

ПОСТАНОВКА И РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О СУШКЕ СЛОЯ ЛЕСНЫХ ГОРЮЧИХ МАТЕРИАЛОВ

А. М. Гришин, А. Н. Голованов, Л. Ю. Катаева, Е. Л. Лобода

Томский государственный университет, 634050 Томск

Высыхание лесных горючих материалов является наиболее важной и наименее изученной стадией многостадийного процесса их горения в природных условиях. Выполнено физическое и математическое моделирование сушки слоя лесных горючих материалов в сопряженной постановке, в рамках которой решаются уравнения бинарного пограничного слоя и уравнения тепло- и массопереноса в слое лесных горючих материалов с соответствующими граничными и начальными условиями. Получены решения задачи для суточного и сезонного изменений температуры окружающей среды для трех сценариев развития погодных условий. Проведено сравнение с экспериментальными данными по сушке хвои сосны и ряда других хвойных пород деревьев. Дана полноценная физико-математическая основа для прогноза возникновения лесных пожаров.

ВВЕДЕНИЕ

Известно, что лесные пожары в России возникают после таяния снега. Для прогноза пожарной опасности в лесах нужно уметь предсказывать параметры состояния (температуру и влагосодержание) напочвенного слоя лесных горючих материалов (ЛГМ), так как известно, что их горение имеет место лишь в том случае, если их влагосодержание W не превосходит критического значения W_* , которое для слоя опада из хвои и тонких веточек сосны равно 0,13 [1].

В настоящее время на практике для прогноза лесной пожарной опасности используется комплексный метеорологический показатель пожарной опасности В. Г. Нестерова [2]:

$$\Gamma_j [\text{K}^2] = \Gamma_{j-1} \xi_j + T_j (T_j - T_{pj}). \quad (1)$$

Здесь T_j , T_{pj} — температуры воздуха и точки росы в 13 ÷ 15 ч местного времени текущего дня; ξ — коэффициент учета осадков, равный нулю, если сумма осадков за прошедшие сутки $f_j > 3$ мм, или равный 1, если $f_j < 3$ мм; индекс j соответствует текущему дню пожароопасного сезона [2].

Легко видеть, что в формуле (1) не используются параметры, характеризующие свойства ЛГМ, и не учитывается влияние ветра, тип почвы и кинетика испарения ЛГМ. Более подробно недостатки этого и других способов прогноза лесной пожарной опасности изложены в [3]. В данной работе для определения времени наступления пожароопасного сезона решается сопряженная задача тепло- и массообмена приземного слоя атмосферы и напочвенного покрова с учетом многофазности среды и испарения воды из элементов ЛГМ. Это можно осуществить, используя основные понятия и методы механики сплошных многофазных сред [4] и методов решения сопряженных задач тепло- и массообмена [5] с учетом общей математической модели лесных пожаров [6].

ФИЗИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Имеется слой лесных горючих материалов (опавшие веточки, хвоинки и сухая трава), который обдувается ветром и нагревается излучением от Солнца. Известны высота слоя h , скорость ветра v_e (картина течения представлена на рис. 1) на высоте 2 м, фракционный состав слоя ЛГМ, а также теплофизические коэффициенты, характеризующие процессы переноса и испарения воды из ЛГМ. Требуется определить время сушки слоя ЛГМ при задании конкретных погодных условий, т. е. найти время, при котором влагосодержание ЛГМ станет меньше критического. Ось x направлена в сторону ветра, ось z перпендикулярна к оси x , координата $z = 0$ соответствует границе раздела «почва — слой ЛГМ», а $x = 0$ — левой границе слоя ЛГМ.

Для простоты анализа будем использовать следующие допущения:

1) все параметры состояния не зависят от координаты y (рассматривается задача в плоскости x, z);

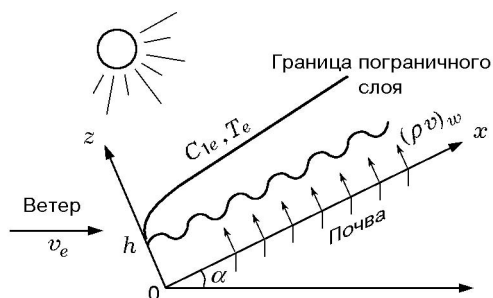


Рис. 1. Схема тепло- и массообмена слоя ЛГМ с приземным слоем атмосферы:

v_e, T_e, C_{1e} — скорость ветра, температура воздуха и массовая концентрация паров воды в воздухе, индексом 1 обозначено излучение от Солнца, $(\rho v)_w$ — массовая скорость притока влаги из почвы в результате влагопроводности, h — высота слоя ЛГМ

2) слой ЛГМ состоит из сухого органического вещества с объемной долей φ_1 , из воды в связанном с веществом состоянии с объемной долей φ_2 , свободной воды с объемной долей φ_3 и газа с объемной долей φ_4 , который состоит из паров воды и сухого воздуха;

3) элементы напочвенного покрова в слое ЛГМ имеют один и тот же характерный размер и удельную поверхность для каждой из фракций, которые представляют собой капиллярно-пористые коллоидные тела;

4) предполагается, что до момента достижения предельного объемного влагонасыщения φ_3^* капли дождя впитываются в элементы ЛГМ, а затем при $\varphi_3 \geq \varphi_3^*$ оседают на подстилающую поверхность со скоростью w_3 ;

5) режим течения в пограничном слое над шероховатой подстилающей поверхностью считается установившимся и может быть ламинарным, переходным или турбулентным;

6) течение над подстилающей шероховатой поверхностью считается установившимся, и в общем случае скорость потока следует логарифмической зависимости от высоты;

7) газовая фаза в приземном слое атмосферы представляет собой эффективную бинарную смесь, состоящую из водяного пара и сухого воздуха;

8) в напочвенном покрове идут процессы испарения, конденсации паров воды и фильтрации влаги из почвы к верхней границе слоя ЛГМ или в почву со скоростью w_3 в зависимости от того, где больше влагосодержание.

Система уравнений пограничного слоя. Следуя [6], запишем основную систему уравнений

приземного пограничного слоя в системе координат, представленной на рис. 1:

$$\frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} = 0, \quad (2)$$

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_{eff} \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \frac{\partial p_e}{\partial x} - \rho g \sin \alpha, \quad (3)$$

$$\frac{\partial p_e}{\partial z} = -\rho g \cos \alpha, \quad (4)$$

$$p_e = \frac{\rho R T}{M}, \quad \frac{1}{M} = \frac{C_1}{M_1} + \frac{C_2}{M_2}, \quad (5)$$

$$\rho \left(u \frac{\partial C_2}{\partial x} + w \frac{\partial C_2}{\partial z} \right) = \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho D_{eff} \frac{\partial C_2}{\partial z} \right), \quad (6)$$

$$\rho c_{p,2} \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_{eff} \frac{\partial T}{\partial z} \right) + K \left(u \frac{\partial p_e}{\partial x} + w \frac{\partial p_e}{\partial z} \right). \quad (7)$$

Здесь ρ — плотность; u, w — проекции скорости на оси x и z ; p_e — давление на внешней границе пограничного слоя; g — ускорение силы тяжести; α — угол между горизонтальной плоскостью и подстилающей поверхностью, который характеризует рельеф местности; C_2 — массовая концентрация водяных паров в воздухе; C_1 — массовая концентрация всех остальных компонентов воздуха (азота, кислорода, двуокиси углерода и др.); T — температура; $c_p = c_{p,1} C_1 + c_{p,2} C_2$ — теплоемкость газовой фазы, $c_{p,1}$ и $c_{p,2}$ — теплоемкость водяного пара и воздуха; μ, λ, D — динамическая вязкость, теплопроводность и коэффициент диффузии соответственно; $\mu_{eff} = \mu + \mu_t, \lambda_{eff} = \lambda + \lambda_t, D_{eff} = D + D_t$ — эффективные значения динамической вязкости, теплопроводности и коэффициента диффузии соответственно; μ_t, λ_t, D_t — турбулентные аналоги динамической вязкости, теплопроводности и коэффициента диффузии соответственно; M_1 — молекулярная масса воздуха, M_2 — воды; $K = 0$ или 1 для изотермического или изоэнтропического течений соответственно.

В данной работе в приземном слое атмосферы рассматривается только ламинарный режим установившегося течения, т. е. $\mu_t = 0$, $\lambda_t = 0$, $D_t = 0$. В общем случае для определения μ_t , λ_t , D_t необходимо использовать модель турбулентности, как это сделано в физико-математической теории лесных пожаров [6].

СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ ТЕПЛО- И МАССОПЕРЕНОСА ДЛЯ СЛОЯ ЛГМ

Наряду с уравнениями пограничного слоя для постановки сопряженной задачи необходимо записать уравнения, выражающие законы сохранения массы, количества движения для слоя ЛГМ. Известно, что длина слоя много больше его высоты, поэтому обоснованным представляется допущение о том, что

$$\frac{\partial T}{\partial z} \gg \frac{\partial T}{\partial x}, \quad \frac{\partial C_1}{\partial z} \gg \frac{\partial C_1}{\partial x} \quad \text{и т. д.} \quad (8)$$

С учетом этих допущений имеем:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} = Q; \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \rho c_p T}{\partial t} + \frac{\partial \rho c_p w T}{\partial z} \right) = \\ = \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda' \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \alpha_v (T_s - T) + Q c_p T; \quad (10) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial (\rho_1 \varphi_1)_i}{\partial t} = 0,$$

$$R_{2i} = \frac{k_{i2} \rho_2 \varphi_2}{\sqrt{T}} \left[p_{02}^{(i)} \exp \left(- \frac{E_i}{RT} \right) - p_2 \right], \quad (11)$$

$$i = 1, \dots, N;$$

$$\frac{\partial (\rho_2 \varphi_2)_i}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_2 \varphi_2 w_2)_i}{\partial z} = R_{32}^{(i)} - R_{2i}, \quad (12)$$

$$i = 1, \dots, N;$$

$$\begin{aligned} \left(\sum_{i=1}^3 \rho_i \varphi_i c_{p,i} \right) \frac{\partial T_s}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_s \frac{\partial T_s}{\partial z} \right) + \frac{\partial q_{RS}}{\partial z} - \\ - q_2 (R_2 + R_3) - \alpha_v (T_s - T); \quad (13) \end{aligned}$$

$$-\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{c}{3k_\Sigma} \frac{\partial U_R}{\partial z} \right) + k_\Sigma (c U_R - 4\sigma T_s^4) = 0, \quad (14)$$

$$q_{RS} = - \frac{c}{3k_\Sigma} \frac{\partial U_R}{\partial z};$$

$$\frac{\partial (\rho_3 \varphi_3)_i}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_2 \varphi_3 w_3)_i}{\partial z} = -R_{3i} - R_{32}^{(i)}, \quad (15)$$

$$i = 1, \dots, N;$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \rho C_2}{\partial t} + \frac{\partial \rho w C_2}{\partial z} \right) = \\ = \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho D_s \frac{\partial C_2}{\partial z} \right) + (R_2 + R_3), \quad (16) \end{aligned}$$

$$R_2 = \sum_{i=1}^N R_{2i}, \quad R_3 = \sum_{i=1}^N R_{3i},$$

$$R_{3i} = \frac{k_{i3} (\rho_3 \varphi_3)_i}{\sqrt{T}} \left[p_{03}^{(i)} \exp \left(- \frac{L_i}{RT} \right) - p_2 \right];$$

$$p_e = \frac{\rho RT}{M}, \quad \frac{1}{M} = \frac{C_1}{M_1} + \frac{C_2}{M_2}, \quad (17)$$

$$C_1 + C_2 = 1.$$

Здесь и выше $Q = R_2 + R_3$ — суммарная массовая скорость испарения воды в слое ЛГМ (связанной с сухим органическим веществом (R_2) и свободной (R_3)); T_s — температура конденсированной фазы, состоящей из сухого органического вещества, свободной и связанной воды; $\alpha_v = \alpha_s S$ — коэффициент объемного конвективного теплообмена между элементами ЛГМ и воздухом; λ_s — коэффициент теплопроводности конденсированной фазы; α_s — коэффициент поверхностного конвективного теплообмена; S — удельная поверхность слоя ЛГМ; k_Σ — коэффициент ослабления излучения в слое ЛГМ; q_{RS} — плотность лучистого теплового потока в слое ЛГМ [6]; $\lambda' = \lambda \varphi_4$ — коэффициент теплопроводности воздуха в слое ЛГМ; $D_s = \varphi_4 D$, где D — коэффициент диффузии паров воды в слое ЛГМ; φ_4 , $\varphi_s = \sum_{i=1}^3 \varphi_i$ — объемные доли газовой и конденсированной фаз

в слое ЛГМ; p_2 — парциальное давление паров воды в слое ЛГМ; k_{i2}, k_{i3} — константы скорости процессов сушки связанной и свободной воды соответственно; L — мольная теплота испарения воды; $P_{02}^{(i)}$ и $P_{03}^{(i)}$ — предэкспоненциальные множители в законах сушки i -х элементов ЛГМ; q_2 — удельная теплота испарения воды; $(\rho_1\varphi_1)_i$ — плотность сухого вещества i -й фракции, кг/м²; $(\rho_2\varphi_2)_i$ — плотность связанной воды в i -й фракции ЛГМ, кг/м³; $(\rho_3\varphi_3)_i$ — плотность свободной воды, налипшей на i -ю фракцию элементов ЛГМ, кг/м³; σ — постоянная Стефана — Больцмана; c — скорость света; w_{2i} — скорость фильтрации связанной воды в i -м элементе ЛГМ; w_{3i} — скорость осаждения свободной воды под действием силы тяжести для i -го элемента ЛГМ; $R_{32} = k_{si}(\varphi_{2i}^* - \varphi_{2i})\rho_{3i}$ — массовая скорость влагонасыщения i -х элементов ЛГМ; k_{si} — константа скорости влагонасыщения i -го элемента ЛГМ; φ_{2i}^* — объемная доля воды, соответствующая состоянию влагонасыщения i -го элемента ЛГМ; $\rho_{1i}, \rho_{2i}, \rho_{3i}$ — плотности сухого органического вещества, воды, связанной с сухим органическим веществом, и воды, налипшей на элементы i -й фракции ЛГМ; N — количество фракций в слое ЛГМ.

Уравнения сохранения энергии (10) и массы компонентов в газовой фазе (17) представлены в дивергентной форме, а уравнение сохранения количества движения в проекциях на ось z для слоя ЛГМ опущено ввиду использования допущения о постоянстве давления поперек слоя. При записи уравнения сохранения энергии в конденсированной фазе (13) предполагалось, что газовая фаза прозрачна и использовалось диффузионное приближение (14) для переноса излучения в гетерогенной среде [6].

В дальнейшем для определенности предполагается, что в слое ЛГМ одна фракция ($N = 1$) и индекс i опускается.

ГРАНИЧНЫЕ И НАЧАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ДЛЯ ОСНОВНОЙ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ

Систему уравнений (2)–(7) следует решать с учетом следующих граничных и начальных условий

$$\begin{aligned} u|_{z=h+0} = 0, \quad T|_{z=h+0} = T|_{z=h-0}, \\ C_2|_{z=h+0} = C_2|_{z=h-0}; \end{aligned} \quad (18)$$

$$z = \delta_i: \quad T = T_e, \quad u = u_e, \quad (19)$$

$$w = w_e, \quad C_2 = C_{2e};$$

$$x = 0: \quad T = T_\infty, \quad u = u_\infty, \quad (20)$$

$$w = 0, \quad C_2 = C_{2e}.$$

Здесь δ_j ($j = 1, 2, 3$) — толщины температурного, динамического и диффузионного пограничных слоев; индекс ∞ приписывается параметрам невозмущенного потока, e — параметрам на внешней границе пограничного слоя.

Для определения u_e, T_e, p_e необходимо решать уравнения газовой динамики с соответствующими граничными условиями. В общем случае эти уравнения не удается решать аналитически. Однако для изотермического ($K = 0$) и изоэнтропического ($K = 1$) течений вне пограничного слоя удается аналитически получить интегралы этих уравнений [6]:

$$\begin{aligned} \frac{u_e^2}{2} + \int \frac{dp_e}{\rho_e} + \\ + g \left(\delta \cos \alpha + \int_0^x \sin \alpha dx \right) = A_{1e}; \end{aligned} \quad (21)$$

$$T_e = \text{const}, \quad \frac{p_e}{p_e^\gamma} = A_{2e}, \quad \gamma = \frac{c_p}{c_v}, \quad (22)$$

где ρ_e — плотность газа на внешней границе пограничного слоя; c_v — теплоемкость при постоянном объеме; A_{1e}, A_{2e} — константы, в общем случае изменяющиеся при переходе от одной линии тока к другой.

Для определения толщин пограничного слоя примем условия

$$\left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{z=\delta_1} = m_1, \quad \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=\delta_2} = m_2, \quad (23)$$

$$\left. \frac{\partial C_2}{\partial z} \right|_{z=\delta_3} = 0,$$

представляющие собой обобщение известных условий [7], причем в общем случае m_1 и m_2 — функции x , характеризующие завихренность течения и градиент температуры при $z = \delta_1, z = \delta_2$. Если внешнее течение изотермическое, то $m_2 = 0$, а для адиабатических течений $m_2 = g/c_p$.

Будем считать, что температура на поверхности почвы равна T_0 , а коэффициенты теплообмена почвы с воздухом и элементами ЛГМ известны из результатов измерений и равны α_g [8, 9]. Тогда для газа в макропорах слоя ЛГМ и для сухого органического вещества над почвой имеем граничные условия первого или третьего рода:

$$T|_{z=0} = T_0, \quad T_s|_{z=0} = T_0,$$

$$\lambda_s \frac{\partial T_s}{\partial z} \Big|_{z=0} = \alpha_{g,s} (T_s - T_0)|_{z=0}, \quad (24)$$

$$\lambda \varphi_4 \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0} = \alpha_g (T - T_0)|_{z=0},$$

где $\lambda_s = \sum_{i=1}^3 \lambda_i \varphi_i$ — коэффициент теплопроводности конденсированной фазы; $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ — коэффициенты теплопроводности сухого органического вещества, связанной и свободной воды; $\alpha_g, \alpha_{g,s}$ — коэффициенты теплообмена газа и конденсированной фазы с почвой.

Граничные условия для плотности излучения имеют вид [6, 9]

$$-\frac{c}{3k_\Sigma} \frac{\partial U}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0,$$

$$-\frac{c}{3k_\Sigma} \frac{\partial U}{\partial z} \Big|_{z=h} = [q_R(h) (1 - A) \cos \alpha -$$

$$- \varepsilon_s \sigma T_s^4 \varphi_s - \varepsilon \sigma T_w^4 \varphi_w + J_a \cos \alpha] \quad (25)$$

Здесь $q_R(h) = q_{R1} + q_{R2}$ — плотность потока солнечного излучения на верхней границе слоя ЛГМ, q_{R1} и q_{R2} — коротковолновые плотности потоков прямой и рассеянной солнечной радиации; J_a — плотность потока длинноволновой радиации от атмосферы, обусловленного наличием в нем пыли, водяного пара и многоатомных газов; A — альбеда слоя (доля падающего радиационного потока, отраженная в окружающую среду); $\varepsilon_s \sigma T_s^4 \varphi_s + \varepsilon \sigma T_w^4 \varphi_w$ — плотность длинноволнового радиационного потока от ЛГМ на подстилающей поверхности в атмосферу, $\varepsilon_s, \varepsilon$ — степени черноты слоя ЛГМ и газовой фазы соответственно; индекс w соответствует параметрам на верхней границе слоя ЛГМ.

Условие баланса энергии для газовой фазы и равенство температур на верхней границе слоя ЛГМ имеют вид [5]

$$\varphi_4 \lambda \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=h+0} = \varphi_4 \lambda \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=h-0}, \quad (26)$$

$$T|_{z=h+0} = T|_{z=h-0}.$$

Из условия баланса тепловой энергии на границе «газ — конденсированная фаза» получаем [5]

$$\varphi_s \lambda \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=h+0} = \lambda_s \frac{\partial T_s}{\partial z} \Big|_{z=h-0} + (\varphi_s q_2 R_2)_w - \varphi_s q_R|_{z=h-0}. \quad (27)$$

Баланс массы водяного пара на верхней границе слоя ЛГМ и равенство концентраций записываются следующим образом [5]:

$$\rho D_{eff} \frac{\partial C_2}{\partial z} \Big|_{z=h+0} + \rho w C_2|_{z=h+0} = \left(\rho D_s \frac{\partial C_2}{\partial z} \right) \Big|_{z=h-0} + \rho w C_2|_{z=h-0}, \quad (28)$$

$$C_2|_{z=h-0} = C_2|_{z=h+0}.$$

Закон сохранения массы газовой фазы на границе раздела сред имеет вид [5]

$$\rho w|_{z=h+0} = (\varphi_s R_2)_w + \varphi_4 (\rho w)|_{z=h-0}. \quad (29)$$

С учетом (29) граничные условия (28) принимают вид

$$\rho D_{eff} \frac{\partial C_2}{\partial z} \Big|_{z=h+0} + \varphi_4 R_2 C_2|_{z=h} = \left(\rho D_s \frac{\partial C_2}{\partial z} \right) \Big|_{z=h-0}. \quad (30)$$

Здесь и выше $\rho = \rho_4 \varphi_4$ — плотность газовой фазы в слое напочвенного покрова; ρ_4 — истинная плотность газовой фазы.

Начальные условия для рассматриваемой задачи имеют вид

$$T|_{t=0} = T^0, \quad T_s|_{t=0} = T_s^0, \quad C_2|_{t=0} = C_2^0, \quad (31)$$

$$w|_{t=0} = 0, \quad \varphi_i|_{t=0} = \varphi_i^0.$$

ОСРЕДНЕНИЕ ОСНОВНОЙ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ И ПРИВЕДЕНИЕ ЕЕ К КАНОНИЧЕСКОМУ ВИДУ

Введем операцию осреднения искомых параметров состояния ЛГМ в соответствии с формулами [6]

$$\bar{\varphi}h = \int \varphi dz, \quad \overline{\varphi f} = \bar{\varphi} \bar{f}, \quad \overline{\exp \varphi} = \exp \bar{\varphi}, \quad (32)$$

$$\overline{\varphi^{1/n}} = \bar{\varphi}^{1/n}.$$

Здесь φ и f — произвольные функции. Первое соотношение определяет операцию осреднения, остальные формулы определяют допущения, которые позволяют получить замкнутую систему обыкновенных дифференциальных уравнений; в дальнейшем для простоты изложения знак осреднения (черта) опускается.

Интегрируя по z от 0 до h все члены уравнения (9) с учетом (32), получаем

$$\frac{d\rho}{dt} = Q - \left(\frac{(\rho w)_-}{h} - \frac{(\rho w)_0}{h} \right), \quad (33)$$

где $(\rho w)_-$ и $(\rho w)_0$ — значения массовой скорости для газовой фазы при $z = h - 0$ и $z = 0$ соответственно.

Уравнение сохранения массы газа в слое ЛГМ после осреднения и некоторых преобразований принимает вид

$$\rho \frac{dC_2}{dt} = (R_2 + R_3)(1 - C_2) - \rho \frac{D_{eff}}{h} \frac{\partial C_2}{\partial z} \Big|_{z=h+0} - \varphi C_2 R_2 \Big|_{z=h}. \quad (34)$$

Осредняя уравнение (10) по толщине слоя ЛГМ, с учетом граничных условий (25)–(27) получаем

$$\rho \frac{dc_p T}{dt} = \alpha_v (T_s - T) + \frac{1}{h} \left[\lambda_1' \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=h+0} - \alpha_g (T - T_g) \right] + c_p T \left[\frac{(\rho w)_-}{h} - \frac{(\rho w)_0}{h} \right], \quad (35)$$

где T_g — температура почвы. Уравнение сохранения энергии в твердой фазе (13) приводится к виду

$$h \sum_{i=1}^3 \rho_i c_{p,i} \varphi_i \frac{dT_s}{dt} = q_R(h)(1 - A) - \varepsilon_\sigma \sigma T_s^4 + J_a - q_2(R_2 + R_3)h - \alpha_v(T_s - T)h - \alpha_{g,s}(T_s - T_g), \quad (36)$$

а для определения φ_1 , φ_2 и φ_3 имеем два обыкновенных дифференциальных уравнения и два алгебраических выражения:

$$\rho_2 \frac{d\varphi_2}{dt} = R_{32}^{(i)} - R_2 + \dot{m}_{20},$$

$$R_2 = \frac{\rho_2 \varphi_2 k_2}{\sqrt{T}} \left[p_{02}^{(i)} \exp\left(-\frac{E_2}{RT}\right) - p_e C_2 / M_2 \sum_{\alpha=1}^2 \frac{C_\alpha}{M_\alpha} \right]; \quad (37)$$

$$\rho_2 \frac{d\varphi_3}{dt} = \dot{m}_{3+} - \dot{m}_{3-} - R_3 - R_{32}^{(i)},$$

$$R_3 = \frac{k_3 \varphi_3 \rho_3}{\sqrt{T}} \left[p_{03}^{(i)} \exp\left(-\frac{L}{RT}\right) - p_e C_2 / M_2 \sum_{\alpha=1}^2 \frac{C_\alpha}{M_\alpha} \right]; \quad (38)$$

$$R_{32}^{(i)} = \rho_3 k_s (\varphi_3^* - \varphi_3), \quad \dot{m}_{20} = h \rho_2 \varphi_2 w_2 \Big|_{z=0},$$

$$\dot{m}_{3+} = \rho_2 \varphi_3 w_3 h \Big|_{z=h}, \quad (39)$$

$$\dot{m}_{3-} = \rho_2 \varphi_3 w_3 h \Big|_{z=0}, \quad \varphi_1 = \text{const} = \varphi_1^0;$$

$$\sum_{i=1}^4 \varphi_i = 1. \quad (40)$$

Здесь \dot{m}_{20} — массовая скорость поступления связанной воды из почвы, а \dot{m}_{3+} и \dot{m}_{3-} — массовые скорости поступления и уноса свободной воды из слоя ЛГМ вследствие дождя и впитывания влаги в почву, E_2 — теплота испарения связанной воды, k_s — константа суммарной скорости впитывания свободной воды в сухой органический материал, C_α — концентрация сухого воздуха ($\alpha = 1$) и паров воды ($\alpha = 2$),

φ_3^* — предельная объемная доля воды, при которой процесс впитывания влаги прекращается; в дальнейшем предполагается, что $\rho_2 = \rho_3$.

В силу условия прилипания $\rho w|_{z=0} = 0$ уравнения сохранения массы газа (33) и энергии для газовой фазы (34) принимают более простой вид:

$$\frac{d\rho}{dt} = (R_2 + R_3) - \frac{(\rho w)_-}{h}, \quad (41)$$

$$\begin{aligned} \rho[c_{p,1} + (c_{p,2} - c_{p,1})C_2] \frac{dT}{dt} &= \alpha_v(T_s - T) + \\ &+ \frac{1}{h} \left[\lambda'_1 \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=h+0} - \alpha_g(T - T_g) \right] + \\ &+ c_p T \frac{(\rho w)_-}{h} + \rho(c_{p,1} - c_{p,2})T(R_2 + R_3)(1 - C_2) - \\ &- \frac{1}{h} \left[\rho D_s \frac{\partial C_2}{\partial z} \Big|_{z=h+0} + \varphi_4 C_2 R_2 \Big|_{z=h} \right]. \quad (42) \end{aligned}$$

При выводе (42) использовалось допущение о постоянстве теплоемкостей $c_{p,1}$ и $c_{p,2}$ и уравнение (34).

Выражение для плотности газовой фазы может быть определено из уравнения состояния (5), если предположить, что при сушке ЛГМ давление газа в слое ЛГМ совпадает с давлением во внешней среде. Тогда из уравнения (42) после простых преобразований удастся определить массовую скорость вдува (выброса) паров воды в приземной слой атмосферы:

$$\begin{aligned} (\rho w)_- &= h \left[R_2 + R_3 - \frac{p_e M_1 M_2}{RT[M_2 + C_2(M_1 - M_2)]} \times \right. \\ &\times \left. \left(\frac{1}{T} \frac{dT}{dt} + \frac{M_1 - M_2}{M_2 + C_2(M_1 - M_2)} \frac{dC_2}{dt} \right) \right], \quad (43) \end{aligned}$$

где $\frac{dC_2}{dt}$ и $\frac{dT}{dt}$ определяются через правые части уравнений (34) и (42).

Легко видеть, что допущение о постоянстве давления поперек слоя ЛГМ и пограничного слоя избавляет от необходимости использования закона сохранения количества движения внутри слоя ЛГМ.

Таким образом, вместо уравнений в частных производных (9)–(18) имеем систему обыкновенных дифференциальных уравнений (33), (34), (36)–(43), которые необходимо решать совместно с уравнениями пограничного слоя (2)–(7).

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОЦЕССА СУШКИ ЛГМ

В [6] представлены термокинетические постоянные для кинетики сушки ЛГМ, адекватно описывающие этот процесс при достаточно высоких темпах прогрева и температурах ЛГМ. Для исследуемой задачи характерны более низкие темпы нагрева и температуры. В этом параграфе приводятся результаты обработки экспериментальных данных на основе методики, изложенной в работе [10], и дается сравнение расчетных значений убыли массы ЛГМ с экспериментальными данными.

Исследовалась динамика сушки образцов ЛГМ (хвоя сосны, ели и кедра), размеры которых предварительно измерялись для дальнейшего расчета поверхности испарения.

Эксперименты проводили в изотермических условиях при $T = (30, 52, 70, 96) \pm 0,5$ °С в сушильном шкафу с объемом камеры $V = \pi r^2 H$ ($r = 0,12$ м — радиус, $H = 0,24$ м — высота). Объем образца ЛГМ был существенно меньше объема камеры. После установления заданной температуры образцы ЛГМ помещали в сушильный шкаф и через определенные промежутки времени взвешивали их на аналитических весах АДВ-200М 2-го класса с точностью 10^{-4} г. Безразмерная убыль массы образцов m/m^0 , где m^0 — начальная масса, характеризует количество влаги, испарившейся с поверхности исследуемого материала за время теплового воздействия. Время сушки варьировалось в пределах $t = 20 \div 500$ мин в зависимости от температуры окружающей среды. Для устранения систематической погрешности взвешивания, связанной с временем тепловой релаксации образцов τ (выемка образцов из шкафа, взвешивание, загрузка), $\tau \approx 0,5$ мин, в сушильный шкаф помещали одновременно несколько образцов ЛГМ одинаковой массы с дальнейшим последовательным взвешиванием образца в определенный момент времени: 1-й образец — через $t = 5$ мин, 2-й — $t = 10$ мин и т. д.

При проведении экспериментов была обнаружена зависимость результатов взвешивания от плотности укладки образцов ЛГМ $\rho = m^0/v$ (v — объем образца). Поэтому в каждом опыте она оставалась постоянной и соответствовала значению, близкому к плотности укладки опада хвои в реальных условиях — $\rho \approx 10,96$ кг/м³. Влагосодержание $W = (m - m^0)/m^0$, определялось взвешивани-

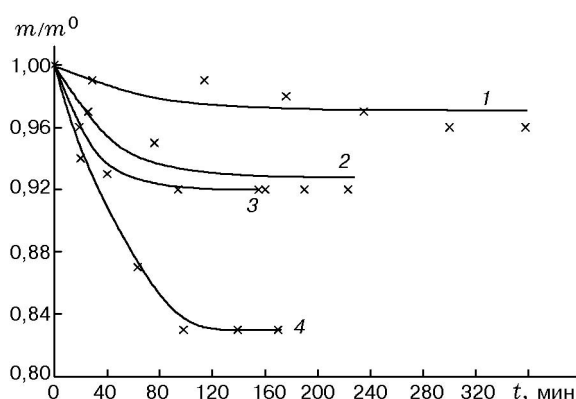


Рис. 2. Убыль массы слоя хвои сосны от времени:

при $T = 30$ (1), 52 (2), 70 (3) и 96 °С (4), линии — расчет, точки — эксперимент

ем влажного образца ЛГМ (m^0) и высушенного при $T = 100$ °С.

Суммарные погрешности определения параметров сушки ЛГМ составили: $\delta m \leq 2,1\%$, $\delta t \leq 3,5\%$, $\delta T \leq 3,3\%$. Доверительные интервалы рассчитывались по результатам 3–6 опытов с доверительной вероятностью 0,95.

На рис. 2 показаны типичные зависимости убыли массы хвои сосны от времени. На всех кривых значения m/m^0 уменьшаются по экспоненциальному закону с выходом на стационарное значение. С увеличением температуры скорость испарения воды возрастает, а время сушки уменьшается. Причем значительное изменение скорости испарения воды от времени начинается при $T > 50$ °С, что согласуется с данными работы [11].

На основании приведенных экспериментальных данных при использовании методики, изложенной в [9], были получены значения энергии активации и предэкспоненциального множителя (табл. 1).

О БАЗЕ ДАННЫХ ДЛЯ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Для численного решения задачи сушки слоя ЛГМ необходимо для различных регионов России создать соответствующие базы данных, которые бы отвечали типичным сценариям сушки ЛГМ в этих областях России.

Под базой данных понимается набор параметров, определяющих решение задачи, численные значения которых не противоречат друг другу. Создание баз данных для математической модели необходимо для того, чтобы избежать избыточности входных данных и повысить их точность [6].

Для конкретного численного решения поставленной задачи использованы следующие данные [1, 3, 6, 9]: истинная плотность сухого органического вещества $\rho_1 = 300$ кг/м³, истинная плотность воды $\rho_2 = 1000$ кг/м³, $p_e = 1,01 \cdot 10^5$ Па, $L = 40500$ Дж/моль, $A = 0,12$, $h = 0,03$ м, $c_{p,3} = 4,18 \cdot 10^6$ Дж/кг, $q_R = 175$ Дж/(м² · с), $\varepsilon_s = 0,7$, $\varepsilon = 0$, $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м² · К⁴), $J_a = 281,91$ Дж/(м² · с), $p_0 = 2329,6$ Па, $c_{p,2} = 1010$ Дж/кг, $q_2 = 2250$ кДж/кг, $c_{p,2} = 4,18 \cdot 10^6$ Дж/(кг · К), $C_{2e} = 0,0113$, $M_1 = 30$, $M_2 = 18$. Считалось, что $\dot{m}_{20} = 0$, $w_2 = 0$, $w_3 = 0$, $R_{32}^{(i)} = 0$. В качестве массы воды, поступившей в виде капель дождя на единицу площади ЛГМ в единицу времени было взято модельное значение $\dot{m}_{3+} = 1,543 \cdot 10^{-8}$ кг/(м² · с), которое учитывалось начиная с июля месяца, а в качестве количества воды, впитавшейся в почву за единицу времени на единицу площади подстилающей поверхности были взяты модельные значения для различных типов почв: для глинистых $\dot{m}_{3-} = 0$, для песчаных — $5 \cdot 10^{-7}$ кг/(м² · с), для обычных подзолистых почв — 10^{-7} кг/(м² · с).

Таблица 1

Численные значения термокинетических постоянных низкотемпературной сушки

$T, \text{ }^\circ\text{C}$	Хвоя сосны		Хвоя ели		Хвоя кедра	
	$E_2/R, \text{ K}^{-1}$	$k_2, \text{ K}^{1/2}/\text{c}$	$E_2/R, \text{ K}^{-1}$	$k_2, \text{ K}^{1/2}/\text{c}$	$E_2/R, \text{ K}^{-1}$	$k_2, \text{ K}^{1/2}/\text{c}$
96 ± 1	5247	$1,487 \cdot 10^5$	2728	3,24	1089,9	$8,43 \cdot 10^{-2}$
70 ± 1	3226	$4,11 \cdot 10^5$	3515	27,4	991	$6,45 \cdot 10^{-2}$
52 ± 1	4290	$9,539 \cdot 10^5$	3936	109,7	6141	$4,727312 \cdot 10^5$
30 ± 1	17141	$2,564 \cdot 10^5$	3278	$8,09 \cdot 10^{-2}$	3057	59

МЕТОДИКИ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ

Алгоритм решения сопряженной постановки задачи заключается в совместном численном интегрировании задачи для течения в пограничном слое и решения задачи тепло- и массообмена в слое ЛГМ.

Система уравнений для течения в приземном пограничном слое решалась при соответствующих граничных условиях с помощью разностной схемы итерационно-интерполяционного метода [12] с использованием граничных и начальных условий (18)–(20), а затем использовались условия сопряжения (25)–(29) для определения плотностей тепловых и диффузионных потоков, а также массовой скорости вдува при $z = h - 0$. Эти величины выражаются через потоковые величины со стороны приземного пограничного слоя атмосферы при $z = h + 0$, которые находятся в результате численного решения уравнений пограничного слоя с помощью итерационно-интерполяционного метода. На каждом временном слое проводится несколько итераций при решении разностных уравнений для того, чтобы определить потоковые величины при $z = h + 0$ с заданной точностью. Затем методом Гирра [13] интегрировалась система уравнений (39)–(43) математического описания сушки в слое ЛГМ. На следующем временном слое при фиксированном значении x процесс повторяется в указанном порядке. Такой же алгоритм решения задачи используется при следующем значении x .

Другой (раздельный) способ решения задачи о сушке слоя ЛГМ заключается в том, что для определения плотностей тепловых и диффузионных потоков из газовой фазы используются граничные условия третьего рода:

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=h-0} = \alpha(T - T_e),$$

$$\rho D_{eff} \frac{\partial C_2}{\partial z} \Big|_{z=h-0} = -\beta(C_2 - C_{2e}), \quad (44)$$

$$\beta = \frac{\alpha}{c_p}.$$

Здесь α и β — эмпирические коэффициенты тепло- и массообмена слоя ЛГМ с приземным слоем атмосферы, а для определения β используется аналогия между процессами тепло- и массообмена [6].

В этом случае нет необходимости численно решать уравнения приземного пограничного слоя (2)–(7) и решение задачи сводится к решению обыкновенных дифференциальных уравнений (35), (38)–(43) с соответствующими начальными условиями.

РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ И ИХ АНАЛИЗ

На рис. 2 приведено сравнение экспериментальных данных низкотемпературной сушки хвой сосны с расчетными данными при эффективных значениях коэффициентов k_2 , E_2 , полученных по методике [2] из проведенных экспериментов по низкотемпературной сушке ЛГМ.

Кривые были получены с использованием раздельной постановки задачи, т. е. формулы (44), при $\alpha = 0,65 \text{ Дж}/(\text{м}^2 \cdot \text{с} \cdot \text{К})$ и $\beta = 0,21452 \text{ кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$ и значениях остальных параметров задачи, приведенных ранее. Видно, что отличие расчетных данных от экспериментальных не превышает 5 %.

Представляет интерес сравнение результатов расчетов, полученных в сопряженной и раздельной постановках задач для суточных изменений метеоусловий. В табл. 2 и 3 представлены результаты расчетов в сопряженной и упрощенной постановках задачи для хвой сосны. В расчетах использовались значения молекулярной вязкости $\mu = 1,84 \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}$ и скорости невозмущенного потока $u_\infty = 1 \text{ м/с}$ (ламинарный режим течения), а значения числа Прандтля $Pr = 0,72$ и кинематической вязкости $\nu = \mu/\rho$ соответствовали данным воз-

Таблица 2
Результаты решения сопряженной задачи для сушки хвой сосны в июне месяце (суточное изменение)

t , ч	T , К	C_2	T_s , К	φ_2
2	283,2	0,011397	283,2	0,0049974
5	283,1	0,011397	283,1	0,0049974
8	286,6	0,011398	286,6	0,0049966
11	289,8	0,011399	289,8	0,0049949
14	291,1	0,011400	291,1	0,0049937
17	290,9	0,011400	290,9	0,0049952
20	288,4	0,011399	288,4	0,0049971
23	285,3	0,011397	285,3	0,0049993

Таблица 3

Результаты интегрирования упрощенной задачи для сушки хвой сосны при $\alpha = 0,332 \text{ Pr}^{1/3} \lambda \sqrt{u_\infty/xv_\infty}$, $\beta = \alpha/c_p$ [13]

t , ч	T , К	C_2	T_s , К	φ_2
2	284,2	0,01142	284,4	0,004860
5	284,1	0,01142	284,3	0,004861
8	287,6	0,01145	287,8	0,004822
11	290,8	0,01149	290,9	0,004779
14	292,1	0,01151	292,2	0,004759
17	291,9	0,01150	292,0	0,004762
20	289,4	0,01147	289,6	0,004799
23	286,3	0,01144	286,5	0,004837

духа при температуре T_e , взятой из [14] для июля месяца (см. табл. 4 для сценария средней пожарной опасности), и при $C_{2e} = 0,0113$. Анализ данных табл. 2 и 3 показывает, что при правильном выборе коэффициентов тепло- и массообмена различие результатов не превышает 3%.

Представляют интерес кривые $C_2(t)$ и φ_2/φ_{2*} для сезонных изменений метеоусловий (φ_{2*} — критическое значение влагосодержания, соответствующее значению W_*). В метеорологии для Сибири весь год разбивается на теплый (апрель, май, июнь, июль, август, сентябрь, октябрь) и холодный (ноябрь, декабрь, январь, февраль, март) периоды [14]. Фиксируются осадки за теплый и холодный периоды, температура воздуха и почвы, упругость водяного пара, относительная влажность воздуха. Очевидно, что теплый период года одновременно можно считать и пожароопасным.

Представляет интерес влияние температуры воздуха на сушку ЛГМ. Ежемесячно измеряются абсолютные максимумы и средний минимум температуры [14]. Поэтому сценарий сушки слоя ЛГМ, соответствующий абсолютным максимумам ежемесячных температур в пожароопасный сезон для определенности будем считать сценарием катастрофической пожарной опасности. Если в пожароопасный сезон ежемесячная температура следует среднему максимуму температуры окружающей среды [14], то этот случай будет называться сценарием средней пожарной опасности. Наконец, если ежемесячная температура в пожароопасный период соответствует среднему минимуму [14], то такой случай будет считаться сценарием низкой пожарной опасности.

В результате численного решения задачи были получены кривые (рис. 3) сезонного распределения массовой концентрации паров воды в воздухе и объемной доли воды, связанной с сухим органическим веществом, для трех упомянутых выше сценариев сушки, где использовалось распределение температуры (см. табл. 4), приведенное в [14].

Из анализа кривых, представленных на рис. 3, следует, что в сценарии катастрофической пожарной опасности возникновение лесного пожара вероятно уже в апреле, тогда как в сценарии низкой пожарной опасности возникновение пожара возможно лишь в июле месяце. В сценарии средней пожарной опасности вероятность пожара возникает в мае, что подтверждается тем, что обычно первые лесные пожары наблюдаются уже в мае. Кроме того, процесс сушки идет быстрее на песчаных почвах, чем в остальных двух случаях, что обусловлено оттоком влаги в почву под действием капил-

Таблица 4

Изменение температуры окружающей среды [14]

Месяц	Температура, °С		
	Сценарий катастрофической пожарной опасности	Сценарий средней пожарной опасности	Сценарий низкой пожарной опасности
Апрель	26	5	-5,2
Май	34	14,7	3
Июнь	36	21,4	9,5
Июль	36	23,7	12,6
Август	34	20,8	10,3
Сентябрь	30	14,8	4,7
Октябрь	25	5,1	-2,3

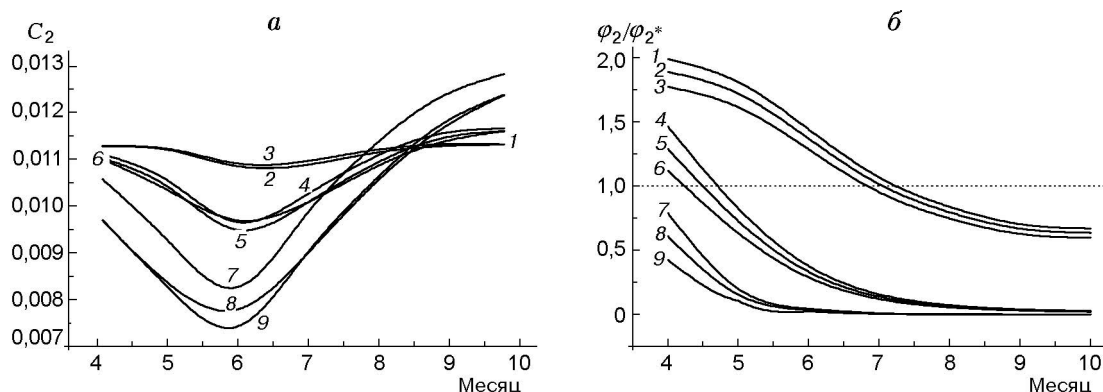


Рис. 3. Изменение массовой концентрации паров воды (а) и отношения объемной доли воды в связанном с веществом состоянии к ее критическому значению (б):

1–3 — соответствует сценарию низкой пожарной опасности на глинистых, типичных и песчаных почвах соответственно; 4–6 — сценарию средней пожарной опасности на глинистых, типичных и песчаных почвах соответственно; 7, 8 — сценарию катастрофической пожарной опасности на глинистых и типичных почвах; 9 — сценарию критической пожарной опасности на песчаных почвах

лярных сил, которые для песчаных почв значительно превосходят капиллярные силы для глинистых почв. Однако с течением времени значения $\varphi_2(t)/\varphi_{2*}$ для различных типов почв сходятся, что говорит о том, что даже на разных почвах в условиях теплой погоды ЛГМ высушивается практически полностью, о чем свидетельствует форма кривых.

ВЫВОДЫ

В работе представлена математическая модель низкотемпературной сушки слоя ЛГМ, решена задача о сушке слоя ЛГМ в сопряженной и раздельной постановках и получены следующие результаты.

- Разработана новая физическая модель сушки слоя лесных горючих материалов в природных условиях, в рамках которой учитываются все физические явления, влияющие на этот процесс.

- Даны два новых варианта постановки задачи о сушке слоя ЛГМ — сопряженная и раздельная [5], которые согласованы с общей математической моделью лесных пожаров [6].

- На основе экспериментальных данных в результате решения обратной кинетической задачи определены эффективные значения энергии активации E_2 и предэкспоненциального множителя k_2 для массовой скорости сушки для хвои сосны, хвои кедра и веточек ели.

- Проведено сравнение результатов математического моделирования на основе раздель-

ной постановки задачи с лабораторными данными по сушке хвои сосны и показано, что при определенном выборе коэффициента теплообмена теоретические значения убыли массы ЛГМ отличаются не более чем на 5% от экспериментальных данных.

- В результате численных экспериментов установлено, что при определенном выборе коэффициента теплообмена результаты расчетов с использованием точной сопряженной постановки задачи согласуются с результатами решения задачи в приближенной (раздельной) постановке.

- Проведено математическое моделирование сушки слоя ЛГМ в природных условиях для трех сценариев: катастрофической пожарной опасности, средней пожарной опасности, низкой пожарной опасности, и установлено, что математическая модель качественно верно отражает влияние метеорологических факторов (начального влагосодержания, температуры почвы и воздуха) на сушку ЛГМ.

- Выполнено математическое моделирование процессов сушки на различных типах почв (песчаная и глинистая) для разных сценариях сушки ЛГМ и установлено, что при катастрофическом сценарии сушки пожарная опасность возникает уже в апреле месяце, при сценарии средней пожарной опасности — уже в мае, а при сценарии низкой пожарной опасности — только в августе месяце. Кроме того, установлено, что процесс сушки на песчаных почвах идет быстрее, чем на глинистой почве.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Конев Э. В.** Физические основы горения растительных материалов. Новосибирск: Наука, 1977.
2. **Нестеров В. Г.** Горимость леса и методы ее определения. М.; Л.: Гослесбумиздат, 1949.
3. **Гришин А. М.** Физика лесных пожаров. Томск: Изд-во ТГУ, 1994.
4. **Нигматулин Р. И.** Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987. Ч. 1.
5. **Гришин А. М., Фомин В. М.** Сопряженные и нестационарные задачи механики реагирующих сред. Новосибирск: Наука, 1984.
6. **Grishin A. M.** Mathematical modeling of forest fires and new methods of fighting them. Russia, Tomsk: Publishing House of the Tomsk State Univ., 1997.
7. **Швец М. Е.** Теплопередача в ламинарном пограничном слое // Прикл. математика и механика. 1950. Т. 14, вып. 1. С. 30–43.
8. **Чудновский А. Ф.** Теплофизика почв. М.: Наука, 1976.
9. **Павлов А. В.** Энергообмен в ландшафтной сфере Земли. Новосибирск: Наука, 1984.
10. **Гришин А. М.** Математические модели лесных пожаров. Томск: Изд-во ТГУ, 1981.
11. **Лыков А. В.** Тепломассообмен: Справочник. М.: Энергия, 1978. С. 357–374.
12. **Гришин А. М., Берцун В. Н., Зинченко В. И.** Итерационно-интерполяционный метод и его приложения. Томск: Изд-во ТГУ, 1981.
13. **Мудров А. Е.** Численные методы для ПЭВМ на языках БЕЙСИК, ФОРТРАН И ПАСКАЛЬ. Томск: МП «Раско», 1991.
14. **Справочник** по климату СССР. Вып. 20. (Томская, Новосибирская, Кемеровская области, Алтайский край и Горно-Алтайская АО). Ч. 2. Температура воздуха и почвы. Новосибирск, 1965.

*Поступила в редакцию 16/VI 1999 г.,
в окончательном варианте — 23/X 2000 г.*
