

УДК 533.2

## Численное исследование взаимодействия ударных волн в стационарных потоках вязкого теплопроводного газа с низким показателем адиабаты \*

Г.В. Шоев<sup>1,2</sup>, М.С. Иванов<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН, Новосибирск

<sup>2</sup>Новосибирский государственный университет

E-mail: shoev@itam.nsc.ru

Численно исследуются особенности взаимодействия ударных волн в вязком теплопроводном газе с низким показателем адиабаты. Рассмотрен случай маховского отражения ударных волн с отрицательным углом наклона отраженной волны по отношению к направлению вектора скорости набегающего потока и проанализировано влияние вязкости на структуру течения. Обсуждаются вопросы неединственности ударно-волновой конфигурации при различных числах Рейнольдса, т.е. в зависимости от начальных условий и числа Рейнольдса могут существовать две различные ударно-волновые конфигурации: регулярная конфигурация, взаимодействующая с веером волн разрежения, и маховская. В случаях, когда могут существовать две различные конфигурации ударных волн, рассматривается возможность перехода от регулярного отражения ударных волн к маховскому отражению.

**Ключевые слова:** трехударная конфигурация с отрицательным углом отражения, неединственность численного решения уравнений Навье–Стокса, переход между регулярным и маховским отражением, область двойного решения, эффекты вязкости, взаимодействие ударных волн с веером волн разрежения.

### Введение

Исследование отражения ударных волн имеет длительную историю [1–5]. Хорошо известно два типа отражения: регулярное отражение (рис. 1а), состоящее из падающей (IS) и отраженной (RS) ударных волн, и нерегулярное отражение, состоящее из трех и более волн. С момента открытия Э. Махом в конце XIX века нерегулярного отражения было проведено большое количество теоретических, экспериментальных и численных исследований как регулярного, так и нерегулярного отражений, которое часто называют маховским. Маховское отражение (рис. 1б) характеризуется наличием третьего скачка (MS), ножки Маха и контактной поверхностью (CD), исходящей из тройной точки (Т). В середине XX века Дж. Фон Нейман предложил двух- и трехударные теории [2], основанные на законах сохранения через косые скачки, для описания параметров течения около точки ветвления ударных волн: точка R (рис. 1а) — в случае регулярного отражения, и точка Т (рис. 1б) — в случае маховского отражения. В настоящее время интерес

\* Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты №№ 15-58-52044, 14-08-01252). Численное моделирование проводилось на кластерах Сибирского суперкомпьютерного центра СО РАН (ССКЦ СО РАН) и Новосибирского государственного университета.

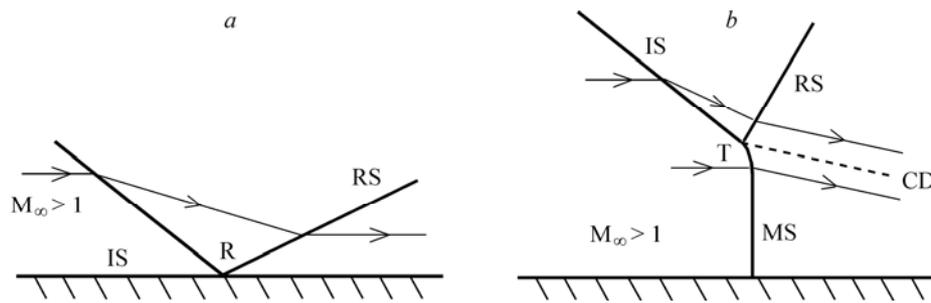


Рис. 1. Регулярная (а) и маховская (b) конфигурации ударных волн.

к отражению ударных волн в первую очередь вызван прикладными задачами аэромеханики, возникающими, например, при проектировании воздухозаборников в сверхзвуковых летательных аппаратах [6, 7]. Однако несмотря на большое количество работ, посвященных отражению ударных волн, в настоящее время появляются новые направления для дальнейших исследований.

За последнее время было обнаружено много новых интересных особенностей течений с отражением и взаимодействием ударных волн. Одной из таких особенностей является гистерезис перехода между регулярным и маховским отражениями, который наблюдался в области параметров, где, согласно теории Неймана, может существовать как регулярное, так и маховское отражение. Теоретически данное явление было предсказано в работе [8], а позднее подтверждено численно [9–11] и экспериментально [11–13]. В этих работах рассматривалось отражение ударных волн между двумя клиньями, помещенными в стационарный сверхзвуковой поток. Аналогичная неединственность ударно-волновой конфигурации была обнаружена численно и экспериментально в работе [14] при исследовании перехода от регулярного отражения, взаимодействующего с веером волн разрежения EF (рис. 2а), к маховскому отражению. Однако здесь не учитывались вязкость и теплопроводность, а в экспериментах число Рейнольдса не варьировалось. Все эти исследования проводились для газов с показателем адиабаты  $\gamma = 1,4$ . Исходя из полученных результатов, можно предположить, что при переходе от регулярного отражения к маховскому вязкость не оказывает значительного влияния как на структуру течения, так и на смену типа отражения ударных волн.

Численное исследование влияния эффектов вязкости на структуру течения около точки пересечения ударных волн при нерегулярном отражении проводилось в работе [15]. Было обнаружено подобие полей течений при различных числах Рейнольдса в малой окрестности точки пересечения ударных волн при маховском отражении. Однако вязкость и здесь не оказывала глобального влияния на перестройку течения на размерах, соизмеримых с характерным масштабом задачи.

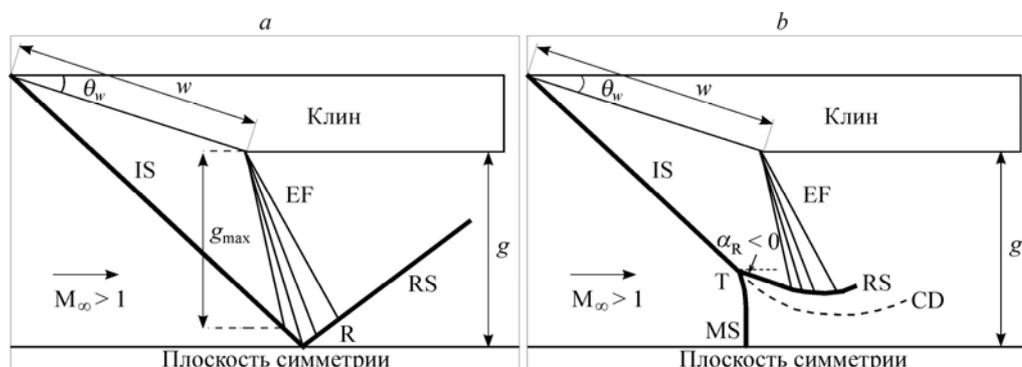


Рис. 2. Двухударная конфигурация, взаимодействующая с веером волн разрежения (а), и трехударная конфигурация с отрицательным углом отражения (b).

Вышеупомянутые численные и экспериментальные работы проводились при достаточно больших числах Маха набегающего потока,  $M_\infty > 2,2$ . Исследования при меньших числах Маха ( $M_\infty < 2,2$ ) обычно проводились в попытке разрешить так называемый парадокс Неймана, связанный с невозможностью корректного математического описания нерегулярной трехударной конфигурации. В экспериментах наблюдалась трехударная конфигурация, которая возникала в области параметров, где теория Неймана не предсказывает ее существования. Это несоответствие, как правило, и называют парадоксом Неймана или парадоксом тройной точки. Для построения решения в рамках газовой динамики в 1947 году Гудерлей предложил новую нерегулярную конфигурацию [3], включающую четвертую центрированную волну разрежения, исходящую из точки пересечения ударных волн. Однако первое численное подтверждение этого решения было обнаружено лишь полвека спустя в работе [16], где рассматривалась дифракция ударных волн на клине в рамках уравнений Эйлера. Численное моделирование [17, 18] на основе уравнений Навье–Стокса и метода прямого статистического моделирования показало глобальное влияние вязкости на масштабах, соизмеримых с характерным масштабом задачи, а именно: угол наклона отраженной волны сильно отличался от теоретического предсказания. Все эти исследования отражения ударных волн проводились для газов с показателем адиабаты  $\gamma = 1,4$  или  $\gamma = 1,66$ .

В аналитических [19] и численных [20] исследованиях было показано, что согласно трехударной теории Неймана [2] при малых значениях показателя адиабаты ( $\gamma < 1,4$ ) может реализовываться маховское отражение ударных волн с отрицательным углом отраженной волны по отношению к направлению вектора скорости набегающего потока. Следуя определению, данному в работах [19, 20], будем называть такую конфигурацию трехударной конфигурацией с отрицательным углом отражения. Отметим, что возникновение подобной конфигурации возможно только при низких показателях адиабаты, поэтому она не могла быть найдена ни в экспериментах, ни в численном моделировании.

Численное моделирование трехударной конфигурации с отрицательным углом отражения было проведено в [20] на основе уравнений Навье–Стокса с использованием программного пакета STAR-CCM+. В этой работе авторы рассматривали двухмерное стационарное течение между двумя симметрично расположенными клиньями в сверхзвуковом потоке газа с низким показателем адиабаты. Результаты расчетов показали неустойчивость трехударной конфигурации с отрицательным углом отражения. Насколько известно авторам настоящего исследования, такая ударно-волновая конфигурация была впервые обнаружена авторами [19, 20] и фактически не изучалась другими исследователями. Возникновение трехударной конфигурации с отрицательным углом отражения является интересным и плохо изученным фундаментальным вопросом. Целью настоящей работы является численное исследование новых особенностей ударно-волновых конфигураций в газовых течениях с низким показателем адиабаты.

### 1. Сравнение ударных поляр при различных показателях адиабаты

Качественный и количественный анализ взаимодействия косых ударных волн в рамках невязкой теории часто проводится путем геометрических построений ударных поляр (сердцевидных кривых) на плоскости, в которой показана связь давления и угла поворота потока за косым скачком. Ударные поляры строятся на основе соотношений Ренкина–Гюгонио и фактически выражают законы сохранения массы, импульса и энергии на косых скачках. В настоящей работе при построении ударных поляр используется давление, нормированное на значение давления в набегающем потоке, т.е.  $p/p_\infty$ , а угол поворота потока измеряется в градусах.

На рис. 3 показаны ударные поляры для случаев, соответствующих трехударным конфигурациям при различных показателях адиабаты. Из точки (0,1), соответствующей параметрам набегающего потока, строится ударная поляра падающей ударной волны. Точка А соответствует параметрам течения за прямым скачком, а часть поляры от точки (0,1) до точки А соответствует всем возможным комбинациям давления и угла поворота за косым

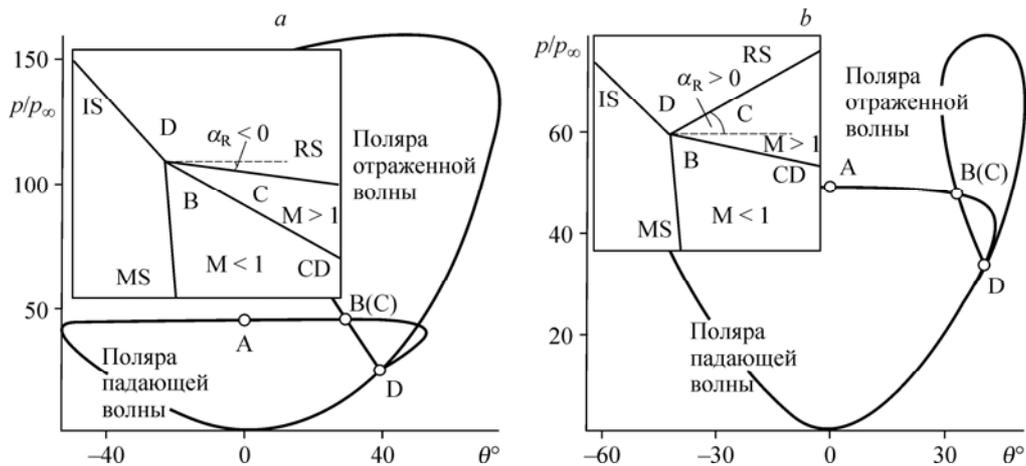


Рис. 3. Ударные поляры.

$M_\infty = 6,5$  (a, b),  $\theta_w = 40^\circ$  (a, b),  $\gamma = 1,2$  (a),  $1,4$  (b);

$\alpha_R$  — угол отраженной волны по отношению к направлению набегающего потока.

скачком. Затем из точки D, соответствующей параметрам течения за падающим скачком, строится ударная поляра отраженной волны. Эта точка определяется углом поворота потока за падающим скачком IS (см. рис. 2), который, например, может быть определен клином, генерирующим падающую волну. Точка B(C) пересечения ударных поляр соответствует параметрам за точкой пересечения ударных волн, из которой исходит контактный разрыв CD. Давление и угол поворота потока не терпят разрыва на контактном разрыве CD. Зная угол поворота потока, можно вычислить угол отраженного RS и маховского MS скачков, а затем вычислить все остальные параметры течения.

Рассмотрим задачу об отражении ударных волн между двумя симметричными клиньями для параметров потока, соответствующих параметрам, при которых были построены ударные поляры на рис. 3a и 3b. При этом будем считать, что реализуется трехударная конфигурация (например, см. рис. 2b). В этом случае на плоскости симметрии ножка Маха будет нормальным скачком, т.е. параметры за ним будут соответствовать точкам A на ударных полярах (рис. 3) для обоих случаев. При движении от плоскости симметрии к клину будет происходить небольшое искривление ножки Маха, что соответствует движению по поляре падающей волны от точки A к точке B(C). Согласно анализу ударных поляр (рис. 3a) в случае трехударной конфигурации с отрицательным углом отражения ( $\alpha_R < 0$ ) угол поворота потока за отраженной волной (точка B) уменьшается по сравнению с углом поворота потока за падающим скачком (точка D). Аналогичная картина наблюдается и в случае маховского отражения с положительным углом наклона ( $\alpha_R > 0$ ) отраженной волны (рис. 3b). В обоих случаях качественное поведение направления потока от течения за падающим скачком к течению за отраженной волной совпадает. Согласно невязкому решению в обоих случаях за ножкой Маха MS должно реализовываться дозвуковое течения, а за отраженной волной должен следовать сверхзвуковой поток. Таким образом, согласно анализу ударных поляр трехударная конфигурация с отрицательным углом отражения, возникающая между двумя симметрично расположенными клиньями, качественно не отличается от случая маховского отражения с положительным углом отраженной волны (см. рис. 3a и 3b). Отметим, что данный вывод сделан только на основе анализа ударных поляр, т.е. без учета неидеальности газа (его вязкости и теплопроводности) и конкретных размеров клиньев.

## 2. Постановка задачи и численные методы

Рассматривается взаимодействие ударных волн, создаваемых двумя симметричными клиньями с углом раствора  $\theta_w = 40^\circ$ , помещенными в стационарный сверхзвуковой ( $M_\infty = 6,5$ ) поток газа с показателем адиабаты  $\gamma = 1,2$ . Такая постановка соответствует одному из случаев,

представленных в работе [20], за исключением геометрии клиньев. В этой работе за задней кромкой клина задавалась область с увеличивающимся поперечным сечением (расширяющийся канал), а в настоящей работе за задней кромкой клина использовался канал постоянного сечения.

Численное моделирование отражения ударных волн проводилось на основе двухмерных уравнений Эйлера и Навье–Стокса с использованием пакета программ Ansys Fluent. Использовалась схема второго порядка с разностями против потока для решения уравнений Эйлера и схема MUSCL (Monotonic Upstream-Centered for Conservation Laws) третьего порядка для решения уравнений Навье–Стокса. Через грани контрольного объема вычислялись потоки с использованием солвера AUSM [21]. Геометрия расчетной области показана на рис. 2. Расстояние между клиньями выбиралось таким образом, чтобы первая характеристика веера волн разрежения EF пересекала падающий скачок IS в области между плоскостью симметрии и клином так, как показано на рис. 2а. На левой (входной) границе задавались параметры, соответствующие параметрам в набегающем потоке. Ввиду симметричной постановки задачи на нижней границе ставилось условие симметрии. Клинь использовался только в качестве генератора падающей ударной волны, поэтому на клине задавались условия непротекания. Задняя граница расчетной области располагалась достаточно далеко от задней кромки клина так, чтобы на этой границе реализовывалось сверхзвуковое течение. Данная граница является «свободной»: все переменные экстраполируются из расчетной области. Численное решение интегрировалось по времени до момента установления с использованием неявной или явной схемы в зависимости от начального поля течения. В качестве критериев сходимости численного решения использовались стандартные мониторы невязок (до  $10^{-14}$ ) и неизменное положение ударной волны на плоскости симметрии.

В настоящей работе фактически решались две задачи о течении между двумя симметрично расположенными клиньями. Первая задача состояла в расчете вязкой структуры трехударной конфигурации с отрицательным углом отражения. Эта задача решалась с использованием неявной схемы, при этом начальные условия соответствовали равномерному сверхзвуковому течению с параметрами набегающего потока или стационарному численному решению уравнений Эйлера. Забегая вперед, отметим, что в зависимости от начальных условий может реализовываться одна из двух различных ударно-волновых конфигураций: регулярное отражение, взаимодействующие с веером волн разрежения, или трехударная конфигурация с отрицательным углом отражения. Эта неединственность ударно-волновой структуры вызывает вопрос о переходе от одного состояния к другому, что и является второй задачей. Для изучения процесса перехода от двухударной конфигурации к трехударной в набегающий поток вносились возмущения давления. В небольшой части (в виде круга) набегающего потока перед отражением ударных волн вверх по потоку поднималось давление, и далее расчет продолжался с использованием явной схемы до момента установления.

Для замыкания системы уравнений движения механики сплошных сред применялось уравнение состояния идеального газа. В расчетах использовалась степенная зависимость коэффициента вязкости от температуры со степенью 0,66. Коэффициент теплопроводности вычислялся из числа Прандтля 0,72. Вязкие расчеты проводились при относительно низких числах Рейнольдса в ламинарном режиме.

Моделирование проводилось на структурированной прямоугольной сетке. Для оценки точности численного решения применялись три разные схемы: первого и второго порядка с разностями против потока, и схема MUSCL третьего порядка. Сходимость численного решения контролировалась на двух сетках с размером ячеек, отличающимся в два раза: 1)  $\Delta x \sim 1,4 \cdot 10^{-3} w$ ,  $\Delta y \sim 10^{-3} w$ ; 2)  $\Delta x \sim 7 \cdot 10^{-4} w$ ,  $\Delta y \sim 5 \cdot 10^{-4} w$ , где  $w$  — длина наклонной части клина (рис. 2). Результаты всех расчетов с использованием разных схем и сеток хорошо согласуются между собой, т.е. численные ошибки малы и не влияют на конечный результат.

### 3. Трехударная конфигурация с отрицательным углом отражения

Результаты моделирования на основе уравнений Навье–Стокса изображены на рис. 4. В качестве начальных данных в расчете использовалось стационарное численное решение уравнений Эйлера с трехударной конфигурацией. Толстой сплошной линией на рис. 4а показана звуковая линия, линии тока обозначены линиями со стрелками. Представленная здесь маховская конфигурация является устойчивой и не изменяется во времени. Веер волн разрежения, исходящий с задней кромки клина, преломляется на отраженной волне и взаимодействует с контактной поверхностью (слоем смешения). В результате этого взаимодействия контактная поверхность искривляется, и образуется «виртуальное» сопло [22], в котором прошедший через ножку Маха дозвуковой поток вновь ускоряется до сверхзвуковой скорости. Точки А, В, С, D, Е в поле течения соответствуют точкам на плоскости  $(\theta, p/p_\infty)$ , представленной на рис. 4б. Точка А соответствует условиям за прямым скачком (параметрам течения на плоскости симметрии). Точка В — точка «разворота» численных значений за ножкой Маха. Точка С соответствует еще одному «развороту» численных данных. Точка D — максимальное давление на всем рассматриваемом участке. В точке Е параметры за отраженной волной становятся близки к параметрам, предсказываемым трехударной теорией. В этой точке начинается влияние веера волн разрежения, исходящего от задней кромки клина. Такое движение численных данных в плоскости  $(\theta, p/p_\infty)$  фактически показывает влияние вязкости на трехударную конфигурацию с отрицательным углом отражения. Качественно схожее поведение численных данных наблюдается и для случая, представленного в работе [15], где детально рассматривались эффекты вязкости на структуру течения при маховском отражении ударных волн при  $\gamma = 5/3$ .

Поле течения в окрестности тройной точки изображено на рис. 5. Сплошными линиями на рис. 5а показано расположение ударных волн согласно трехударной теории. Наблюдается хорошее соответствие в расположении ударных волн в окрестности тройной точки, полученных в расчете, с теоретически предсказываемым положением. На поле течения в окрестности тройной точки (рис. 5б) видна малая область, где угол поворота потока становится отрицательным, т.е. поток меняет направление. Эта область соответствует численным данным вблизи точки С на рис. 4б.

Результаты моделирования трехударной конфигурации с отрицательным углом отражения в стационарном потоке газа позволяют заключить, что данная конфигурация является устойчивой и качественно не отличается от классического случая маховского отражения с положительным углом наклона отраженной волны. Отметим, что аналогичные результаты были получены в работе [23] при численном моделировании (на основе уравнений Эйлера) истечения сверхзвуковой струи из сопла. Уменьшение показателя

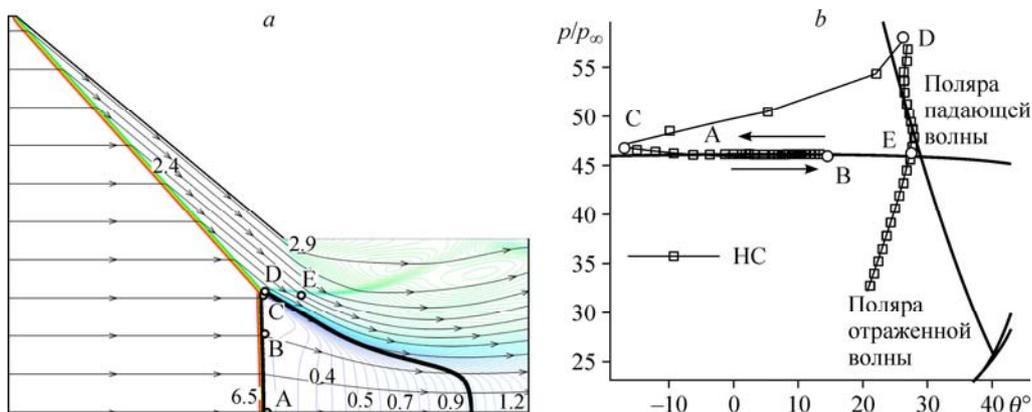


Рис. 4. Численное решение уравнений Навье–Стокса при  $M_\infty = 6,5$ ,  $\gamma = 1,2$ ,  $\theta_w = 40^\circ$ ,  $Re_w = 1000$ .

а — число Маха, б — плоскость  $(\theta^\circ, p/p_\infty)$ .

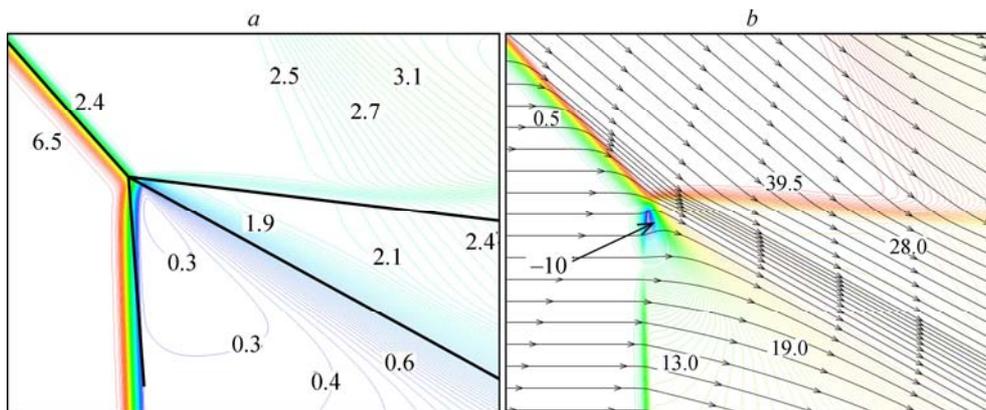


Рис. 5. Поле течения в окрестности тройной точки.

$M_\infty = 6,5$ ,  $\gamma = 1,2$ ,  $\theta_w = 40^\circ$ ,  $Re_w = 1000$ ;  $a$  — число Маха,  $b$  — угол поворота потока.

адиабаты приводит к интересной особенности течения — отрицательному углу наклона отраженной волны. Еще одной интересной особенностью, к которой приводит вязкость в сочетании с низким показателем адиабаты, является неединственность ударно-волновой конфигурации. Как отмечалось выше, в рассмотренном случае начальное поле течения соответствовало стационарному численному решению уравнений Эйлера с трехударной конфигурацией. Однако если в качестве начального поля течения использовать сверхзвуковой равномерный поток с параметрами набегающего потока, то стационарным решением является регулярное отражение ударных волн, взаимодействующее с веером волн разрежения (рис. 6а). Отметим, что согласно анализу ударных поляр (рис. 3а)

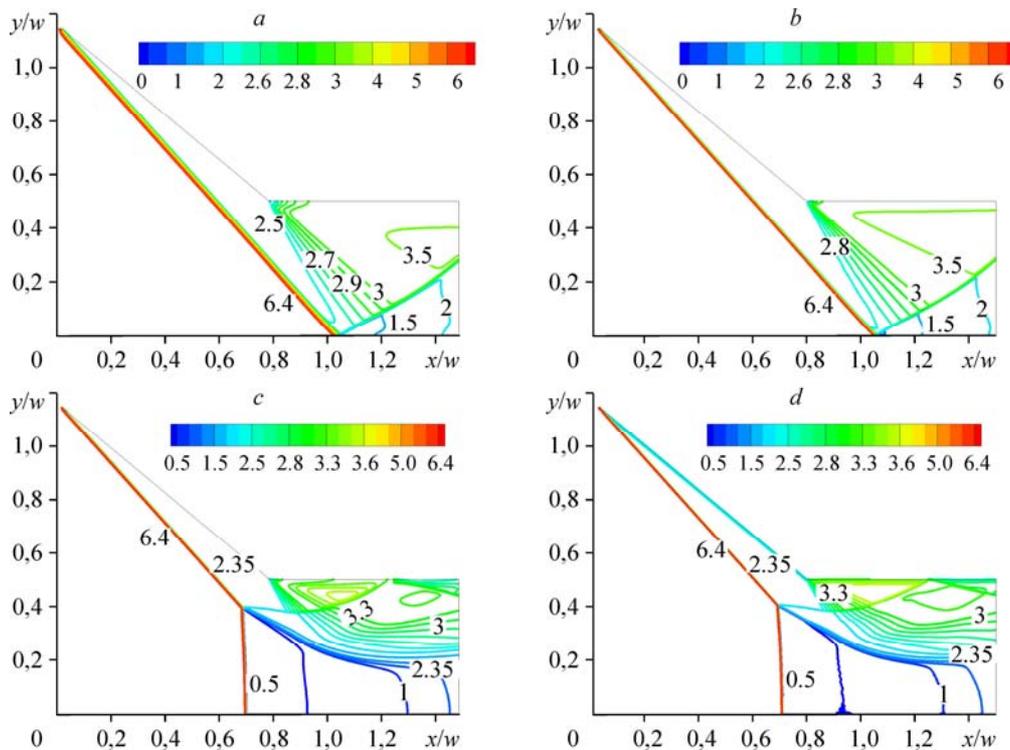


Рис. 6. Результаты расчетов при различных числах Рейнольдса в сравнении с результатами расчета на основе уравнений Эйлера.

$M_\infty = 6,5$ ,  $\gamma = 1,2$ ,  $\theta_w = 40^\circ$ ,  $Re_w = 1000$  (а), 3000 (б), 4000 (с), численное решение уравнений Эйлера (д).

в этом случае возможна только трехударная конфигурация, однако веер волн разрежения изменяет давление, угол поворота и число Маха потока в окрестности точки отражения ударных волн и фактически разрешает скачку отразиться регулярным образом. Далее будут рассмотрены особенности возникновения двух- и трехударных конфигураций.

#### 4. Влияние вязкости на единственность ударно-волновой конфигурации

В настоящем разделе рассматривается взаимодействие (отражение) ударных волн между двумя симметрично расположенными клиньями (см. рис. 2) для случая, соответствующего решению В, представленного на рис. 3а.

Проведена серия расчетов с различными числами Рейнольдса от  $Re_w = 500$  до  $Re_w = 5000$ , а также дополнительный расчет на основе уравнений Эйлера. Число Рейнольдса менялось путем изменения давления в набегающем потоке (которое, в свою очередь, влияло на плотность газа). В качестве начального поля течения во всех расчетах использовался равномерный сверхзвуковой поток с параметрами, соответствующими параметрам набегающего потока. При малых числах Рейнольдса ( $Re_w = 1000, 3000$ , см. рис. 6а, 6б) наблюдается двухударная конфигурация, взаимодействующая с веером волн разрежения. Поля течения с другими числами Рейнольдса не представлены, так как ударно-волновые конфигурации для всех случаев с двухударным отражением аналогичны с той разницей, что при меньших числах Рейнольдса ширина скачка больше.

При относительно больших числах Рейнольдса  $Re_w = 4000$  (рис. 6с) наблюдается трехударная конфигурация с отрицательным углом отражения. Аналогичная конфигурация получается и в невязком случае (рис. 6д), причем ударно-волновые конфигурации в этих смоделированных случаях с трехударной конфигурацией практически совпадают. Фактически при увеличении числа Рейнольдса влияние вязкости уменьшается и численное решение уравнений Навье–Стокса приближается к численному решению уравнений Эйлера. Дополнительно в работе проводилась попытка затянуть переход от двухударной конфигурации к трехударной. Численное решение с регулярным отражением, полученное при малом числе Рейнольдса, выбиралось в качестве начального поля течения для следующего расчета с большим числом Рейнольдса. Однако существенной задержки перехода между различными типами отражения обнаружено не было.

Как отмечалось в предыдущем разделе, для моделирования трехударной конфигурации с отрицательным углом отражения при  $Re_w = 1000$  использовалось численное решение уравнений Эйлера (рис. 6д), при этом в вязком случае получалась нерегулярная конфигурация (рис. 4а). Результаты, приведенные в этом разделе, показывают, что при использовании другого начального условия реализуется регулярная конфигурация (рис. 6а), взаимодействующая с веером волн разрежения. Таким образом, можно утверждать о неединственности численного решения уравнений Навье–Стокса и его зависимости от начальных условий.

Рассмотрим распределения числа Маха, угла поворота потока и давления около точки отражения ударных волн при  $Re_w = 1000$  (рис. 7а–7с) в случае двухударной конфигурации. Эти распределения строились при постоянной координате  $y/w$ , т.е. параллельно плоскости симметрии. Хорошо видно, что за падающим скачком реализуется неравномерный поток с непрерывным изменением всех параметров из-за влияния веера волн разрежения, исходящего с задней кромки клина. В результате параметры течения перед отраженной волной вблизи точки отражения отличаются от параметров за падающим скачком. В этом случае поляра R отраженной волны (см. рис. 7д или рис. 3а) должна исходить не из точки D, а из точки D1 (рис. 7д), определяемой параметрами течения перед отраженной волной. Эти параметры можно оценить из представленных распределений (рис. 7а, 7с): угол поворота потока  $\theta_{D1} \approx 36^\circ$ , давление  $p_{D1}/p_\infty \approx 22$  и число Маха  $M_{D1} \approx 2,6$

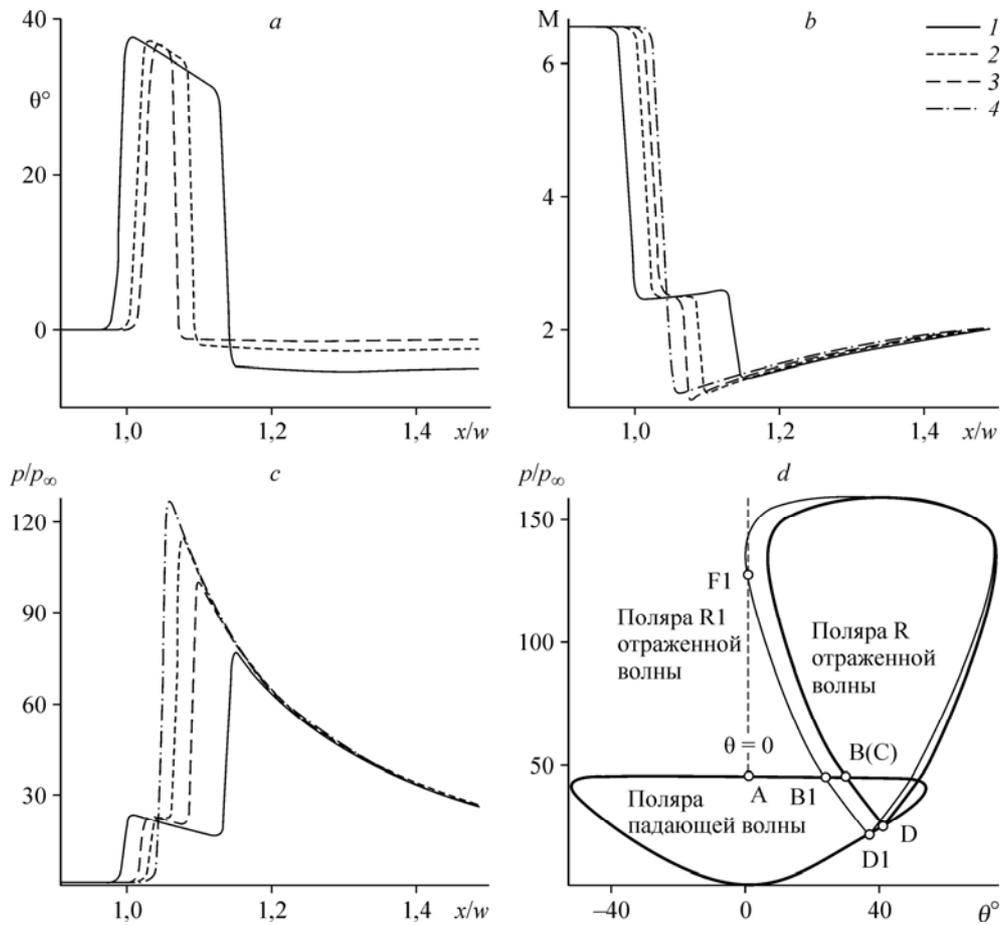


Рис. 7. Распределение газодинамических параметров около точки отражения ударных волн.

$M_\infty = 6,5$ ,  $\gamma = 1,2$ ,  $\theta_w = 40^\circ$ ,  $Re_w = 1000$ ;  $a, b, c$  —  $y = 0,05w$  (1),  $0,025w$  (2),  $0,125w$  (3),  $0$  (4),  
 $d$  — ударные поляры в плоскости  $(\theta^\circ, p'/p_\infty)$ .

(значения для  $y = 0,0125w$ ). Исходя из этих оценок, можно построить новую поляру R1 отраженной волны (рис. 7d). Наличие веера приводит к уменьшению угла поворота потока за падающим скачком (рис. 7a), поэтому точка D1 находится левее точки D. Уменьшение угла поворота потока приводит к небольшому смещению новой поляры R1, которая в свою очередь начинает пересекать ось давления в точке F1 (двухударное решение). Фактически, это объясняет появление регулярного отражения. Отметим, что в данном случае вязкость оказывает стабилизирующее действие — регулярная конфигурация является стационарной (не зависит от времени) и не переходит в нерегулярную, как в невязком случае. С другой стороны, хорошо видно, что при этих условиях возможно маховское отражение (см. решение B1 на рис. 7d). Хорошо известно, что переход из одного состояния в другое возможен, например, при внесении возмущения в набегающий поток (например, см. [24, 25]). В рассматриваемом случае, при достаточном возмущении будет происходить переход из состояния F1 в состояние B, а затем будет происходить увеличение ножки Маха и веер волн разрежения будет влиять только на отраженную волну, как это было показано в предыдущем разделе. Переход из одного состояния в другое при помощи возмущения давления в набегающем потоке рассмотрен ниже.

Для случая  $Re_w = 1000$  переход происходит только при очень больших возмущениях. На рис. 8 показан процесс перехода при внесении локального возмущения (увеличения давления в 1300 раз по сравнению со значением давления в набегающем потоке) в области свободного потока перед падающим скачком. Как видно, после прохождения возмущения через расчетную область (рис. 8a–8c) около плоскости симметрии образуется небольшая область с дозвуковым течением (рис. 8d), которая в дальнейшем и приводит к переходу от регулярного отражения к нерегулярному (рис. 8e–8f).

При больших числах Рейнольдса переход происходит при существенно меньших возмущениях. В частности, при  $Re_w = 2000$  достаточно локального увеличения давления в 1,4 раза для перехода к трехударной конфигурации. Этот переходный процесс не представлен, так как качественно не отличается от процесса перехода, представленного на рис. 8. При увеличении числа Рейнольдса вязкость оказывает все меньшее влияние на формирование структуры течения, и ее вклад в стабилизацию двухударной конфигурации становится существенно меньше.

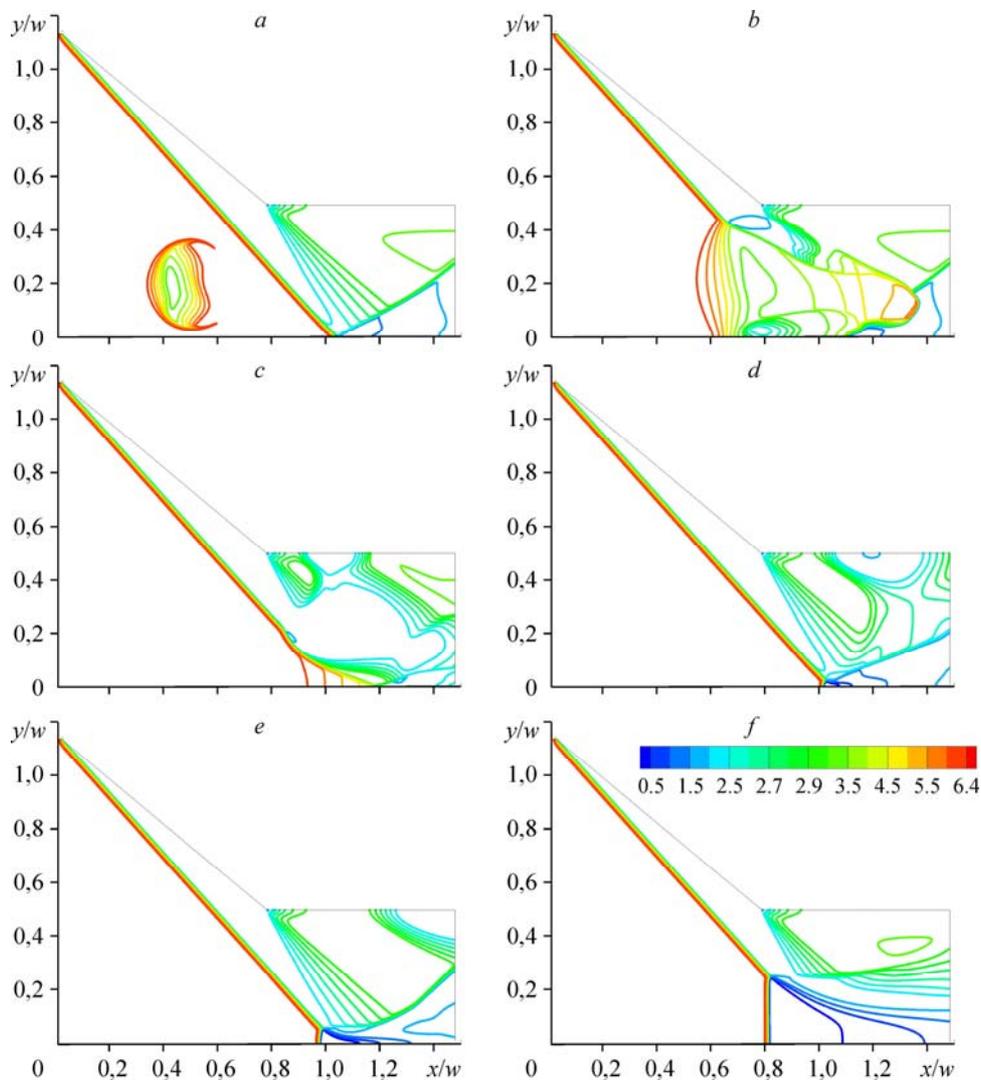


Рис. 8. Переход от регулярного отражения с веером волн разрежения к нерегулярному отражению.

$$M_\infty = 6,5, \gamma = 1,2, \theta_w = 40^\circ, Re_w = 1000.$$

Описанные выше результаты позволяют заключить, что существует некоторое критическое число Рейнольдса, ниже которого наблюдается неединственность численного решения уравнений Навье–Стокса. При числе Рейнольдса выше критического значения наблюдается единственная ударно-волновая конфигурация.

### Заключение

Проведено численное исследование отражения ударных волн между двумя симметрично расположенными клиньями в стационарном потоке вязкого теплопроводного газа с низким показателем адиабаты. Согласно невязкой трехударной теории рассмотренный случай соответствует трехударной конфигурации с отрицательным углом отражения. Численно показано, что в зависимости от начального поля течения могут реализовываться две различные ударно-волновые конфигурации: регулярное отражение, взаимодействующее с веером волн разрежения, и трехударная конфигурация с отрицательным углом отражения. Обе конфигурации являются стационарными и при этом неустойчивость не наблюдается. Показано, что несмотря на специфическую особенность трехударной конфигурации с отрицательным углом отражения она качественно схожа с маховским отражением с положительным углом отраженного скачка.

Неединственность ударно-волновой конфигурации наблюдалась только в диапазоне низких чисел Рейнольдса, где вязкость оказывает существенное влияние на структуру течения. Переход от двухударной конфигурации к трехударной возможен, например, при воздействии возмущения давления, внесенного в набегающий поток. При увеличении числа Рейнольдса наблюдается только трехударная конфигурация с отрицательным углом отражения.

Авторы выражают благодарность своим коллегам к.ф.-м.н. Д.В. Хотяновскому, д.ф.-м.н. А.Н. Кудрявцеву и к.ф.-м.н. Е.А. Бондарю за полезное обсуждение полученных результатов, а также к.ф.-м.н. С.А. Маркову за помощь в проведении расчетов и оформлении статьи.

### Список литературы

1. Mach E. Über den verlauf von funkenwellen in der ebene und im raume // Sitzungsber. Acad. Wiss. Wien. 1878. Vol. 78. P. 819–838.
2. Von Neumann J. Oblique reflection of shock waves // Explosive Research Report<sup>1</sup> 12, Navy Dept. Bureau of Ordnance, Washington DC. US Dept. Comm. Off. Tech. Serv.<sup>1</sup> PB37079, 1943. (воспроизведено в Collected Works of J. von Neumann. Pergamon Press, 1963. Vol. 6. P. 238–299.
3. Guderley K.G. The theory of transonic flow. (Translated from the German by J.R. Moszynski.) Oxford, New York: Pergamon Press, 1962. 344 p.
4. Hornung H. Regular and Mach reflection of shock waves // Annu. Rev. Fluid Mech. 1986. Vol. 180. P. 33–58.
5. Ben-Dor G. Shock wave reflection phenomena. N.Y.: Springer Verlag, 1991.
6. Ogawa H., Mölder S., Boyce R. Effects of leading-edge truncation and stunting on drag and efficiency of Busemann intakes for axisymmetric scramjet engines // J. Fluid Sci. and Technology. 2013. Vol. 8, No. 2. P. 186–199.
7. Гунько Ю.П., Мажуль И.И. Численное моделирование условий реализации режимов течения в сверхзвуковых осесимметричных конических воздухозаборниках внутреннего сжатия // Теплофизика и аэромеханика. 2015. Т. 22, № 5. С. 567–580.
8. Hornung H., Oertel H., Sandeman R. Transition to Mach reflection of shock waves in steady and pseudosteady flows with and without relaxation // J. Fluid Mech. 1979. Vol. 90. P. 541–560.
9. Ivanov M.S., Gimelshein S.F., Beylich A.E. Hysteresis effect in stationary reflection of shock waves // Phys. Fluids. 1995. Vol. 7. P. 685–687.
10. Ivanov M.S., Ben-Dor G., Elperin T., Kudryavtsev A.N., Khotyanovsky D.V. The reflection of asymmetric shock waves in steady flows: a numerical investigation // J. Fluid Mech. 2002. Vol. 469. P. 71–87.
11. Ivanov M.S., Vandromme D., Fomin V.M., Kudryavtsev A.N., Hadjadj A., Khotyanovsky D.V. Transition between regular and Mach reflection of shock waves: new numerical and experimental results // Shock Waves. 2001. Vol. 11, No. 3. P. 199–207.

12. **Chpoun A., Passerel D., Li H., Ben-Dor G.** Reconsideration of oblique shock wave reflections in steady flows. Part 1. Experimental investigation // *J. Fluid Mech.* 1995. Vol. 301. P. 19–35.
13. **Ivanov M.S., Kudryavtsev A.N., Nikiforov S.B., Khotyanovsky D.V., Pavlov A.A.** Experiments on shock wave reflection transition and hysteresis in low-noise wind tunnel // *Physics Fluids*. 2003. Vol. 15, No. 6. P. 1807–1810.
14. **Khotyanovsky D., Kudryavtsev A., Ivanov M., Chanetz B., Durand A., Chernyshev M., Omelchenko A., Uskov V.** Analytical, numerical and experimental investigation of shock wave reflection transition induced by variation of distance between wedges // *West East High Speed Flowfield Conf.*, Marseille, France, April 22–26, 2002. P. 274–281.
15. **Khotyanovsky D.V., Bondar Y.A., Kudryavtsev A.N., Shoev G.V., Ivanov M.S.** Viscous effects in steady reflection of strong shock waves // *AIAA J.* 2009. Vol. 47, No. 5. P. 1263–1269.
16. **Васильев Е. И., Крайко А. Н.** Численное моделирование дифракции слабых скачков на клине в условиях парадокса Неймана // *Журн. вычисл. математики и мат. физики*. 1999. Т. 39, № 8. С. 1393–1404.
17. **Ivanov M.S., Bondar Ye.A., Khotyanovsky D.V., Kudryavtsev A.N., Shoev G.V.** Viscosity effects on weak irregular reflection of shock waves in steady flow // *Progress in Aerospace Sci.* 2010. Vol. 46, No. 2–3. P. 89–105.
18. **Sakurai A., Tsukamoto M., Khotyanovsky D., Ivanov M.** The flow field near the triple point in steady shock reflection // *Shock Waves*. 2011. Vol. 21, No. 3. P. 267–272.
19. **Гавренков С.А., Гвоздева Л.Г.** Возникновение тройных конфигураций с отрицательным углом отражения в стационарном потоке // *Письма в ЖТФ*. 2012. Т. 38, вып. 8. С. 39–45.
20. **Гавренков С.А., Гвоздева Л.Г.** Численное исследование возникновения неустойчивости трехударных конфигураций в стационарном сверхзвуковом потоке газа // *Письма в ЖТФ*. 2012. Т. 38, вып. 12. С. 74–80.
21. **Liou M.S., Steffen C.J.** A new flux splitting scheme // *J. Computational Physics*. 1993. Vol. 107, No. 1. P. 23–39.
22. **Hornung H.G., Robinson M.L.** Transition from regular to Mach reflection of shock wave. Part 2. The steady-flow criterion // *J. Fluid Mech.* 1982. Vol. 123. P. 155–164.
23. **Martelli E., Betti B., Nasuti F., Onofri M.** Effect of the abiabatic index on the shock reflection in overexpanded nozzle flow // *Program and abstracts, Intern. Symp. on Shock Waves*, Tel Aviv, Israel, July 19–24, 2015. P. 166–168.
24. **Khotyanovsky D.V., Kudryavtsev A.N., Ivanov M.S.** Effects of a single-pulse energy deposition on steady shock wave reflection // *Shock Waves*. Vol. 15, No. 5. P. 353–362.
25. **Kudryavtsev A.N., Khotyanovsky D.V., Ivanov M.S., Hadjadj A., Vandromme D.** Numerical investigations of transition between regular and Mach reflections caused by free-stream disturbances // *Shock Waves*. 2002. Vol. 12, No. 2. P. 157–165.

*Статья поступила в редакцию 1 апреля 2015 г.,  
после переработки — 21 сентября 2015 г.*