УДК 532.5

ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕНОСА ВЕЩЕСТВА И ТЕПЛА В ПОТОКЕ ЖИДКОСТИ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА ПРИ ОБТЕКАНИИ ОСЦИЛЛИРУЮЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ

А. Али, С. Саба, С. Асхар*, Д. Н. Хан**

Институт информационных технологий COMSAT, 43600 Атток, Пакистан
* Институт информационных технологий COMSAT, 44000 Исламабад, Пакистан
** Колледж Исламского университета, 25000 Пешавар, Пакистан
E-mails: aamir_ali@ciit-attock.edu.pk, surayyasaba142@gmail.com, sasghar@comsats.edu.pk, dinawazkhan@icp.edu.pk

Представлены результаты исследования переноса тепла и массы при обтекании осциллирующей вертикальной пористой пластины потоком проводящей жидкости третьего порядка при наличии химических реакций. С использованием многопараметрического метода возмущений решаются нелинейные уравнения, описывающие течение жидкости третьего порядка. Проводится сравнение решений, полученных этим методом, с численными решениями, полученными методом параллельной пристрелки. Исследованы зависимости скорости потока, температуры и концентрации вещества от числа Гартмана, параметра всасывания, чисел Прандтля и Шмидта, а также от параметра химической реакции.

Ключевые слова: несжимаемая жидкость, перенос тепла и массы, жидкость третьего порядка, магнитное поле, химическая реакция, пористая пластина.

DOI: 10.15372/PMTF20170604

Введение. Интерес к исследованию задач о течении неньютоновских жидкостей обусловлен тем, что такие жидкости используются в различных отраслях промышленности и технологических процессах (производство полимеров, добыча и переработка нефти, производство волокон, бумаги и т. д.).

Уравнения, описывающие течения неньютоновских жидкостей, являются нелинейными, поэтому математический анализ этих уравнений [1, 2] и их численное решение [3] являются очень сложными задачами.

В последнее время особое внимание уделяется исследованию неньютоновских жидкостей, описываемых моделями Ривлина — Эриксена [4]. Термодинамика и устойчивость движения таких жидкостей изучались в работе [5]. В [6] исследован пульсирующий поток жидкости третьего порядка вблизи бесконечной неподвижной пластины с переменным параметром всасывания, с использованием метода возмущений построено аналитическое решение задачи. Течение жидкостей третьего порядка с различной геометрией потока изучалось во многих работах (см. работы [7–11] и библиографию к ним).

Перенос тепла и массы в потоке возникает вследствие наличия градиента температуры или градиента концентрации вещества либо вследствие наличия обоих градиентов.

Результаты исследований переноса тепла и массы в потоках с различной геометрией содержатся в [12–15].

В данной работе обобщаются результаты работы [11]. Изучается смешанная конвекция тепла и массы в осциллирующем потоке несжимаемой жидкости третьего порядка вблизи неравномерно нагретой вертикальной пористой пластины при постоянном параметре всасывания и при наличии поперечного магнитного поля. Основными уравнениями задачи являются уравнения Навье — Стокса, уравнение теплопроводности и уравнение переноса вещества. Эти уравнения сводятся к системе обыкновенных дифференциальных уравнений, которые затем решаются аналитически с использованием метода возмущений и численно с помощью метода параллельной пристрелки.

Формулировка задачи. Рассматривается неустановившаяся смешанная конвекция в потоке проводящей жидкости третьего порядка вблизи бесконечной вертикальной пористой пластины. Изучается перенос тепла и массы при наличии поперечного магнитного поля и всасывания жидкости пластиной с постоянной скоростью V_0. Температура и концентрация вещества осциллируют по закону $u_0\varepsilon\,\mathrm{e}^{i\omega t}$ (ε — малый параметр; ω — частота осцилляций). Используется прямоугольная система координат. Ось x направлена вдоль пластины, ось y — по нормали к ней.

Система дифференциальных уравнений записывается в виде

$$\nabla^*\cdot\boldsymbol{V}^*=0,$$
$$\rho\,\frac{d\boldsymbol{V}^*}{dt^*}=\nabla^*\cdot S^*+\boldsymbol{J}^*\times\boldsymbol{B}^*-\rho\beta_T g(T^*-T^*_\infty)-\rho\beta_c g(C^*-C^*_\infty), \tag{1}$$
$$\rho c_p\,\frac{dT^*}{dt^*}=k\nabla^2T^*,\qquad \frac{dC^*}{dt^*}=D\nabla^2C^*-KC^*,$$

где $\boldsymbol{V}^*$ — скорость жидкости; ρ — плотность жидкости; d/dt^* — материальная производная по времени; S^* — тензор напряжений Коши в жидкости третьего порядка; $\boldsymbol{J}^*$ — плотность тока; $\boldsymbol{B}^*$ — вектор магнитного поля; g — ускорение свободного падения; T^* — температура; C^* — концентрация вещества; T_∞, C_∞ — температура и концентрация вещества в окружающей жидкости соответственно; c_p — удельная теплоемкость; k — теплопроводность материала пластины; D — коэффициент диффузии; индекс “$*$” соответствует размерным величинам. Предполагается, что вектор скорости имеет вид

$$\boldsymbol{V}^*=[u^*(y^*,t^*),-V_0,0]. \tag{2}$$

Тензор напряжений Коши S^* в жидкости третьего порядка определяется следующим образом:

$$S^*=-pI+\mu A_1^*+\alpha_1A_2^*+\alpha_2A_1^{*2}+\beta_1A_3^*+\beta_2(A_1^*A_2^*+A_2^*A_1^*)+\beta_3(\operatorname{tr}A_1^{*2})A_1.$$

Здесь

$$A_1^*=(\nabla^*\cdot\boldsymbol{V}^*)+(\nabla^*\cdot\boldsymbol{V}^*)^{\mathrm{т}},$$
$$A_i^*=\frac{dA_{i-1}^*}{dt^*}+A_{i-1}^*(\nabla^*\cdot\boldsymbol{V}^*)+(\nabla^*\cdot\boldsymbol{V}^*)^{\mathrm{т}}A_{i-1}^*,\qquad i=1,2,3,$$

α_1, α_2, β_1, β_2, β_3 — материальные константы; A_1^*, A_2^*, A_3^* — тензоры Ривлина — Эриксона. В соответствии с законами термодинамики должны выполняться условия [9]

$$\mu\geqslant0,\quad \alpha_1\geqslant0,\quad \beta_1=\beta_2=0,\quad \beta_3\geqslant0,\quad |\alpha_1+\alpha_2|\leqslant\sqrt{24\mu\beta_3}\,.$$

С учетом этих условий тензор напряжений Коши в жидкости третьего порядка можно представить в виде

$$S^*=-pI+\mu A_1^*+\alpha_1A_2^*+\alpha_2A_1^{*2}+\beta_3(\operatorname{tr}A_1^{*2})A_1.$$

С учетом (2) слагаемое $\boldsymbol{J}^* \times \boldsymbol{B}^*$ в уравнении движения в (1) записывается следующим образом:

$$\boldsymbol{J}^* \times \boldsymbol{B}^* = -\sigma B_0^2 u^* \hat{x}.$$

Таким образом, уравнения (1) в приближении Буссинеска имеют следующий вид:

$$\begin{gathered}
\rho\Big(\frac{\partial u^*}{\partial t^*} - V_0\,\frac{\partial u^*}{\partial y^*}\Big) = \mu\,\frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} + \alpha_1\Big(\frac{\partial^3 u^*}{\partial y^{*2}\,\partial t^*} - V_0\,\frac{\partial^3 u^*}{\partial y^{*3}}\Big) + 6\beta_3\Big(\frac{\partial u^*}{\partial y^*}\Big)^2\frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} - \\
- \sigma B_0^2 u^* + \rho\beta_0 g(T^* - T^*_\infty) + \rho\beta_c g(C^* - C^*_\infty), \\
\rho c_p\Big(\frac{\partial T^*}{\partial t^*} - V_0\,\frac{\partial T^*}{\partial y^*}\Big) = k\,\frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}}, \\
\Big(\frac{\partial C^*}{\partial t^*} - V_0\,\frac{\partial C^*}{\partial y^*}\Big) = D\,\frac{\partial^2 C^*}{\partial y^{*2}} - KC^*.
\end{gathered} \tag{3}$$

Для системы (3) ставятся краевые условия

$$\begin{aligned}
y^* = 0, \quad t^* > 0: \qquad & u^* = u_0\varepsilon\,\mathrm{e}^{i\omega^* t^*}, \quad T^* = T^*_w + \varepsilon(T^*_w - T^*_\infty)\,\mathrm{e}^{i\omega^* t^*}, \\
& C^* = C^*_w + \varepsilon(C^*_w - C^*_\infty)\,\mathrm{e}^{i\omega^* t^*}, \\
y^* \to \infty: \qquad & u^* \to 0, \quad T^* \to T^*_\infty, \quad C^* \to C^*_\infty.
\end{aligned} \tag{4}$$

Введем следующие безразмерные переменные:

$$u = \frac{u^*}{u_0}, \quad \theta = \frac{T^* - T^*_\infty}{T^*_\omega - T^*_\infty}, \quad \varphi = \frac{C^* - C^*_\infty}{C^*_\omega - C^*_\infty}, \quad \eta = \frac{y^* u_0}{\nu}, \quad t = \frac{t^* u_0^2}{\nu}, \quad \omega = \frac{\omega^*\nu}{u_0^2}. \tag{5}$$

В безразмерных переменных (5) уравнения (3) записываются в виде

$$\begin{gathered}
\frac{\partial u}{\partial t} - S\,\frac{\partial u}{\partial \eta} = \frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2} + \alpha\Big(\frac{\partial^3 u}{\partial \eta^2\,\partial t} - S\,\frac{\partial^3 u}{\partial \eta^3}\Big) + 6\beta\Big(\frac{\partial u}{\partial \eta}\Big)^2\frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2} - \mathrm{Ha}\,u + \mathrm{Gr}\,\theta + \mathrm{Gr}_m\,\varphi, \\
\frac{\partial \theta}{\partial t} - S\,\frac{\partial \theta}{\partial \eta} = \frac{1}{\mathrm{Pr}}\,\frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2}, \\
\frac{\partial \varphi}{\partial t} - S\,\frac{\partial \varphi}{\partial \eta} = \frac{1}{\mathrm{Sc}}\,\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \eta^2} - \gamma\varphi,
\end{gathered} \tag{6}$$

краевые условия (4) — в виде

$$\begin{aligned}
\eta = 0, \quad t > 0: \qquad & u = \varepsilon\,\mathrm{e}^{i\omega t}, \quad \theta = 1 + \varepsilon\,\mathrm{e}^{i\omega t}, \quad \varphi = 1 + \varepsilon\,\mathrm{e}^{i\omega t}, \\
\eta \to \infty: \qquad & u \to 0, \quad \theta \to 0, \quad \varphi \to 0.
\end{aligned} \tag{7}$$

В уравнениях (6) α, β — параметры второго и третьего порядка соответственно; Ha — число Гартмана; Pr — число Прандтля; Sc — число Шмидта; S — параметр всасывания; Gr — число Грасгофа теплопереноса; Gr_m — число Грасгофа массопереноса; γ — параметр химической реакции ($\gamma > 0$ соответствует реакции разложения, $\gamma < 0$ — реакции восстановления):

$$\alpha = \frac{\alpha_1 u_0^2}{\rho\nu^2}, \quad \beta = \frac{\beta_3 u_0^4}{\rho\nu^3}, \quad \mathrm{Ha} = \frac{\sigma B_0^2\nu}{\rho u_0^2}, \quad \mathrm{Pr} = \frac{\rho\nu c_p}{k}, \quad \mathrm{Sc} = \frac{\rho\nu}{D}, \quad S = \frac{V_0}{u_0},$$

$$\mathrm{Gr} = \frac{g\beta_0\nu(T_\omega - T_\infty)}{u_0^3}, \quad \mathrm{Gr}_m = \frac{g\beta_c\nu(C_\omega - C_\infty)}{u_0^3}, \quad \gamma = \frac{\nu K}{u_0^2}.$$

Метод решения. Предположим, что уравнения (6) имеют осциллирующие решения следующего вида:

$$u(\eta,t)=f_1(\eta)+\varepsilon f_2(\eta)\,\mathrm{e}^{i\omega t},\qquad \theta(\eta,t)=h_1(\eta)+\varepsilon h_2(\eta)\,\mathrm{e}^{i\omega t},$$
$$\varphi(\eta,t)=h_3(\eta)+\varepsilon h_4(\eta)\,\mathrm{e}^{i\omega t}. \tag{8}$$

Подставляя (8) в уравнения (6) и краевые условия (7), получаем уравнения для стационарных составляющих решения

$$\alpha S f_1''' - f_1'' - S f_1' - 6\beta f_1'^2 f_1'' + \mathrm{Ha}\, f_1 - \mathrm{Gr}\, h_1 - \mathrm{Gr}_m\, h_3 = 0; \tag{9}$$

$$\frac{1}{\mathrm{Pr}}\, h_1'' + S h_1' = 0,\qquad \frac{1}{\mathrm{Sc}}\, h_3'' + S h_3' - \gamma h_3 = 0 \tag{10}$$

с граничными условиями

$$\eta=0:\qquad f_1=0,\quad h_1=1,\quad h_3=1,$$
$$\eta\to\infty:\qquad f_1\to 0,\quad h_1\to 0,\quad h_3\to 0. \tag{11}$$

Для нестационарных составляющих решений имеем уравнения

$$\alpha S f_2''' - (1+\alpha i\omega) f_2'' - S f_2' - 6\beta f_1'(f_1' f_2'' + 2 f_1'' f_2') +$$
$$+ (i\omega + \mathrm{Ha}) f_2 - \mathrm{Gr}\, h_2 - \mathrm{Gr}_m\, h_4 = 0; \tag{12}$$

$$\frac{1}{\mathrm{Pr}}\, h_2'' + S h_2' - i\omega h_2 = 0,\qquad \frac{1}{\mathrm{Sc}}\, h_4'' + S h_4' - (i\omega+\gamma) h_4 = 0 \tag{13}$$

с краевыми условиями

$$\eta=0:\qquad f_2=1,\quad h_2=1,\quad h_4=1,$$
$$\eta\to\infty:\qquad f_2\to 0,\quad h_2\to 0,\quad h_4\to 0. \tag{14}$$

Точные решения уравнений (10), (13) с краевыми условиями (11), (14) записываются в виде

$$h_1(\eta)=\mathrm{e}^{-S\,\mathrm{Pr}\,\eta},\quad h_2(\eta)=\mathrm{e}^{-P_1\eta},\quad h_3(\eta)=\mathrm{e}^{-P_2\eta},\quad h_4(\eta)=\mathrm{e}^{-P_3\eta},$$

где

$$P_1=[S\,\mathrm{Pr}+\sqrt{(S\,\mathrm{Pr})^2+4i\omega\,\mathrm{Pr}}\,]/2,\qquad P_2=[S\,\mathrm{Sc}+\sqrt{(S\,\mathrm{Sc})^2+4\gamma\,\mathrm{Sc}}\,]/2,$$
$$P_3=[S\,\mathrm{Sc}+\sqrt{(S\,\mathrm{Sc})^2+4(i\omega+\gamma)\,\mathrm{Sc}}\,]/2.$$

В выражениях для скорости параметры α, β полагаются малыми. Функции $f_1(\eta)$ и $f_2(\eta)$ представим в следующем виде:

$$f_1(\eta)=f_{100}+\alpha f_{101}+\beta f_{111}+O(\alpha\beta)+O(\alpha^2)+O(\beta^2),$$
$$f_2(\eta)=f_{200}+\alpha f_{201}+\beta f_{211}+O(\alpha\beta)+O(\alpha^2)+O(\beta^2). \tag{15}$$

Подставляя (15) в уравнения (9), (12), для функции f_1 получаем систему уравнений

$$f_{100}'' + S f_{100}' - \mathrm{Ha}\, f_{100} + \mathrm{Gr}\, h_1 + \mathrm{Gr}_m\, h_3 = 0,$$
$$f_{101}'' + S f_{101}' - \mathrm{Ha}\, f_{101} = S f_{100}''',\qquad f_{111}'' + S f_{111}' - \mathrm{Ha}\, f_{111} = -6(f_{100}')^2 f_{100}'' \tag{16}$$

с краевыми условиями

$$\eta=0:\quad f_{100}=f_{101}=f_{111}=0,\qquad \lim_{\eta\to\infty} f_{100}=\lim_{\eta\to\infty} f_{101}=\lim_{\eta\to\infty} f_{111}=0, \tag{17}$$

для функции f_2 — систему уравнений

$$\begin{gathered} f_{200}'' + Sf_{200}' - (i\omega + \mathrm{Ha})f_{200} + \mathrm{Gr}\, h_2 + \mathrm{Gr}_m\, h_4 = 0, \\ f_{201}'' + Sf_{201}' - (i\omega + \mathrm{Ha})f_{201} = Sf_{200}''' - i\omega f_{200}'', \\ f_{211}'' + Sf_{211}' - (i\omega + \mathrm{Ha})f_{211} = -6f_{100}'(f_{100}'f_{200}'' + 2f_{100}''f_{200}') \end{gathered} \tag{18}$$

с краевыми условиями

$$\eta = 0: \quad f_{200} = 1, \quad f_{201} = f_{211} = 0, \qquad \lim_{\eta\to\infty} f_{200} = \lim_{\eta\to\infty} f_{201} = \lim_{\eta\to\infty} f_{211} = 0. \tag{19}$$

Для дифференциальных уравнений (16), (18) с краевыми условиями (17), (19) можно записать точные решения и, следовательно, получить аналитические выражения для скорости.

Результаты исследования и их обсуждение. На рис. 1–8 приведены зависимости действительных частей скорости, температуры и концентрации от координаты η при $t = \pi/(2\omega)$, $\varepsilon = 0{,}1$, $\omega = 2{,}5$.

На рис. 1 приведены зависимости $\mathrm{Re}\,(u(\eta))$ при различных значениях параметра α, построенные с использованием аналитического и численного решений. Видно, что с увеличением параметра α скорость уменьшается. При больших значениях параметра α влияние интенсивности всасывания на скорость становится более существенным, вследствие чего возникает обратное течение.

На рис. 2 приведены зависимости $\mathrm{Re}\,(u(\eta))$ при различных значениях параметра β, построенные с использованием аналитического и численного решений. Из приведенных зависимостей следует, что с увеличением параметра β скорость уменьшается. Однако при $\eta > 0{,}6$ параметр β оказывает незначительное влияние на скорость.

На рис. 3, 4 соответственно приведены зависимости $\mathrm{Re}\,(u(\eta))$ при различных значениях чисел Прандтля и Грасгофа. Видно, что с увеличением числа Прандтля скорость уменьшается. От числа Прандтля существенно зависит интенсивность теплопереноса,

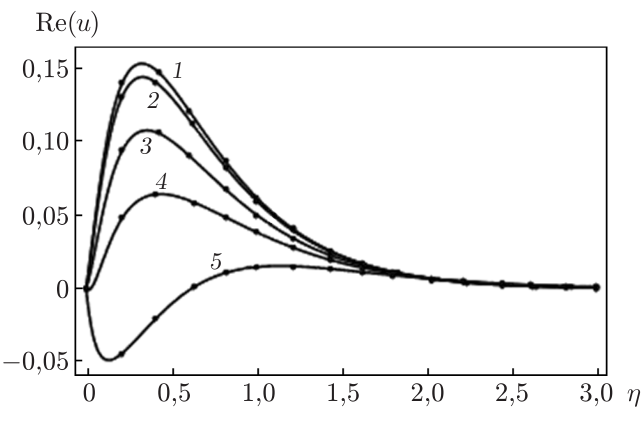

Рис. 1

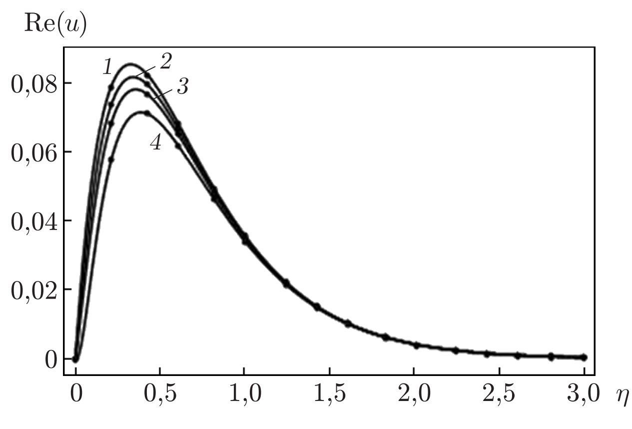

Рис. 2

Рис. 1. Зависимость $\mathrm{Re}\,(u(\eta))$ при $\mathrm{Gr} = 6$, $\mathrm{Gr}_m = 4$, $\beta = 0{,}1$, $\mathrm{Ha} = 3$, $\mathrm{Pr} = 7$, $\mathrm{Sc} = 3$, $S = \gamma = 1$ и различных значениях параметра α:
точки — численное решение, линии — аналитическое решение; *1* — $\alpha = 0$, *2* — $\alpha = 0{,}01$, *3* — $\alpha = 0{,}05$, *4* — $\alpha = 0{,}10$, *5* — $\alpha = 0{,}20$

Рис. 2. Зависимость $\mathrm{Re}\,(u(\eta))$ при $\mathrm{Gr} = 2$, $\mathrm{Gr}_m = 4$, $\alpha = 0{,}05$, $\mathrm{Ha} = 4$, $\mathrm{Pr} = 8$, $\mathrm{Sc} = 3$, $S = \gamma = 1$ и различных значениях параметра β:
точки — численное решение, линии — аналитическое решение; *1* — $\beta = 0$, *2* — $\beta = 0{,}1$, *3* — $\beta = 0{,}2$, *4* — $\beta = 0{,}4$

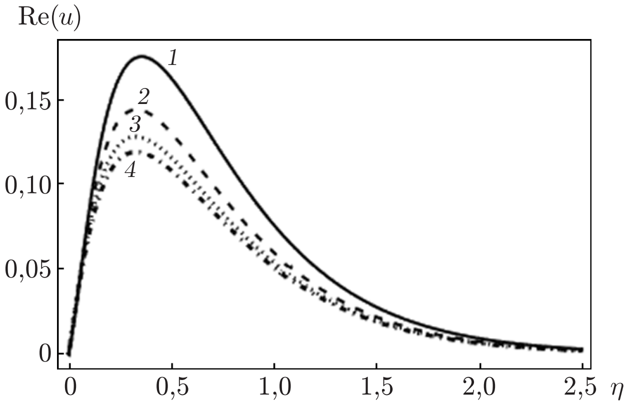

Рис. 3

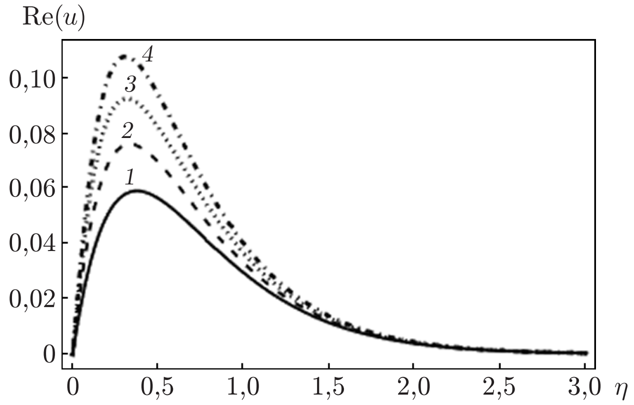

Рис. 4

Рис. 3. Зависимость $\mathrm{Re}\,(u(\eta))$ при $\mathrm{Gr} = 6$, $\mathrm{Gr}_m = 4$, $\beta = 0{,}1$, $\mathrm{Ha} = 3$, $\mathrm{Pr} = 7$, $\mathrm{Sc} = 3$, $S = 1$ и различных значениях числа Прандтля:
1 — $\mathrm{Pr} = 5$, *2* — $\mathrm{Pr} = 7$, *3* — $\mathrm{Pr} = 9$, *4* — $\mathrm{Pr} = 11$

Рис. 4. Зависимость $\mathrm{Re}\,(u(\eta))$ при $\mathrm{Gr}_m = 4$, $\alpha = 0{,}01$, $\beta = 0{,}1$, $\mathrm{Ha} = 4$, $\mathrm{Pr} = 3$, $\mathrm{Sc} = 2$, $S = 1$ и различных значениях числа Грасгофа:
1 — $\mathrm{Gr} = 0$, *2* — $\mathrm{Gr} = 2$, *3* — $\mathrm{Gr} = 4$, *4* — $\mathrm{Gr} = 6$

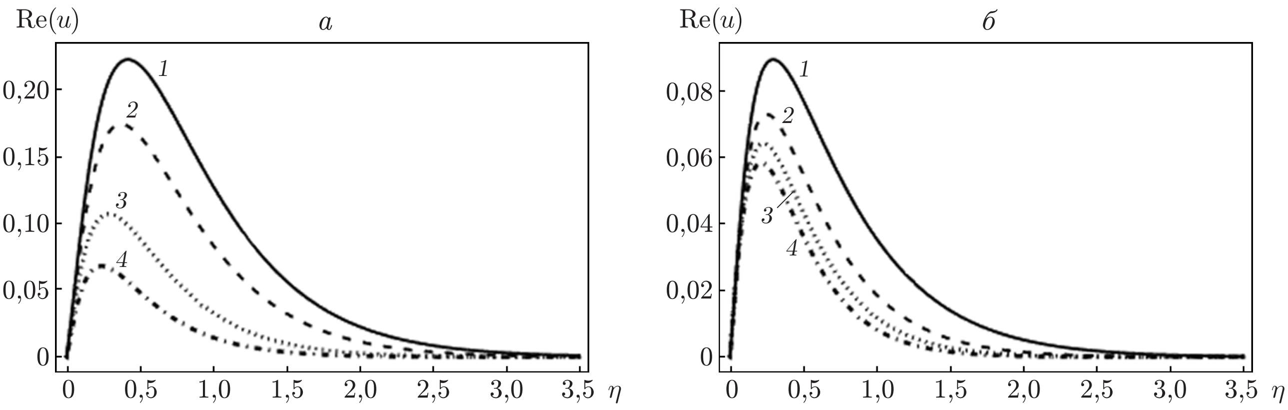

Рис. 5. Зависимости скорости от координаты η при $\mathrm{Gr} = 3$, $\mathrm{Gr}_m = 5$, $\alpha = 0{,}01$, $\beta = 0{,}1$, $\mathrm{Pr} = 3$, $\mathrm{Sc} = 4$ и различных значениях параметра всасывания S и числа Гартмана Ha:
а — $\mathrm{Ha} = 3$ (*1* — $S = 0{,}8$, *2* — $S = 1{,}0$, *3* — $S = 1{,}5$, *4* — $S = 2{,}0$), *б* — $S = 2$ (*1* — $\mathrm{Ha} = 0$, *2* — $\mathrm{Ha} = 2$, *3* — $\mathrm{Ha} = 4$, *4* — $\mathrm{Ha} = 6$)

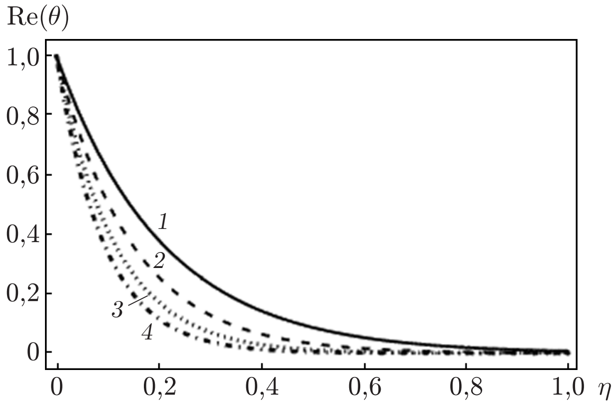

Рис. 6

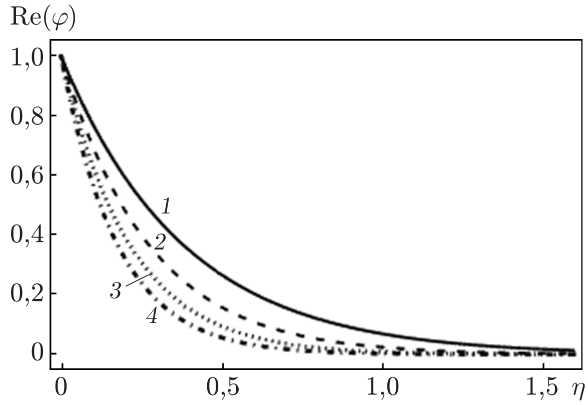

Рис. 7

Рис. 6. Зависимость температуры от координаты η при $t = \pi/(2\omega)$, $\omega = 2{,}5$, $\varepsilon = 0{,}1$, $S = 1$, $\gamma = 1$ и различных значениях числа Прандтля:
1 — $\mathrm{Pr} = 5$, *2* — $\mathrm{Pr} = 7$, *3* — $\mathrm{Pr} = 9$, *4* — $\mathrm{Pr} = 11$

Рис. 7. Зависимость концентрации от координаты η при $t = \pi/(2\omega)$, $\omega = 2{,}5$, $\varepsilon = 0{,}1$, $S = 1$, $\gamma = 1$ и различных значениях числа Шмидта:
1 — $\mathrm{Sc} = 2$, *2* — $\mathrm{Sc} = 3$, *3* — $\mathrm{Sc} = 4$, *4* — $\mathrm{Sc} = 5$

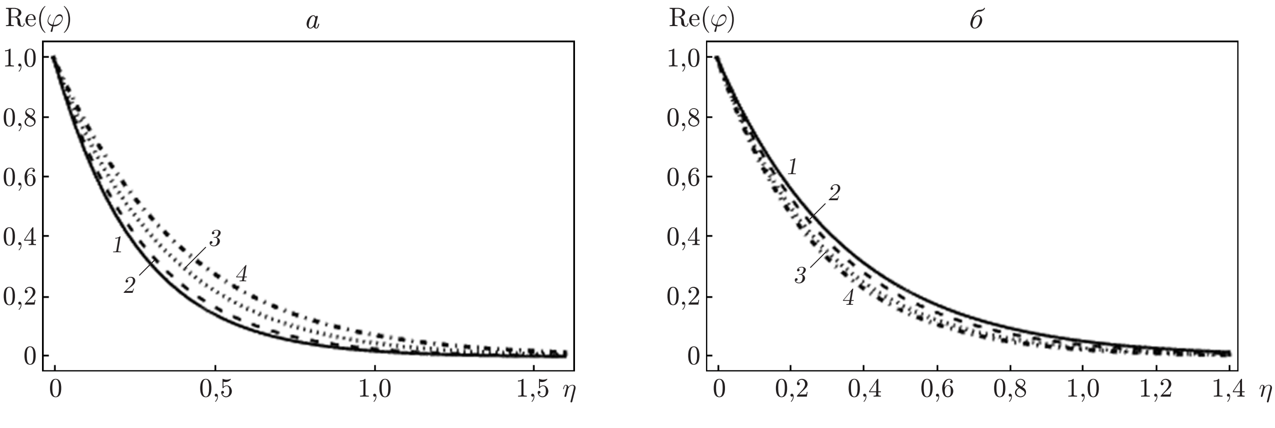

Рис. 8. Зависимость концентрации от координаты η при $t = \pi/(2\omega)$, $\omega = 2{,}5$, $\varepsilon = 0{,}1$, $S = 1$ и различных значениях параметра химической реакции γ:
а — $\mathrm{Sc} = 4$, $\gamma \leqslant 0$ (*1* — $\gamma = 0$, *2* — $\gamma = -0{,}3$, *3* — $\gamma = -0{,}7$, *4* — $\gamma = -1{,}0$), *б* — $\mathrm{Sc} = 3$, $\gamma \geqslant 0$ (*1* — $\gamma = 0$, *2* — $\gamma = 0{,}3$, *3* — $\gamma = 0{,}7$, *4* — $\gamma = 1{,}0$)

а также толщина гидродинамического и теплового пограничных слоев. С увеличением числа Прандтля увеличивается кинематическая вязкость, вследствие чего уменьшается скорость. С увеличением числа Грасгофа скорость жидкости увеличивается.

На рис. 5 приведены зависимости скорости от координаты η при различных значениях параметра всасывания S и числа Гартмана На. Видно, что с увеличением параметра S скорость и толщина пограничного слоя уменьшаются, с увеличением числа Гартмана На скорость также уменьшается.

На рис. 6 приведена зависимость температуры от координаты η при различных значениях числа Прандтля Pr. С увеличением числа Прандтля температура уменьшается. Это объясняется тем, что увеличение числа Прандтля эквивалентно уменьшению теплопроводности, от которой зависит скорость переноса тепла.

На рис. 7 приведена зависимость концентрации от координаты η при различных значениях числа Шмидта Sc. Концентрация уменьшается с увеличением числа Шмидта Sc. Число Шмидта представляет собой отношение параметра, характеризующего диффузию количества движения, к коэффициенту диффузии вещества и описывает диффузию вещества, аналогично тому как число Прандтля описывает диффузию тепла.

На рис. 8 показана зависимость концентрации от координаты η при различных значениях параметра химической реакции γ. Концентрация жидкости увеличивается с увеличением γ в случае реакций восстановления и уменьшается в случае реакций разложения. При этом влияние параметра γ на концентрацию в случае реакций восстановления больше, чем в случае реакций разложения. При наличии реакций разложения толщина пограничного слоя уменьшается.

Заключение. В работе приведены результаты исследования смешанной конвекции в потоке жидкости третьего порядка вблизи осциллирующей вертикальной пористой пластины при наличии поперечного магнитного поля. С использованием многопараметрического метода возмущений построено аналитическое решение задачи. Проведено сравнение аналитического и численного решений.

Получены следующие основные результаты. С увеличением параметров α, β скорость уменьшается. При больших значениях параметра α возникает обратное течение. Скорость увеличивается с увеличением числа Грасгофа Gr и уменьшается с увеличением числа Прандтля Pr, параметра всасывания S и числа Гартмана На. С увеличением чисел Прандтля Pr и Шмидта Sc температура и концентрация уменьшаются. При наличии реакции восстановления концентрация вещества увеличивается, при наличии реакции разложения — уменьшается.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Larson R. G.** The structure and rheology of complex fluids. N. Y.; Oxford: Oxford Univ. Press, 1999.
2. **Constantin P.** Remarks on complex fluid models // Mathematical aspects of fluid mechanics. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2012. V. 402. P. 70–87.
3. **Renardy M.** Mathematical analysis of viscoelastic flows. Philadelphia: SIAM, 2000. (CBMS-NSF Region. conf. ser. appl. math.; V. 73).
4. **Numerical** methods for non-Newtonian fluids / Ed. by R. Glowinski, J. Xu. Oxford: Elsevier, 2011. (Handbook of numerical analysis; V. 16).
5. **Fosdick K. L., Rajagopal K. R.** Thermodynamics and stability of fluids of third grade // Proc. Roy. Soc. London. Ser. A. 1980. V. 369. P. 351–377.
6. **Hayat T., Nadeem S., Pudasaini S. P., Asghar S.** Fluctuating flow of a third order fluid past an infinite plate with variable suction // Arch. Mech. 2003. V. 55, N 3. P. 305–324.

7. **Rajagopal K. R., Na T. Y.** On stokes problem for a non-Newtonian fluid // Acta Mech. 1983. V. 48, N 3. P. 233–239.
8. **Siddiqui A. M., Kaloni P. N.** Plane steady flows of a third grade fluid // Intern. J. Engng Sci. 1987. V. 25, N 2. P. 171–188.
9. **Akylidiz F. T.** A note on the flow of a non-Newtonian fluid film // Intern. J. Non-linear Mech. 1988. V. 33, N 6. P. 1061–1067.
10. **Abbasbandy S., Hayat T., Ellahi R., Asghar S.** Numerical results of a flow in a third grade fluid between two porous walls // Z. Naturforsch. 2009. Bd 64. S. 59–64.
11. **Hayat T., Shafiq A., Alsaedi A.** MHD axisymmetric flow of a third grade fluid by a stretching cylinder // Alexandria Engng J. 2015. V. 54, N 2. P. 205–212.
12. **Hossain M. A., Mondal A. C.** Effects of mass transfer and free convection on the unsteady MHD flow past a vertical porous plate with constant suction // Intern. J. Energy Res. 1986. V. 10, N 4. P. 409–416.
13. **Baoku I. G., Olajuwon B. I., Mustapha A. O.** Heat and mass transfer on a MHD third grade fluid with partial slip flow past an infinite vertical insulated porous plate in a porous medium // Intern. J. Heat Fluid Flow. 2013. V. 40. P. 81–88.
14. **Abbasi F. M., Alsaedi A., Hayat T.** Mixed convective heat and mass transfer analysis for peristaltic transport in an asymmetric channel with Soret and Dufour effects // J. Central South Univ. 2014. V. 21, N 12. P. 4585–4591.
15. **Rosca A. V., Rosca N. C., Pop I.** Mixed convection heat and mass transfer from a vertical surface embedded in a porous medium // Trans. Porous Media. 2015. V. 109, N 2. P. 279–295.

Поступила в редакцию 18/VIII 2016 г.,
в окончательном варианте — 14/XI 2016 г.