

ВЛИЯНИЕ ВЯЗКОСТИ И ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ НА ВСПЛЫВАНИЕ ТЕРМИКА ПОД ДЕЙСТВИЕМ СИЛ ПЛАВУЧЕСТИ

Н. А. Кудряшов, В. М. Протокишин

(Москва)

Всплывание нагретой массы воздуха (термика) в атмосфере Земли под действием силы Архимеда является классической задачей [1]. В [2] рассматривалось движение вихревого кольца без учета его внутренней структуры, в этом приближении получены основные интегральные характеристики, описывающие эволюцию всплывающего облака. Движение нагретой массы воздуха в атмосфере Земли без учета процессов вязкости и теплопроводности проанализировано в [3]. В [4—7] конвективное движение термика исследовалось на основе численного решения двумерных уравнений Навье — Стокса при постоянных коэффициентах вязкости и теплопроводности. В данной работе показано влияние зависимости коэффициентов вязкости и теплопроводности от температуры на процесс всплывания облака нагретого газа под действием сил Архимеда.

Пусть в начальный момент времени на высоте H_0 в атмосфере Земли находится шаровая область D_0 радиуса R_0 нагретого газа до температуры $T_1 > T_0$ (T_0 — температура невозмущенного воздуха). Давление газа внутри шаровой области принимаем равным давлению в невозмущенной атмосфере на соответствующей высоте. Под действием силы Архимеда первоначально покоящийся нагретый газ будет всплывать, вовлекая в движение все новые слои атмосферы, при этом происходит конвективное и диффузионное перемешивание нагретого и холодного воздуха, выравнивание температуры и плотности газа вне и внутри возмущенной области [8, 9].

Движение воздуха при всплывании термика описывается полной системой уравнений Навье — Стокса для вязкого сжимаемого теплопроводного газа, которая в цилиндрической системе координат, записанная в матричной форме для безразмерных переменных, имеет вид

$$(1) \quad \frac{\partial f}{\partial t} + A f = F, \quad A = A_1 + A_2 + A_3 + A_4,$$

где $f = \begin{pmatrix} \rho \\ u \\ v \\ T \end{pmatrix}$ — вектор неизвестных переменных, а дифференциальные

матричные операторы A_i , на которые расщепляется оператор A , записываются в виде

$$A_1 = u \frac{\partial}{\partial x} E - \frac{1}{\text{Re } \rho} \frac{\partial}{\partial x} \mu \frac{\partial}{\partial x} B_1,$$

$$A_2 = v \frac{\partial}{\partial r} E - \frac{1}{\text{Re } \rho r} \frac{\partial}{\partial r} r \mu \frac{\partial}{\partial r} B_2,$$

$$A_3 = \begin{pmatrix} 0 & \rho \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ \frac{\gamma-1}{\gamma \rho} T \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{\partial}{\partial x} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (\gamma-1) T \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$A_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{\rho}{r} \frac{\partial}{\partial r} r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{T}{\rho} \frac{\partial}{\partial r} & 0 & 0 & \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{\partial}{\partial r} \\ 0 & 0 & \frac{\gamma-1}{\gamma} T \frac{\partial}{\partial r} & 0 \end{pmatrix},$$

где

$$E = \begin{pmatrix} 1 & & 0 \\ & 1 & \\ & & 1 \\ 0 & & & 1 \end{pmatrix}, \quad B_1 = \begin{pmatrix} 0 & & 0 \\ & 4/3 & \\ & & 1 \\ 0 & & & \frac{\gamma}{Pr} \end{pmatrix}, \quad B_2 = \begin{pmatrix} 0 & & 0 \\ & 1 & \\ & & 4/3 \\ 0 & & & \gamma/Pr \end{pmatrix}.$$

Компоненты вектора правых частей уравнения (1) $F = \begin{pmatrix} 0 \\ F_u \\ F_v \\ F_T \end{pmatrix}$, содержа-

щие смешанные производные и внешние силы в уравнениях движения и диссипативную функцию в уравнении для энергии, имеют вид

$$F_u = \frac{1}{Re \rho r} \left[\frac{\partial}{\partial r} r \mu \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x} \mu \frac{\partial r v}{\partial r} \right] - 1,$$

$$F_v = \frac{1}{Re \rho} \left[\frac{\partial}{\partial x} \mu \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial r} \mu \frac{\partial u}{\partial x} - 2v \left(\frac{\mu}{r^2} + \frac{1}{3} \frac{\partial \mu}{\partial r} \frac{1}{r} \right) \right],$$

$$F_T = \frac{2\gamma\mu}{Re \rho} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{v}{r} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 - \frac{1}{3} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial r v}{\partial r} \right)^2 \right].$$

Граничные условия для системы уравнений (1) на границе Γ расчетной области $D \supset D_0$ следующие:

$$(2) \quad \begin{aligned} u(x, r, t) = v(x, r, t) = 0, \quad \rho(x, r, t) = \rho_a(x), \\ T(x, r, t) = T_a(x), \quad (x, r) \in \Gamma, \quad r \neq 0, \\ \frac{\partial u}{\partial r} = \frac{\partial \rho}{\partial r} = \frac{\partial T}{\partial r} = v = 0, \quad r = 0. \end{aligned}$$

В начальный момент времени ($t = 0$) скорость, плотность и температура воздуха в расчетной области задаются в виде

$$(3) \quad \begin{aligned} u(x, r, t = 0) = v(x, r, t = 0) = 0, \quad \rho(x, r) \in D, \\ \rho(x, r, t = 0) = \begin{cases} \frac{\rho_a(x) T_a(x)}{T_1(x, r)}, & (x, r) \in D_0, \\ \rho_a(x), & (x, r) \in D \setminus D_0, \end{cases} \\ T(x, r, t = 0) = \begin{cases} T_1(x, r), & (x, r) \in D_0, \\ T_a(x), & (x, r) \in D \setminus D_0. \end{cases} \end{aligned}$$

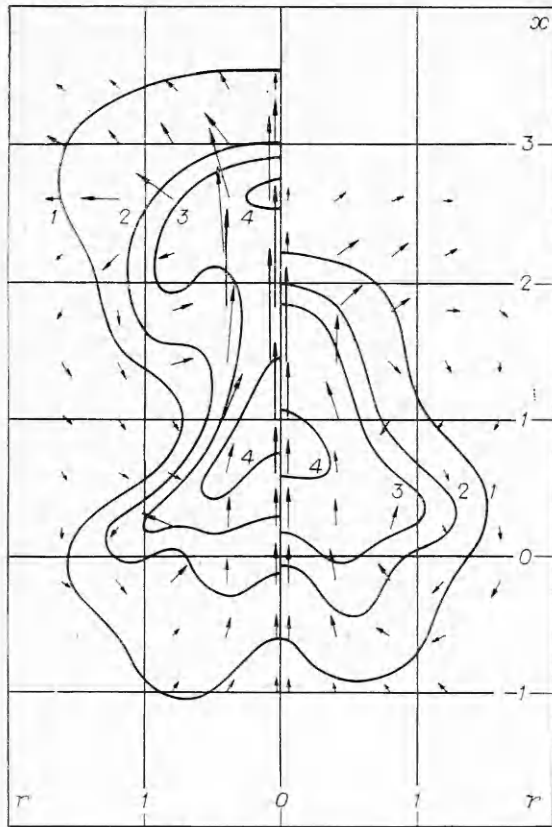
В задаче (1)–(3) введены безразмерные переменные и параметры по следующим формулам (штрихи в (1)–(3) опущены):

$$(4) \quad \begin{aligned} x' = (x - H_0) R_0^{-1}, \quad r' = r R_0^{-1}, \quad t' = t t_0^{-1}, \quad u' = u u_0^{-1}, \quad v' = v u_0^{-1}, \\ \rho' = \rho \rho_0^{-1}, \quad \mu' = \mu \mu_0^{-1}, \quad \lambda' = \lambda \lambda_0^{-1}, \quad T' = T u_0^{-2}, \\ t_0 = \sqrt{R_0/g}, \quad u_0 = \sqrt{R_0 g}, \quad Re = \frac{\rho_0 \sqrt{R_0 g} R_0}{\mu_0}, \quad Pr = \frac{c_p \mu_0}{\lambda_0}, \end{aligned}$$

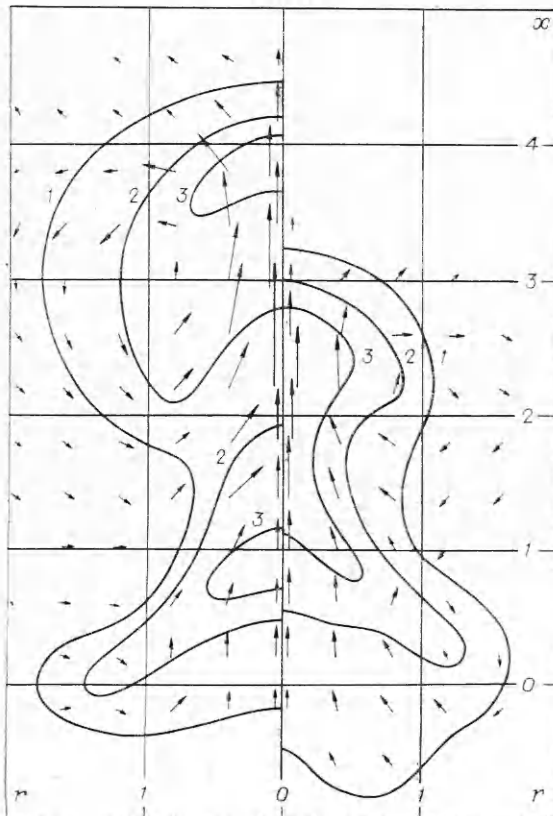
где x, r — координаты; t — время; ρ — плотность воздуха; u, v — вертикальная и радиальная составляющие скорости; μ, λ — коэффициенты вязкости и теплопроводности; T — температура; $\gamma = c_p/c_v$ — отношение теплоемкостей воздуха; индекс a относится к величинам в невозмущенной атмосфере, а 0 — к высоте H_0 .

Зависимость коэффициента динамической вязкости от температуры бралась в виде [10] $\mu = \mu_0 (T/T_0)^\omega$.

Задача (1)–(3) решалась численным методом расщепления по физическим процессам и пространственным направлениям [11]. Разностная схема строилась относительно изменений приращений сеточных функций



Фиг. 1



Фиг. 2

на соседних временных слоях в соответствии с рекомендациями, предложенными в [12].

При численном решении задачи (1) — (3) получены пространственно-временные зависимости полей плотности, компонент скорости и температуры для различных ω .

Как отмечено в [8], формирование вихревого кольца из шаровой области легкого газа в основном обусловлено не движением газа, составляющего термик, а течениями более плотных окружающих слоев воздуха. При этом, однако, приток невозмущенного в первоначальный момент времени атмосферного воздуха в область пониженного давления на следе всплывающего термика существенно зависит от средней скорости подъема массы нагретого газа. Величина средней скорости определяется разностью плотностей газа вне и внутри нагретой области, а также, как показали проведенные расчеты, зависит от величин коэффициентов вязкости и теплопроводности газа. При больших значениях вязкости силы трения между более нагретыми центральными слоями термика и менее нагретыми периферийными слоями термика препятствуют росту средней скорости всплывания облака. Вышеказанное иллюстрируется фиг. 1 и 2, где приведены изотермы и поле скоростей для моментов времени $t = 0,5$ и $0,75$ соответственно. В правой части фигур показаны изотермы и поле скоростей при $\omega = 0,7$, в левой — при $\omega = 0$. Изотермы соответствуют следующим температурам: кривая 1 — $1,05 T_0$, 2 — $2,0 T_0$, 3 — $3,0 T_0$, 4 — $5,0 T_0$. Направления и длины стрелок изображают направления и величины локальной скорости движе-

ния газа. Из фиг. 1, 2 видно, что, несмотря на качественное соответствие картин движения воздуха, имеют место существенные количественные отличия, обусловленные учетом зависимости коэффициентов вязкости и теплопроводности от температуры. Учет данной зависимости приводит к росту влияния на движение сил вязкости в области повышенной температуры газа и уменьшению скорости всплывания термика, при этом соответственно замедляется и процесс трансформации шарового объема, заполненного нагретым газом, в вихревое кольцо.

Проведенные расчеты свидетельствуют о существенном влиянии величины вязкости на процесс конвективного всплывания нагретой массы воздуха и на скорость образования кольцевого вихря. При численном моделировании конвективного движения масс нагретого воздуха необходим конкретный учет зависимости коэффициентов вязкости и теплопроводности среды от температуры.

Авторы благодарят участников семинара под руководством Е. Е. Ловецкого за полезные обсуждения работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Проблемы гидродинамики и их математические модели. М.: Наука, 1977.
2. Онуфриев А. Т. Теория движения вихревого кольца под действием силы тяжести. Подъем облака атомного взрыва. — ПМТФ, 1967, № 2.
3. Глаголева Ю. П., Жмайло В. А., Мальнаков В. Д. и др. Образование кольцевого вихря при всплывании легкого газа в тяжелом. — ЧММСС, 1978, т. 5, № 1.
4. Андрущенко В. А. Образование кольцевого вихря при подъеме нагретой массы воздуха в стратифицированной атмосфере. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1978, № 2.
5. Махвиладзе Г. М., Щербак С. Б. Численный расчет газодинамических процессов, сопровождающих горение конденсированных веществ. — ФГВ, 1981, № 4.
6. Махвиладзе Г. М., Николова И. П. Численное моделирование развития очага горения в закрытом сосуде в условиях естественной конвекции. — ФГВ, 1982, № 5.
7. Махвиладзе Г. М., Мелихов О. И. Движение облака нагретых частиц над горизонтальной поверхностью в поле внешней силы. — ПМТФ, 1983, № 5.
8. Заславский Б. И. О начальной стадии развития термика. — ПМТФ, 1982, № 6.
9. Заславский Б. И., Юрьев Б. В. Экспериментальное исследование процесса трансформации свободного шарообразного объема легкого газа в вихревое кольцо. — Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук, 1983, вып. 2, № 8.
10. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1978.
11. Ковеня В. М., Яненко Н. Н. Метод расщепления в задачах газовой динамики. Новосибирск: Наука, 1981.
12. Махвиладзе Г. И., Щербак С. Б. Численный метод исследования нестационарных пространственных движений сжимаемого газа. — ИФЖ, 1980, т. 38, № 3.

Поступила 30/III 1984 г.

УДК 532.526

ВЛИЯНИЕ СИЛ ПЛАВУЧЕСТИ В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ ВБЛИЗИ СВОБОДНОЙ ГРАНИЦЫ

В. А. Батищев

(Ростов-на-Дону)

В [1] построены формальные асимптотические разложения течений однородной жидкости со свободной границей при исчезающей вязкости. В данной работе построены главные члены асимптотики течения неоднородной несжимаемой жидкости и показано, что влияние сил плавучести приводит к передаче возмущений вверх по потоку и наличию колебаний профиля скорости в пограничном слое вблизи свободной границы.

Для уравнений Навье — Стокса при больших числах Рейнольдса рассматривается плоская стационарная задача о движении жидкости в области D , ограниченной свободной поверхностью Γ и непроницаемой стенкой S . Предполагается, что жидкость несжимаема, стратифицирована по плотности и диффузия плотности в ней отсутствует. Для рассматриваемой