

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ УДАРНОЙ ВОЛНЫ В СМЕСИ ГАЗА И ТВЕРДЫХ ЧАСТИЦ

А. В. Фёдоров, И. А. Федорченко

Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН, 630090 Новосибирск  
fedorov@itam.nsc.ru

Для расчета волновой динамики двухскоростных двухтемпературных двухфазных течений реализован метод численного моделирования, основанный на СР-подходе. Верификация результатов проведена на базе тестовых расчетов. В качестве приложения исследована задача о распространении ударной волны в смеси вязкого теплопроводного газа и твердых частиц в рамках модели с немалыми концентрациями дискретной фазы. Выявлено влияние размера частиц и коэффициента сопротивления на картину течения, в частности на поведение температуры в зоне релаксации. Дано сравнение с экспериментальными данными по зависимости параметров за фронтом ударной волны от числа Маха.

Ключевые слова: гетерогенные среды, ударные волны, математическое моделирование.

### ВВЕДЕНИЕ

Вопросы предсказания поведения смесей газа и твердых частиц под действием ударно-волновой нагрузки возникают в связи с разработкой методов предупреждения промышленных взрывов и снижения их разрушительных последствий, созданием твердотопливных двигателей летательных аппаратов, а также в связи с некоторыми другими задачами прикладной газодинамики. Учет неравновесных явлений играет при этом важную роль, поскольку при распространении ударных волн параметры динамических процессов в фазах существенно различаются, например, в зонах динамической, тепловой, химической релаксации (процессы воспламенения и горения твердого компонента) [1].

### ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

В настоящей работе исследования проведены в рамках подхода механики гетерогенных сред, использующего положения теории многоскоростных континуумов. Как известно, эта теория позволяет описывать макроскопические процессы, происходящие в гетерогенных средах, по аналогии с гомогенными течениями, посредством рассмотрения нескольких (в зависимости от числа фаз) взаимопроникающих и взаимодействующих сред [2].

Математическая модель для описания движения смеси вязкого теплопроводного газа и твердых частиц в двухскоростном двухтемпературном приближении механики гетерогенных сред включает в себя законы сохранения массы, импульса и энергии для каждой фазы, где учитываются действие внешних сил, силы межфазного взаимодействия и теплообмен:

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \frac{\partial \rho_1 u_1}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \frac{\partial \rho_2 u_2}{\partial x} = 0, \quad (1)$$

$$\rho_1 \left( \frac{\partial u_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} \right) = -m_1 \frac{\partial p}{\partial x} - f_{12} + \mu' \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2},$$

$$\rho_2 \left( \frac{\partial u_2}{\partial t} + u_2 \frac{\partial u_2}{\partial x} \right) = -m_2 \frac{\partial p}{\partial x} + f_{12},$$

$$\rho_1 \left( \frac{\partial e_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial e_1}{\partial x} \right) = \frac{m_1 p}{\rho_{11}} \frac{d_1 \rho_{11}}{dt} + \mu' \left( \frac{\partial u_1}{\partial x} \right)^2 - f_{12}(u_2 - u_1) - q_{12} + \lambda \frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2},$$

$$\rho_2 \left( \frac{\partial e_2}{\partial t} + u_2 \frac{\partial e_2}{\partial x} \right) = f_{12}(u_2 - u_1) + q_{12},$$

$$p = \rho_{11} R T_1.$$

Работа выполнена при финансовой поддержке АВЦП «Развитие научного потенциала высшей школы (2009 г.)» (проект 2.1.1/4674).

Здесь  $\rho_i = \rho_{ii} m_i$  — приведенная плотность фазы;  $\rho_{ii}$  — истинная плотность фазы;  $u_i, T_i, e_i$  — скорость, температура и внутренняя энергия

фазы;  $p$  — давление смеси; индекс  $i = 1$  соответствует газовой фазе, 2 — твердой (дисперсной) фазе;  $R$  — газовая постоянная воздуха;  $f_{12}$  — сила межфазного взаимодействия;  $q_{12} = \frac{3}{2} \frac{m_2 \lambda \text{Nu}}{r_p^2} (T_1 - T_2)$  — поток тепла между фазами;  $\mu'$  — вязкость газа, включающая поправку Эйнштейна, которая учитывает присутствие частиц в потоке;  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности газа;  $r_p$  — радиус частицы. Величина объемной концентрации  $m_i$  используется при рассмотрении многофазных сред, поскольку каждая составляющая занимает лишь часть общего объема смеси.

Гипотеза локального равновесия в пределах фазы позволяет использовать термодинамические функции и связывающие их соотношения равновесной термодинамики. Таким образом, для замыкания системы используется уравнение состояния чистого газа. При этом полагается, что твердая фаза несжимаема,  $\rho_{22} = \text{const}$ .

Для расчета коэффициента сопротивления  $C_D$ , необходимого для определения силы межфазного взаимодействия, будем использовать три формулы:

$$C_D = 27 \text{Re}^{-0.84}, \quad (2)$$

$$C_D = \left[ 1 + \exp \left( - \frac{0.43}{M_{12}^{4.67}} \right) \right] \times \left( 0.38 + \frac{24}{\text{Re}} + \frac{4}{\sqrt{\text{Re}}} \right), \quad (3)$$

$$C_D = \frac{24}{\text{Re}} (1 + 0.058 \text{Re}^{0.9345}), \quad (4)$$

которые взяты соответственно из работ [3, 4, 5]. Формула (3) является упрощением формулы Хендерсона [6]. Здесь  $\text{Re} = \frac{\rho_{11} |u_2 - u_1| D_p}{\mu}$  — число Рейнольдса,  $D_p$  — диаметр частицы,  $M_{12} = \frac{|u_2 - u_1|}{a_1}$ ,  $a_1 = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho_{11}}}$  — скорость звука в газе,  $\gamma$  — показатель адиабаты газа.

### ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД

Для решения начально-краевых задач о распространении волновых процессов в газозвеси на основе вышеописанной модели применялся метод СР [7]. Основным требованием при его разработке являлось точное воспроизведение распространения и взаимодействия

контактных разрывов и ударных волн. Для этой цели используется интерполяция профиля параметров в каждой расчетной ячейке кубическим полиномом. Расчет неконвективных членов проводится при помощи центральной конечно-разностной аппроксимации. Недостатком метода является его неконсервативность, что несколько сужает область его применения. Тем не менее проверка устойчивости и сходимости результатов вычислений, а также проведение тестовых расчетов позволили в достаточной степени подтвердить достоверность полученных данных. Описание схемы, а также результаты тестового расчета о распаде разрыва представлены в [8].

### ФИЗИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим одномерное пространство, заполненное смесью воздуха и твердых частиц, по которому распространяется сильный разрыв. Течение в ударной волне (УВ), распространяющейся по такой смеси, описано в многочисленных работах (см. библиографию, например, в [1, 9–12]). Будем считать, что перед фронтом УВ находится покоящаяся смесь, характеризующаяся параметрами невозмущенного течения:  $\rho_{10}, \rho_{20}, u_{10} = u_{20} = 0, e_{10}, e_{20}, p_0$ . Характеристики газа на фронте замороженной УВ меняются скачком, и за фронтом величины  $u_{f1}, \rho_{f1}, e_{f1}, p_f$  определяются по заданной скорости ударной волны  $D$  из соотношений Рэнкина — Гюгонио для газа, поскольку объемная концентрация частиц полагается конечной, но малой. Параметры частиц на фронте считаются неизменными, т. е. замороженными, и определяются так:  $u_{f2} = u_{20}, \rho_{f2} = \rho_{20}, e_{f2} = e_{20}$ . Требуется определить параметры течения газозвеси во фронте распространяющейся УВ.

### РЕЗУЛЬТАТЫ И АНАЛИЗ

#### О физико-математической модели механики гетерогенных сред. Замороженное течение

Прежде всего, следуя [11], оценим возможность использования условий для замороженной УВ при определении параметров газа. На рис. 1 приведена рассчитанная нами зависимость замороженного давления газа от числа Маха УВ, полученная на основании условий на ударной волне для чистого газа, которая совпадает с экспериментальными данными авторов

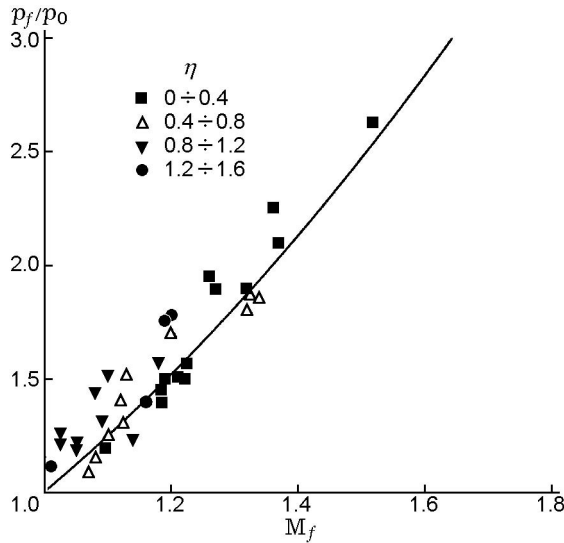


Рис. 1. Зависимость замороженного давления от числа Маха УВ. Сравнение результатов расчета (линия) и эксперимента [11] (значки)

[11] (отмечены значками на рисунке). Значение давления обезразмерено на начальное давление перед фронтом УВ. В качестве материала частиц в опытах и расчетах использовалась белая сажа, истинная плотность которой  $2650 \text{ кг/м}^3$ . Коэффициент  $\eta$  является отношением массового расхода фазы частиц к массовому расходу газовой фазы:  $\eta = \frac{\rho_2 u_2}{\rho_1 u_1}$ . Данная величина мало влияет на замороженные параметры течения. Отметим неплохое соответствие расчетных и экспериментальных данных, что подтверждает справедливость определения параметров газовой фазы на основе соотношений для замороженных параметров [2].

### Равновесное течение

Для тестирования результатов расчета по используемой модели необходимо найти также равновесные параметры  $u_{e1}, u_{e2}, \rho_{e1}, \rho_{e2}, e_{e1}, e_{e2}, p_e$ , которые определяются из условий на УВ при требовании равенства скоростей и температур дисперсной и несущей фаз. На рис. 2 представлены полученные авторами зависимости равновесного давления за УВ от числа Маха при различных значениях  $\eta$  (линии), а также экспериментальные данные из работы [11] (значки). Расчетные данные [11] полностью идентичны нашим результатам и не приведены на рисунке в силу совпадения с представленными кривыми.

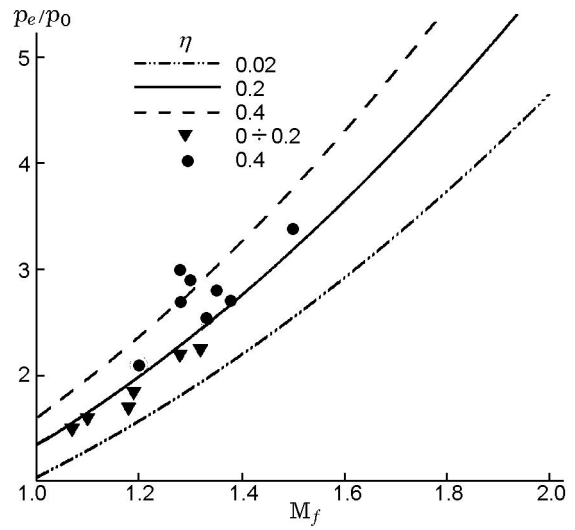


Рис. 2. Зависимость равновесного давления от числа Маха УВ. Сравнение результатов расчета (линии) и эксперимента [11] (значки)

### Нестационарный подход. Структура УВ в смеси

Перейдем к исследованию нестационарного подхода к задаче о структуре УВ в рамках метода СР. Прежде всего, необходимо сопоставить расчетные данные по нестационарной математической модели с расчетами по стационарной модели явления. Распределение параметров стационарного течения смеси в зоне релаксации за фронтом замороженной УВ определялось из системы алгебраических и дифференциальных уравнений, которая получается из исходной системы (1) в классе бегущих волн:

$$\rho_1 u_1 = c_1, \rho_2 u_2 = c_2, \quad c_1 u_1 + c_2 u_2 + p = c_3,$$

$$c_1 \left( e_1 + \frac{u_1^2}{2} + \frac{p}{\rho_1} \right) + c_2 \left( e_2 + \frac{u_2^2}{2} \right) = c_4,$$

$$p = \rho_{11} R T_1, \quad e_1 = c_{v1} T_1, \quad e_2 = c_{v2} T_2, \quad (5)$$

$$c_2 \frac{du_2}{dx} = -m_2 \frac{dp}{dx} + f_{12},$$

$$u_2 \frac{dT_2}{dx} = \frac{q_1}{c_{v2} \rho_2}.$$

Для системы (5) ставилась краевая задача для вектора решений  $\Phi(\rho_i, u_i, p, \dots)$ :

$$\begin{aligned} \Phi(\rho_i, u_i, p, \dots) &= \Phi_f \quad \text{при } x = x_0 + 0, \\ \Phi(\rho_i, u_i, p, \dots) &\rightarrow \Phi_e \quad \text{при } x \rightarrow \infty. \end{aligned} \quad (6)$$

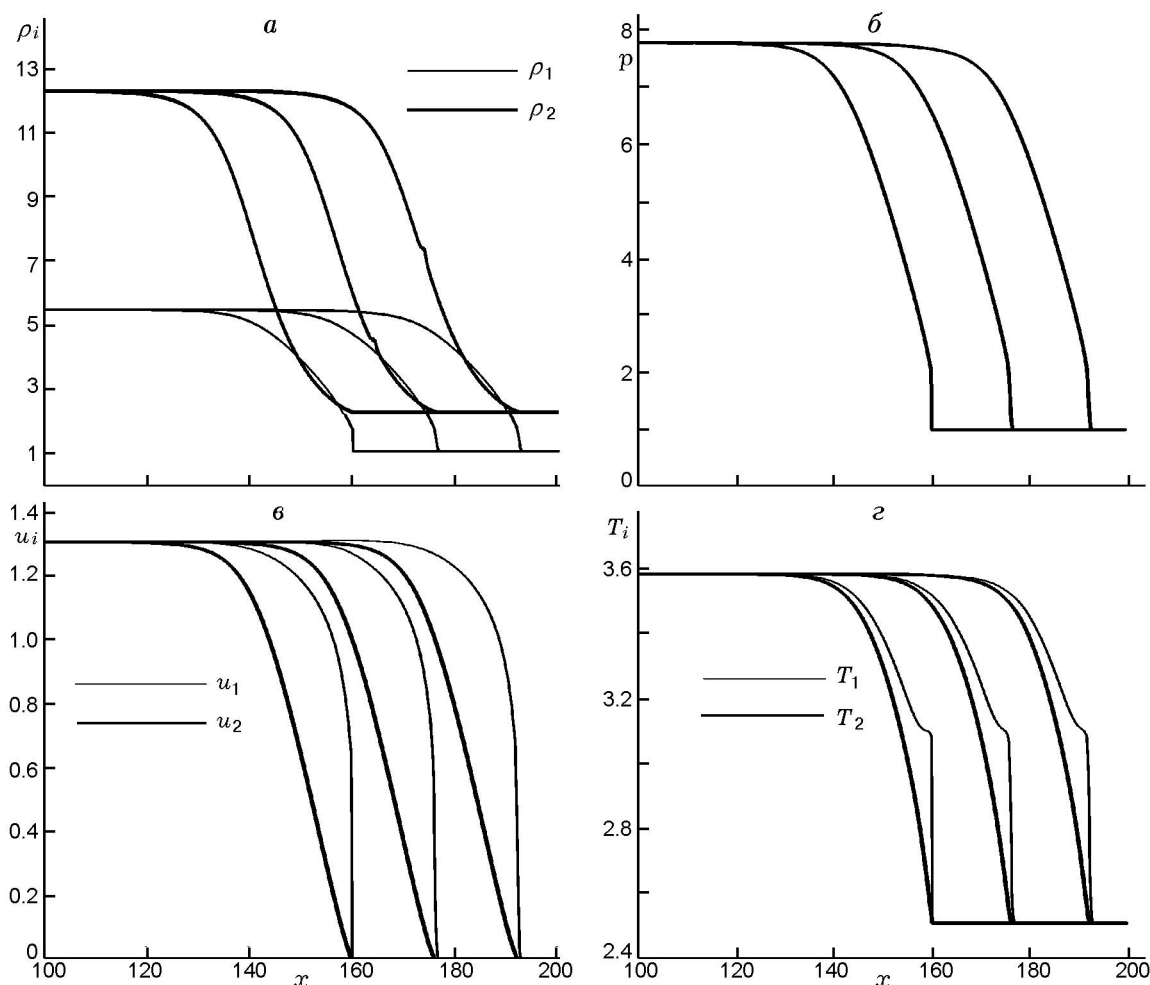


Рис. 3. Распределение плотности (а), давления (б), скорости (в) и энергии (г) фаз при радиусе частиц 20 мкм, числе Маха УВ 1.6 и объемной концентрации  $m_{20} = 0.001$ . Расчет с коэффициентом сопротивления (2)

То есть при  $x = x_0 + 0$  имеют место условия на замороженной УВ, а при  $x \rightarrow \infty$  — условия приближения к конечному равновесному состоянию. Вопросу разрешимости этой задачи в случае изотермического вязкого газа посвящена работа [9], где приведены также некоторые численные результаты, полученные в стационарной постановке. Ниже эта проблема численно решается в общем случае непостоянной температуры фаз и вязкой теплопроводной газовой фазы в одномерной нестационарной постановке.

Найденные распределения параметров вдоль волны в стационарной постановке использовались в качестве данных Коши для решения нестационарной задачи. С целью проверки метода решалась также задача о распаде произвольного разрыва с равновесны-

ми и замороженными параметрами смеси на разрыве, имеющая самостоятельный интерес.

Некоторые результаты расчетов представлены на рис. 3, 4. Как известно, ударная волна в смеси невязкого нетеплопроводного газа и частиц состоит из замороженного фронта, сопровождаемого зоной релаксации параметров к конечному равновесному состоянию по скоростям и температурам. Структура волны, полученная в рамках нестационарного подхода, приведена на рис. 3, 4 в виде распределений давления, скорости, средней плотности и внутренней энергии фаз. Для обезразмеривания плотности использовалась начальная плотность чистого газа  $\rho_{11,0}$ , для скорости — скорость звука в газовой фазе  $a_{1,0}$ , для давления — комплекс  $\rho_{11,0} a_{1,0}^2$ , для энергии —  $a_{1,0}^2$ , для температу-

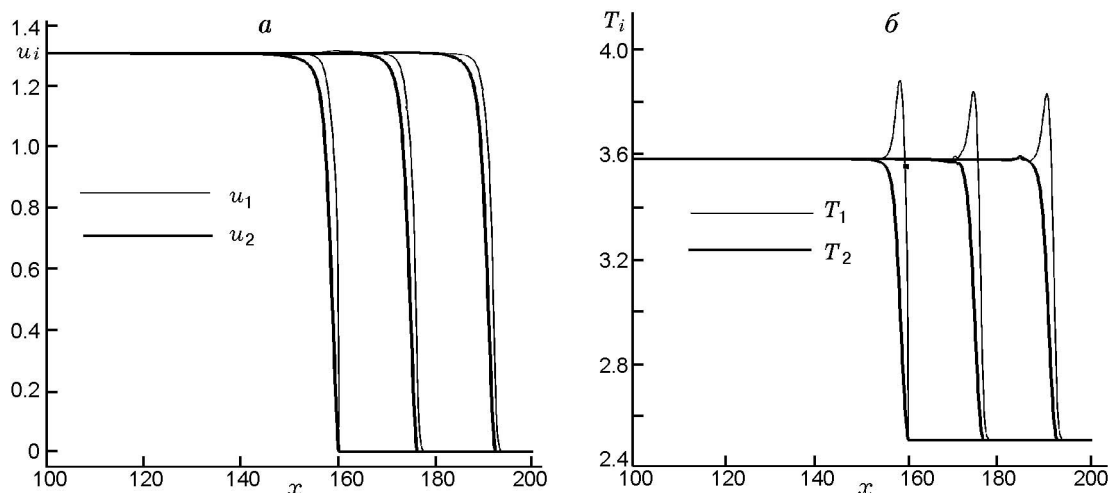


Рис. 4. Распределение скорости (а) и температуры (б) при радиусе частиц 20 мкм, числе Маха УВ 1.6 и объемной концентрации  $m_2 = 0.001$ . Расчет с коэффициентом сопротивления (3)

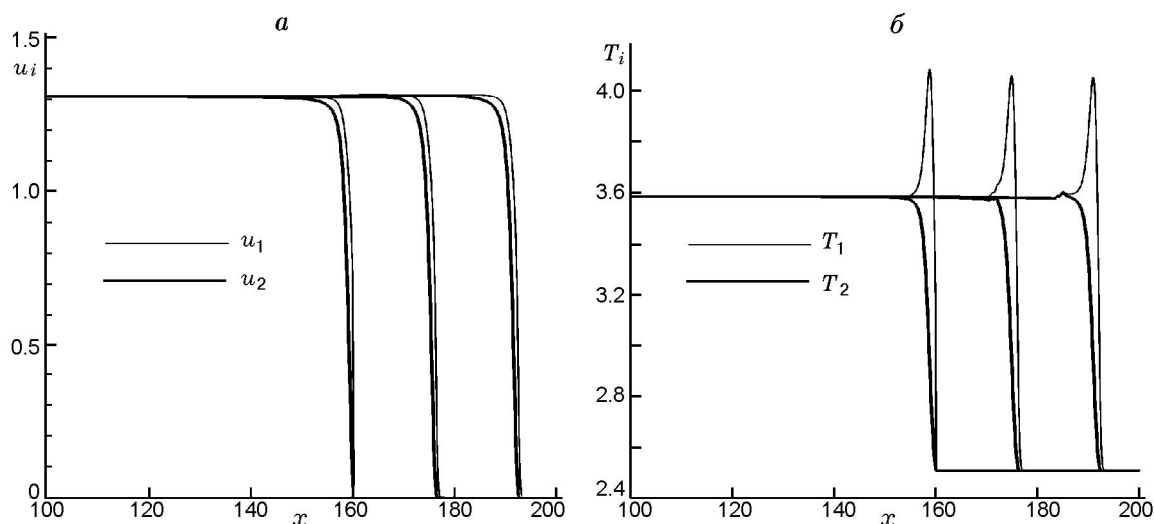


Рис. 5. Распределение скорости (а) и температуры (б) фаз при радиусе частиц 20 мкм, числе Маха УВ 1.6 и объемной концентрации  $m_{20} = 0.001$ . Расчет с коэффициентом сопротивления (4)

ры —  $c_{v1}a_{1,0}^2$ , где  $c_{v1}$  — теплоемкость газовой фазы при постоянном объеме. Эти параметры применяются в работе и далее, за исключением расчетов, где указано иное. Как видно, замороженная УВ в данном течении размазана за счет вязкости и теплопроводности, впрочем, не очень сильно. Это обусловлено малостью диссипативных коэффициентов. Кроме того, оказалось, что параметры течения во фронте УВ, в зоне релаксации за размазанным сильным разрывом, растут за счет неравновесных процессов выравнивания скоростей и температур. Здесь также видно, что численный метод СР,

используемый для расчета, с течением времени сохраняет неизменной структуру УВ. Тем самым показана устойчивость распространения УВ к инфинитезимальным возмущениям, поскольку используемое стационарное решение несет в себе и ошибки расчета, т. е. является возмущенным. Отметим, что численный метод дает хорошее разрешение переднего фронта размазанной УВ.

#### Влияние вида коэффициента сопротивления

Интересно проследить влияние вида коэффициента сопротивления на распределение па-

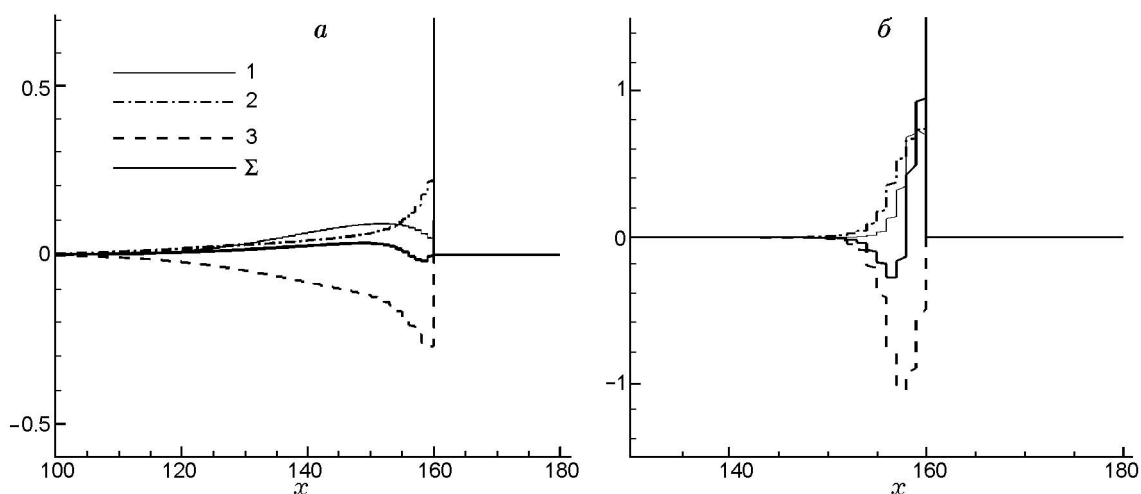


Рис. 6. Вклады 1, 2 и 3-го членов правой части уравнения (7) при использовании коэффициента сопротивления, вычисляемого по формуле (2) (а) и по формуле (3) (б)

раметров вдоль ударной волны. Для этого были проведены расчеты с использованием соотношения (2) (см. рис. 3) и формул (3) и (4) (см. рис. 4 и 5).

При использовании корреляционных формул (3) и (4) зона релаксации сокращается, а распределение температуры газовой фазы принимает качественно иной вид. Так, при определении коэффициентов по формулам (3), (4) температура газа сначала растет, а затем уменьшается до равновесного значения, в то время как при расчете по формуле (2) наблюдается сначала небольшое охлаждение газа, а затем его нагрев до равновесной температуры.

Такое поведение температуры газовой фазы можно объяснить на основе анализа уравнения притока тепла для газа, имеющего вид

$$\frac{\partial T_1}{\partial x} = \frac{f_{12}}{c_{v1}\rho_1 u_1} (u_1 - u_2) + \frac{p}{c_{v1}\rho_1^2} \frac{d\rho_{11}}{dx} - \frac{q_{12}}{c_{v1}\rho_1 u_1}. \quad (7)$$

Как известно, сила межфазного взаимодействия  $f_{12}$  зависит от коэффициента сопротивления  $C_D$  следующим образом:

$$f_{12} = \frac{3}{8} C_D \frac{\rho_{11} m_2}{r_p} (u_1 - u_2) |u_1 - u_2|.$$

Поскольку скорость газовой фазы в зоне релаксации выше скорости частиц, что связано с их инерционностью, то вклад первого члена правой части уравнения (7) всегда положителен и

объясняется работой сил трения между частицами и газом. Второй член связан с работой сил давления, и поскольку при прохождении УВ газ сжимается, т. е. его плотность увеличивается, то значения, которые принимает этот член, также положительны. Третий член отвечает за теплопередачу между газовой и твердой фазами. Поскольку в зоне релаксации происходит нагрев частиц до температуры газа, эта величина в уравнении баланса тепла имеет отрицательный знак.

В зависимости от выбора формулы для определения коэффициента сопротивления первый член в правой части уравнения (7), связанный с выделением тепла за счет сил трения, может принимать различные значения. При использовании формулы (2) градиент температуры в области сразу за разрывом может стать отрицательным, поскольку преобладает вклад третьего члена, связанного с передачей тепла на нагрев частицы. При уменьшении величины  $u_1 - u_2$ , т. е. при выравнивании скоростей и температур фаз, значение суммы первого и второго членов правой части уравнения (7) становится больше, в то время как отбор тепла от газа на нагрев частицы уменьшается. В результате происходит рост температуры газа. Графическое представление вклада каждого из членов дано на рис. 6, а.

При использовании формул (3) и (4) для определения коэффициента сопротивления соотношение величин в правой части уравнения (7) таково, что сначала наблюдается рост температуры газа за счет выделения тепла от ско-

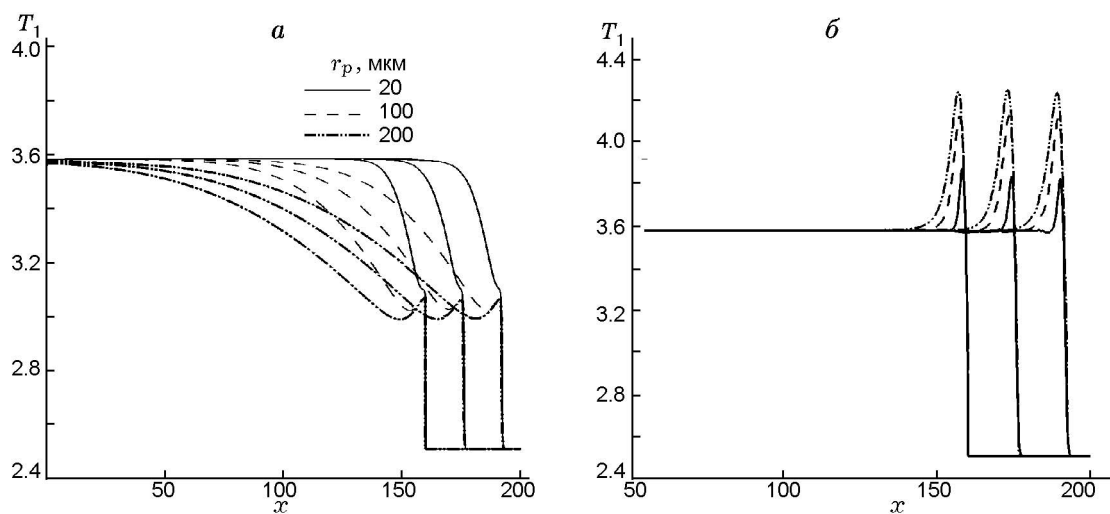


Рис. 7. Распределение температуры газа в зависимости от радиуса частиц при расчете коэффициента трения по формуле (2) (а) и формуле (3) (б)

ростной релаксации и работы сил давления, а затем при сближении скоростей доминирует процесс передачи тепла на нагрев частицы. Развитие данного сценария иллюстрирует рис. 6, б.

Такое поведение объясняется различиями в предположениях, заложенных при выводе эмпирических соотношений для определения коэффициента сопротивления частиц в потоке. Отметим совпадение качественного поведения температуры при использовании формулы Хендерсона [6] и формулы [5], где в отличие от [3, 4] учитывалась нестационарность течения, возникающая при обтекании частиц.

Соотношение количеств тепла, выделяющегося за счет сил трения и передаваемого на нагрев частицы, определяется параметром [13]  $\alpha = \tau_T / \tau_u$ , где  $\tau_T$  и  $\tau_u$  — времена температурной и скоростной релаксации соответственно, которые зависят, в частности, от чисел Рейнольдса, Маха и т. д. При увеличении радиуса частицы максимальное значение  $\alpha$  растет. На рис. 7, а приведено распределение температуры газа для частиц различных радиусов при расчете с коэффициентом  $C_D$ , определенным по формуле (2). Видно, что в зависимости от радиуса качественное поведение этого параметра в области релаксации не меняется, температура газа убывает сразу за передней частью УВ, а затем постепенно возрастает до равновесного значения. Длина зоны релаксации с увеличением радиуса естественно возрастает.

В отличие от [13], где исследовалось влия-

ние соотношений времен релаксации для стационарного течения при условии замороженных времен релаксации скоростей и температур, в настоящей работе проанализировано и влияние «нестационарного» коэффициента сопротивления [5]. Он зависит от параметров состояния течения в ударной волне.

На рис. 7, б показано распределение температуры газа для частиц различных радиусов при использовании в расчетах коэффициентов (3) (поведение температуры при расчете с коэффициентом трения, определенным по формуле (4), аналогично данному). Оказалось, качественное поведение температуры не зависит от размера частиц. Как для мелких, так и для более крупных частиц наблюдается рост температуры газовой фазы до значения, большего равновесного, а затем ее падение до конечного равновесного состояния. То есть локальный максимум в распределении этой величины присутствует всегда, независимо от размера включений и соотношения  $\alpha$ .

Как видно из рис. 7, параметры на фронте размазанной замороженной УВ при изменении радиуса остаются постоянными, поскольку не зависят от времени релаксации. В то же время в зоне релаксации изменение радиуса приводит к количественным различиям, в частности, в распределении температур.

#### Две задачи о распаде разрыва в смеси газа и частиц

Следующим шаг — изучение структуры

Область 1	Область 2
$p = 1$	$p = 10$
$\rho_1 = 1$	$\rho_1 = 1$
$\rho_2 = 1$	$\rho_2 = 10^{-6}$
$u_1 = 0$	$u_1 = 0$
$u_2 = 0$	$u_2 = 0$

УВ, образующейся при распаде разрыва в смеси газа и твердых частиц.

Физическая постановка проблемы такова (см. табл. 1). В начальный момент времени в одномерном канале слева от точки  $x = x_0$  в области 2 находится чистый газ при повышенном давлении, а справа в зоне 1 — смесь газа и частиц при атмосферном давлении. При  $t > 0$ , после того как перегородка между газом и смесью внезапно убирается, вправо начинает распространяться ударная волна, влево — волна разрежения (ВР), за ударной волной движется контактный разрыв в газе (КР), а затем комбинированный разрыв (КБР), который является границей между чистым газом и смесью.

Начальные данные и  $x-t$ -диаграмма задачи приведены в табл. 1. В данных расчетах обезразмеривание проводилось на соответствующие значения параметров справа от разрыва.

В [12] для расчета уравнений, описывающих поведение дисперсной фазы, были предложены два подхода, основанные на методе конечных объемов, которые различались способом интерполяции данных на границе раздела фаз. Результаты расчета [12] одним из этих методов, который показал себя менее диссипативным, приведены на рис. 8.

Результаты расчета задачи о распаде разрыва предлагаемым нами методом СРР представлены на рис. 9. Сплошными линиями приведены начальные данные: тонкими — для газовой фазы, толстыми — для твердой фазы. Расчет на момент времени  $t = 2$  показан штриховыми линиями: тонкими — для газовой фазы, толстыми — для твердой. Плотность частиц равнялась  $2500 \text{ кг/м}^3$ , отношение удельных теплоемкостей газа и частиц полагалось равным 1. Шаг по пространству составлял  $h = 0.1$ , отношение шага по времени к шагу по про-

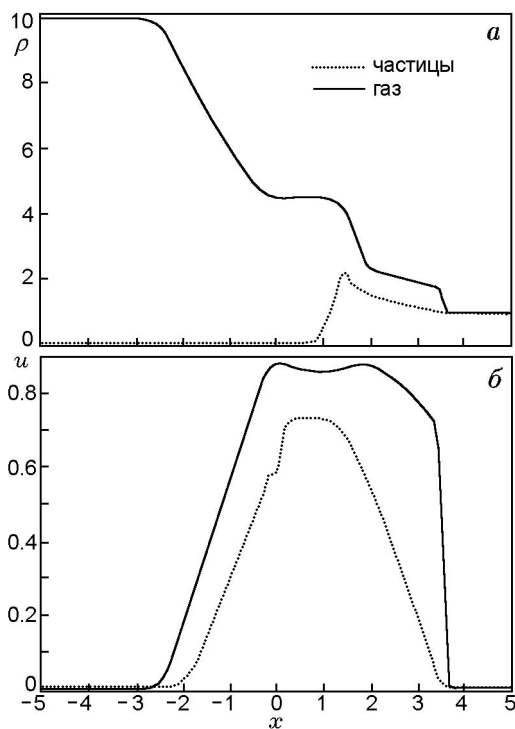


Рис. 8. Распределения плотностей (а) и скоростей (б) газовой и дисперсной фаз. Расчет [12]

странству — 0.2.

На рис. 9 можно увидеть волновую структуру, образующуюся после разрыва диафрагмы. Вправо распространяется стационарная УВ, имеющая размазанный замороженный фронт (см. рис. 9, в). Он полностью идентичен полученному в стационарной постановке. То есть и при данном инициировании мы выходим на устойчивое стационарное распространение УВ. Рис. 9, а, демонстрирующий распределение плотности фаз, позволяет определить и другие особенности течения, в частности положение контактного разрыва в газе. На данный



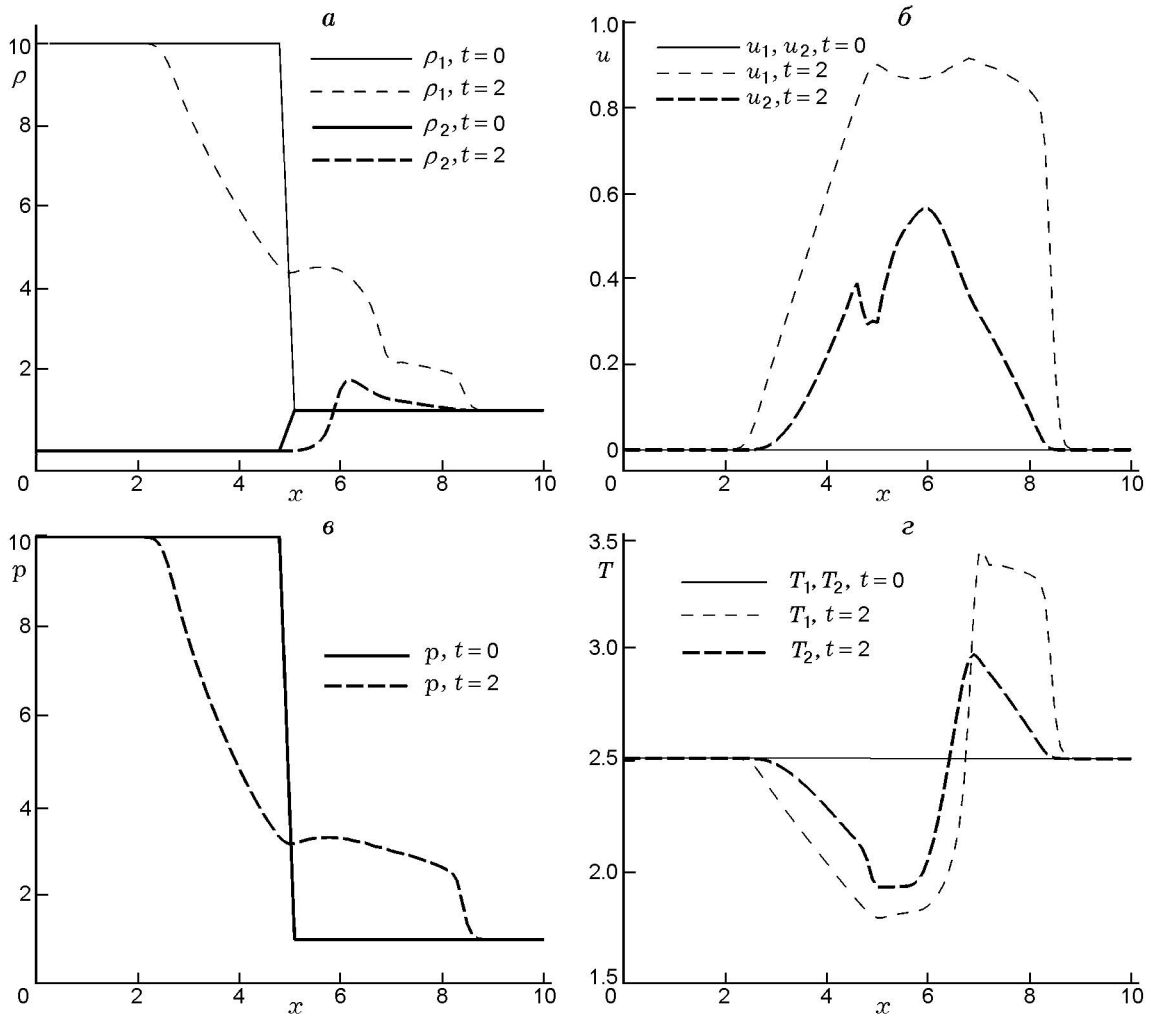


Рис. 9. Распределение плотности (*a*), скорости (*б*), давления (*в*) и температуры (*г*) фаз в задаче о распаде разрыва

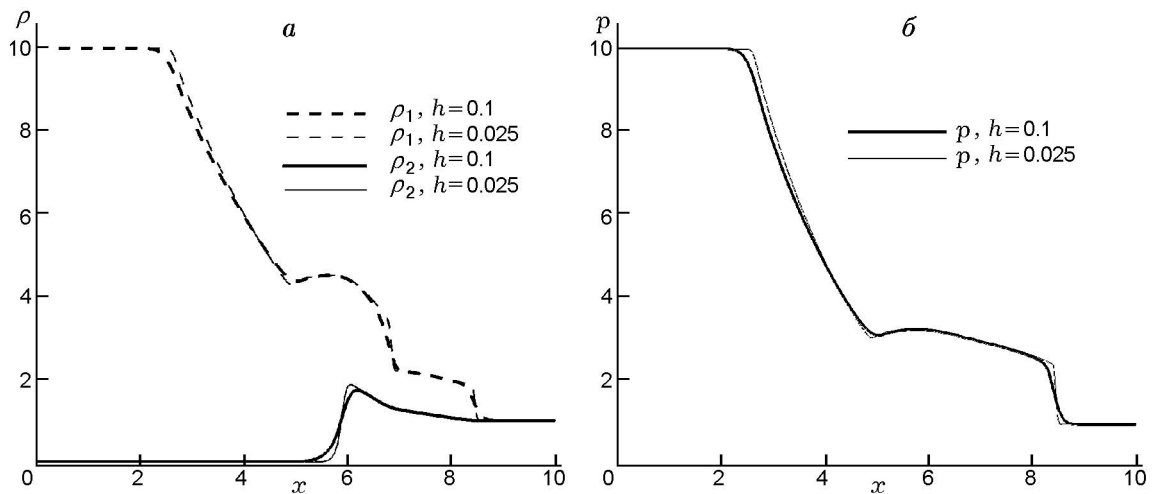


Рис. 10. Сходимость решения на последовательности сгущающихся сеток. Распределения плотности и давления в задаче о распаде разрыва

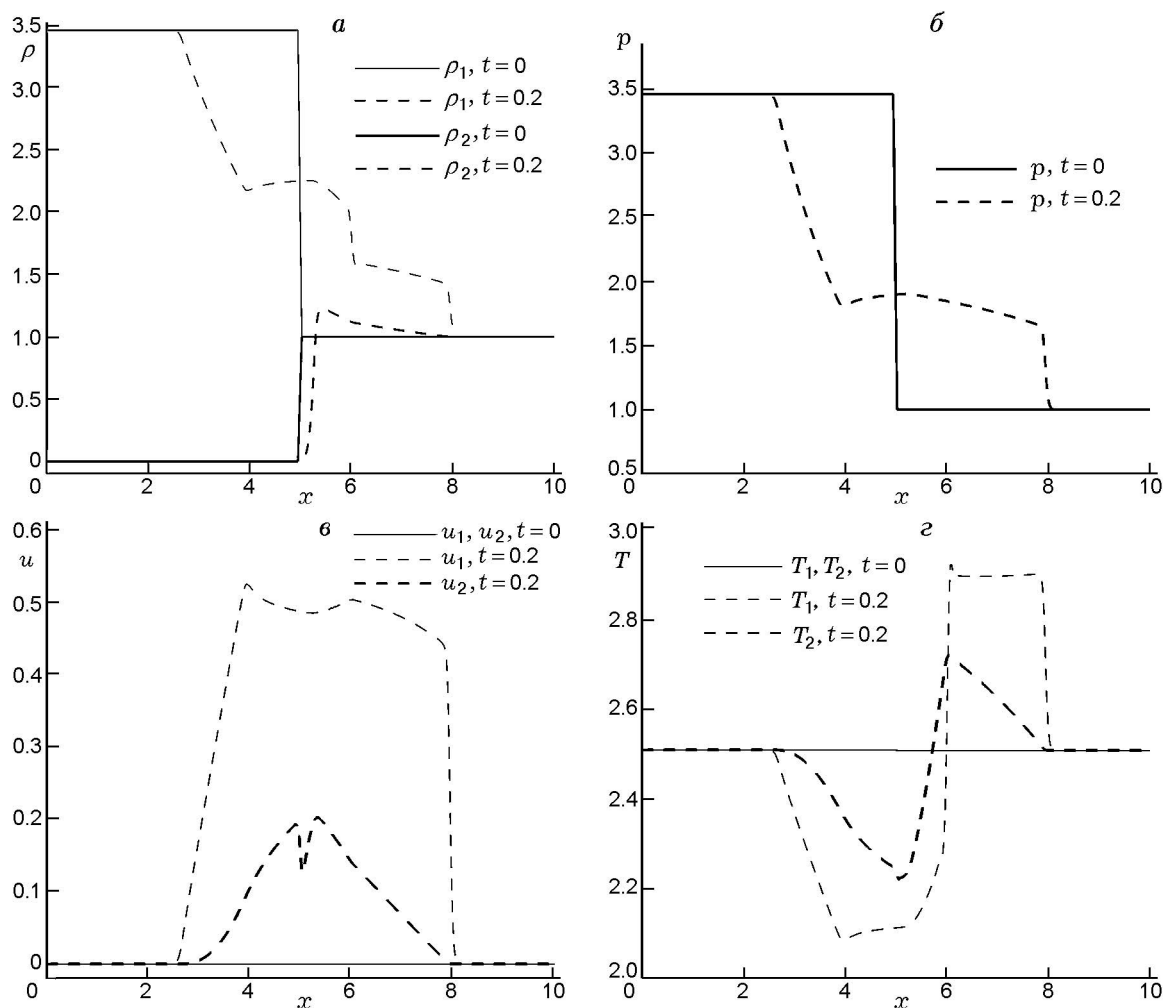


Рис. 11. Распределение плотности (а), давления (б), скорости (в) и температуры (г) фаз в задаче о распространении дисперсной ударной волны для двух моментов времени

момент времени он находится в точке  $x = 6.8$ . По распределению плотности дисперсной фазы можно также определить местоположение комбинированного разрыва, расположенного в точке  $x = 5.8$ .

В точке начального положения разрыва параметров наблюдается некоторое нефизическое колебание (аналогичное [12]) в распределении скорости твердой фазы (см. рис. 8, б), причиной возникновения которого является, вероятно, численная схема. Отметим, что на распределение других параметров это возмущение влияния не оказывает. Представленные нами расчеты проведены с учетом вязкости и теплопроводности газовой фазы. В отличие от расчета без учета вязкости здесь наблюдается некоторое размазывание ударной волны, контактного разрыва, волн разрежения. В целом же

влияние вязкости на картину течения не очень значительно, поэтому результаты этих расчетов не представлены.

На основе данной задачи продемонстрируем сходимость метода СР. Распределения плотностей фаз и давления при различных значениях шага по пространству приведены на рис. 10. Отношение шага по времени к шагу по пространству равнялось 0.2. Видно, что с увеличением числа узлов сетки решение в зоне разрывных фронтов сходится. При  $h = 0.025$  волновая картина имеет четкую структуру контактных и ударных разрывов, а также волн разрежения.

Второй тип ударных волн, возможный в механике гетерогенных сред, — это дисперсионные УВ. Начальные данные, определяющие течение в такой полностью дисперсной УВ,

Таблица 2

Область 1	Область 2
$p = 1$	$p = 3.46$
$\rho_1 = 1$	$\rho_1 = 3.46$
$\rho_2 = 1$	$\rho_2 = 10^{-6}$
$u_1 = 0$	$u_1 = 0$
$u_2 = 0$	$u_2 = 0$

приведены в табл. 2.

Физическая картина реализующегося при этом течения полностью аналогична предыдущей задаче о распаде разрыва (см. табл. 1). Отличие состоит лишь в форме фронта УВ, который в данном случае имеет непрерывный профиль, так как нет участка УВ с замороженными параметрами, где величины меняются скачком.

Результаты расчета этой задачи приведены на рис. 11. После распада разрыва в течении распространяется ударная волна с непрерывным профилем всех параметров, как это показано на рис. 11. На момент времени, изображенный на рисунке, положения контактного и комбинированного разрывов, как видно из рис 11, б, совпадают.

Сравнение результатов расчетов, проведенных в данной работе и в [12], показывают количественное соответствие полученных распределений параметров, за исключением возмущения в скорости твердой фазы в районе  $x \approx 88$ , которое, как видно на рис. 11, со временем исчезает.

## ВЫВОДЫ

- На основе метода SIP для расчета нестационарных течений двухскоростной двухтемпературной механики гетерогенных сред проведены расчеты структуры ударной волны в смеси вязкого теплопроводного газа и частиц и показана ее устойчивость относительно инфинитезимальных возмущений.

- Отмечена справедливость известных условий на замороженной и равновесной ударных волнах на основе сопоставления с экспериментальными данными.

- Показано качественное различие поведения температуры газа в зоне релаксации за передним фронтом ударной волны в зависимости от вида коэффициента сопротивления.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Федоров А. В., Фомин В. М., Хмель Т. А.** Гетерогенная детонация // Законы горения / ред. Ю. В. Полежаев. — М.: Энергоатомиздат, 2006. — С. 276–302.
2. **Нигматулин Р. И.** Основы механики гетерогенных сред. — М.: Наука, 1978.
3. **Rudinger G.** Effective drag coefficient for gas-particle mixture flow in shock tubes // Trans. ASME. J. Basic. Eng. D. — 1970. — V. 92. — P. 165–172.
4. **Бойко В. М., Киселев В. П., Киселев С. П., Папырин А. Н., Поплавский С. В., Фомин В. М.** О взаимодействии ударной волны с облаком частиц // Физика горения и взрыва. — 1996. — Т. 32, № 2. — С. 86–99.
5. **Федоров А. В., Шульгин А. В., Поплавский С. В.** О движении частицы за фронтом ударной волны // Физика горения и взрыва. — 2010. — Т. 46, № 2. — С. 101–110.
6. **Henderson Ch. B.** Drag coefficients of spheres in continuum and rarefied flows // AIAA J. — 1976. — V. 14, N 6. — P. 707–708.
7. **Yabe T.** A universal solver for hyperbolic equations for cubic-polynomial interpolation. I. One-dimensional solver // Computer Phys. Commun. — 1991. — V. 66. — P. 219–232.
8. **Федоров А. В., Федорченко И. А.** Расчет подъема пыли за скользящей вдоль слоя ударной волной. Верификация модели // Физика горения и взрыва. — 2005. — Т. 41, № 3. — С. 110–120.
9. **Казаков Ю. В., Федоров А. В., Фомин В. М.** Структура изотермических ударных волн в газовзвесах // Проблемы теории фильтрации и механика процессов повышения нефтеотдачи: сб. / под ред. П. Я. Кочиной, В. М. Ентова. — М.: Наука, 1987. — С. 108–115.
10. **Федоров А. В., Казаков Ю. В., Фомин В. М.** Расчет разлета сжатого объема газовзвеси // ПМТФ. — 1987. — № 5.
11. **Ota E., Tajima K., Morii H.** Experiments and analyses on shock waves propagating through a gas-particle mixture // Bull. JSME. — April, 1976. — V. 19, N 130.
12. **Saito T., Marumoto M., Takayama K.** Numerical investigation of shock waves in gas-particle mixtures // Shock Waves. — 2004. — V. 13. — P. 299–322.
13. **Федоров А. В., Хмель Т. А.** Математическое моделирование детонации алюминиевой пыли в кислороде с учетом скоростной неравномерности частиц // Физика горения и взрыва. — 1997. — Т. 33, № 6. — С. 80–91.

Поступила в редакцию 20/IX 2009 г.,  
в окончательном варианте — 24/II 2010 г.