассматривались различные параметры. В заключение кратко сформулируем некоторые из основных выводов.

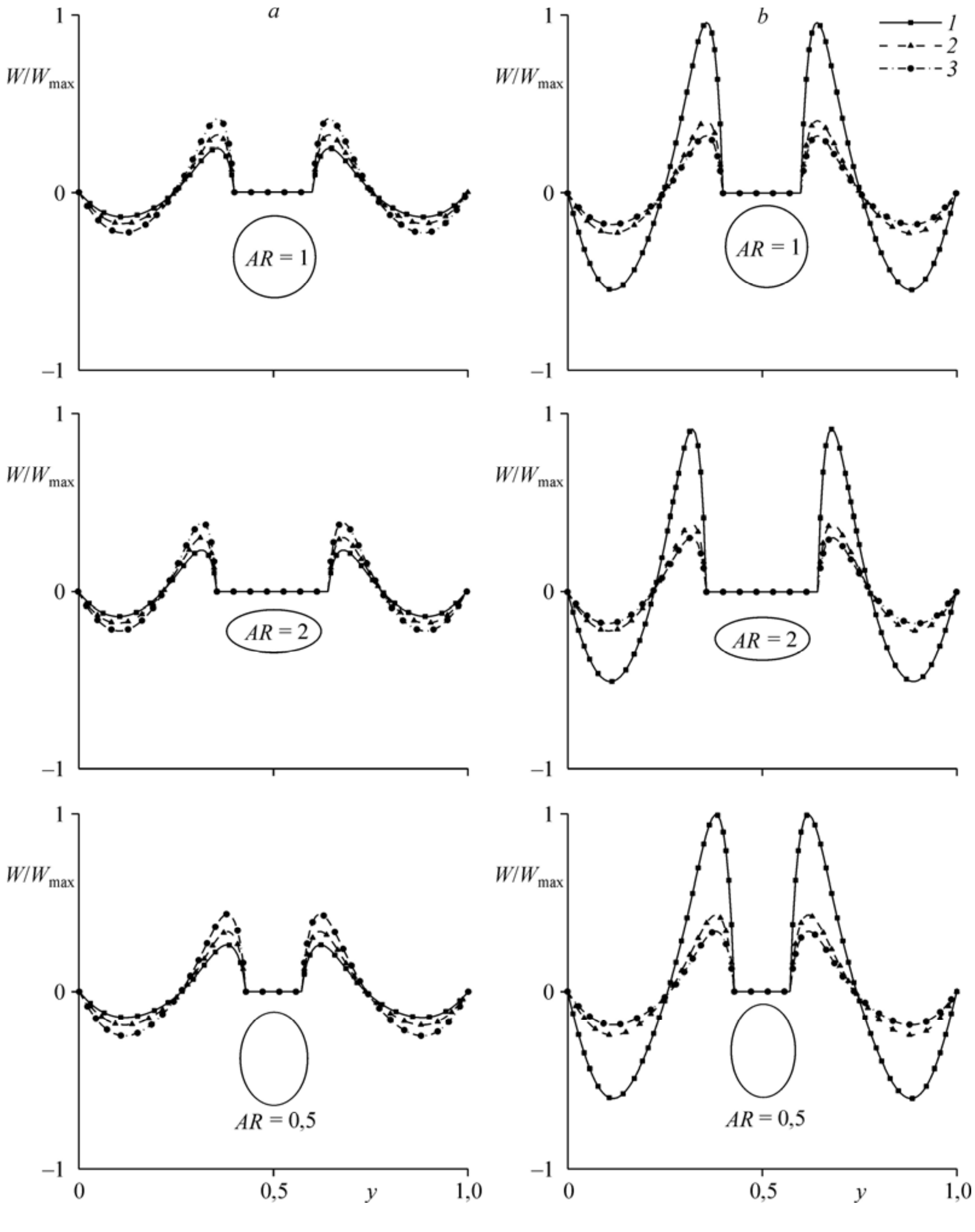


Рис. 8. Безразмерная скорость вдоль оси y при различных значениях ϕ (a) и различных значениях d_p (b) при $z = H/2$ и $\mathrm{Ra} = 10^5$.

a: *1* — вода, *2* — вода–CuO, $\varphi = 0{,}5$, *3* — вода+CuO, $\varphi = 0{,}10$;
b: *1* — вода-CuO, $\phi = 0{,}5$, $d_\mathrm{p} = 10$ нм, *2* — вода-CuO, $\phi = 0{,}5$, $d_\mathrm{p} = 20$ нм, *3* — вода–CuO, $\phi = 0{,}5$, $d_\mathrm{p} = 30$ нм.

I. Для всех отношений длин полуосей наблюдается большой градиент числа Нуссельта вблизи нагретого цилиндра.

II. Число Нуссельта возрастает вблизи ядра потока над верхней стенкой, и обратная тенденция наблюдается над нижней стенкой.

III. Вертикальный эллиптический цилиндр увеличивает скорость теплопередачи для всех возможных вариантов.

IV. Вертикальный эллиптический цилиндр ($AR = 0{,}5$) с водой в качестве охладителя имеет такое же число Нуссельта, как и в случае круглого цилиндра с наножидкостью ($\phi = 5$ %) в качестве охладителя.

V. Величина скорости наножидкости заметно возрастает при уменьшении диаметра частиц и увеличении их объемной доли вблизи горячего цилиндра и убывает вблизи адиабатической стенки.

Список обозначений

AR — отношение длин полуосей,
g — ускорение силы тяжести, м/с^2,
d_p — диаметр частицы,
Nu_l — локальное число Нуссельта,
Nu_m — среднее число Нуссельта,
Pr — число Прандтля,
Ra — число Рэлея,
T — температура, K,
u, v, w — скорости, м/с,
x, y, z — координаты, м.

Греческие буквы

φ — объемная доля частиц,
α — температуропроводность,
μ — динамическая вязкость, кг(мс)$^{-1}$,
θ — безразмерная температура.

Нижние индексы

c — холодный, ff — жидкость, h — горячий, s — твердый.

Список литературы

1. **Samadiani E., Joshi Y., Mistree F.** The thermal design of a next generation data center: A conceptual exposition // J. Electronic Packaging. 2008. Vol. 130, No. 4. P. 1104–1112.
2. **Kim Y.K., Lee K.H., Kim H.R.** Cold neutron source at KAERI Korea // Nuclear Engng and Design. 2008. Vol. 238. P. 1664–1669.
3. **Karthikeyan S., Sundararajan T., Shet U.S.P., Selvaraj P.** Effect of turbulent natural convection on sodium pool combustion in the steam generator building of a fast breeder reactor // Nuclear Engineering and Design. 2009. Vol. 239, No. 12. P. 2992–3002.
4. **Rodriguez I., Castro J., Perez-Segarra C.D., Oliva A.** Unsteady numerical simulation of the cooling process of vertical storage tanks under laminar natural convection // Inter. J. Thermal Sci. 2009. Vol. 48, No. 4. P. 708–721.
5. **Lin W., Armfield S.W.** Direct simulation of natural convection cooling in a vertical circular cylinder // Inter. J. Thermophys. Heat Transfer. 1999. Vol. 42. P. 4117–4130.
6. **Kurian V., Varma M.N., Kannan A.** Numerical studies on laminar natural convection inside inclined cylinders of unity aspect ratio // Inter. J. Thermophys. Heat Transfer. 2009. Vol. 52. P. 822–838.
7. **Черкасов С.Г.** Естественная конвекция и температурная стратификация в криогенном топливном баке в условиях микрогравитации // Изв. РАН. МЖГ. 1994. №. 5. С. 142–149.
8. **Полежаев В.И., Черкасов С.Г.** Нестационарная тепловая конвекция в цилиндрическом сосуде при боковом подводе тепла // Изв. АН СССР. МЖГ. 1983. №. 4. С. 148–157.
9. **Черкасов С.Г.** Естественная конвекция в вертикальном цилиндрическом сосуде при подводе тепла к боковой и свободной поверхностям // Изв. АН СССР. МЖГ. 1984. № 6. С. 51–56.
10. **Моисеева Л.А., Черкасов С.Г.** Математическое моделирование естественной конвекции в вертикальном цилиндрическом баке при знакопеременном распределении теплового потока на стенке // Изв. РАН. МЖГ. 1996. №. 2. С. 66–72.
11. **Шеремет М.А.** Нестационарная сопряженная термогравитационная конвекция в цилиндрической области с локальным источником энергии // Теплофизика и аэромеханика. 2011. Т. 18, № 3. С. 463–474.
12. **Chatterjee D., Chakraborty S.** Entropy generation analysis of turbulent transport in laser surface alloying process // Materials Sci. Technol. 2006. Vol. 22. P. 627–633.
13. **Esfahani J.A., Alinejad J.** Entropy generation of conjugate natural convection in enclosures: the lattice Boltzmann method // J. Thermophys. Heat Transfer. 2013. Vol. 27, No. 3. P. 498–505.
14. **Naterer G.** Transition criteria for entropy reduction of convective heat transfer from micropatterned surfaces // J. Thermophys. Heat Transfer. 2008. Vol. 22, No. 2. P. 271–280.
15. **Alquaity A.B.S., Al-Dini S.A., Yilbas B.S.** Entropy generation in microchannel flow with presence of nanosized phase change particles // J. Thermophys. Heat Transfer. 2012. Vol. 26. P. 134–140.
16. **Алинеджад Д., Эсфахани Д.А.** Моделирование методом решеточных уравнений Больцмана течения вязкой жидкости и сопряженного теплообмена в прямоугольной полости с нагретой подвижной стенкой // Теплофизика и аэромеханика. 2013. Т. 20, № 5. С. 623–632.

17. D'Orazio A., Corcione M., Celata G.P. Application to natural convection enclosed flows of a lattice Boltzmann BGK model coupled with a general purpose thermal boundary condition // Inter. J. Thermal Sci. 2004. Vol. 43. P. 575–586.
18. Shu C., Peng Y., Chew Y.T. Simulation of natural convection in a square cavity by Taylor series expansion and least squares-based lattice Boltzmann method // Inter. J. Modern Phys. 2002. Vol. 13. P. 1399–1414.
19. Chopard B., Luthi P.O. Lattice Boltzmann computations and applications to physics // Theoretical Comput. Phys. 1999. Vol. 217. P. 115–130.
20. Nourgaliev R.R., Dinh T.N., Theofanous T.G., Joseph D. The lattice Boltzmann equation method: theoretical interpretation, numerics and implications // Inter. J. Multiphase Flow. 2003. Vol. 29, No. 1. P. 117–169.
21. Yu D., Mei R., Luo L.S., Shyy W. Viscous flow computations with the method of lattice Boltzmann equation // Progress Aerospace Sci. 2003. Vol. 39, No. 5. P. 329–367.
22. Mohammad A.A. Applied lattice Boltzmann method for transport phenomena momentum heat mass transfer. Calgary: Univ. Calgary Press, 2007. 193 p.
23. Aghajani D.M., Farhadi M., Sedighi K. Effect of heater location on heat transfer and entropy generation in the cavity using the lattice Boltzmann method // Heat Transfer Research. 2009. Vol. 40. P. 521–536.
24. Mezrhab A., Jami M., Abid C., Bouzidi M., Lallemand P. Lattice Boltzmann modeling of natural convection in an inclined square enclosure with partitions attached to its cold wall // Inter. J. Heat Fluid Flow. 2006. Vol. 27. P. 456–465.
25. He X., Luo L.S. Lattice Boltzmann model for the incompressible Navier–Stokes equations // J. Statist. Phys. 1997. Vol. 88, No. 3, 4. P. 927–944.
26. Xuan Y., Yao Z. Lattice Boltzmann model for nanofluids // Heat Mass Transfer. 2005. Vol. 41. P. 199–205.
27. Taher M.A., Lee Y.W., Kim H.D. Heat transfer enhancement of Cu-H2O nanofluid with internal heat generation using LBM // Open J. Fluid Dyn. 2013. Vol. 3. P. 92–99.
28. Guo Z., Zheng C., Shi B. Discrete lattice effects on the forcing term in the lattice Boltzmann method // Phys. Rev. E. 2002. Vol. 65, No. 4. P. 046308-1–046308-6.
29. Kupershtokh A.L. Criterion of numerical instability of liquid state in LBE simulations // Computers and Mathematics with Applications. 2010. Vol. 59, No. 7. P. 2236–2245.
30. Kupershtokh A.L. New method of incorporating a body force term into the lattice Boltzmann equation // In: Proc. 5th Inter. EHD Workshop. Poitiers, France. 2004. P. 241–246.
31. Buick J.M., Greated C.A. Gravity in a lattice Boltzmann model // Phys. Review E. 2000. Vol. 61. P. 5307–5320.
32. Guo Z. L., Zheng Ch., Shi B.C. An extrapolation method for boundary conditions in lattice Boltzmann method // Phys. Fluids. 2002. Vol. 14, No. 6. P. 2007–2010.
33. Lin K.H., Liao C.C., Lien S.Y., Lin C.A. Thermal lattice Boltzmann simulations of natural convection with complex geometry // J. Comp. & Fluids. 2012. Vol. 69. P. 35–44.
34. Shu C., Xue H., Zhu Y.D. Numerical study of natural convection in an eccentric annulus between a square outer cylinder and a circular inner cylinder using DQ method // Inter. J. Heat Mass Transfer. 2001. Vol. 44. P. 3321–3333.

Статья поступила в редакцию 11 июня 2014 г.,
после переработки — 6 июля 2015 г.