

УДК 539.3

МОДЕЛЬ СКАЧКООБРАЗНОГО ПРОДВИЖЕНИЯ ВЕРШИНЫ ТРЕЩИНЫ ГИДРОРАЗРЫВА ПРИ ОТСУТСТВИИ ФИЛЬТРАЦИИ

В. М. Корнев, А. Г. Демешкин

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 630090 Новосибирск
E-mails: kornev@hydro.nsc.ru, demeshkin@hydro.nsc.ru

Рассмотрено квазистатическое скачкообразное распространение трещины гидроразрыва в породе с регулярной структурой при отсутствии фильтрации. Предложено использовать диаграмму хрупкого разрушения, учитывающую давление жидкости гидроразрыва и горное давление. Построены кривые разрушения, которые описывают разрушение хрупкой породы, когда жидкость гидроразрыва частично заполняет трещину, и по которым предсказана возможность скачкообразного распространения трещины гидроразрыва, в случае если жидкость постепенно затекает в образовавшуюся трещину. Регулярность структуры разрушения хрупкой породы оценивается по результатам двух натуральных экспериментов: критическому коэффициенту интенсивности напряжений и пределу прочности на растяжение горной породы. Проведены эксперименты по импульсному нагружению образцов, изготовленных из органического стекла, при скачкообразном распространении трещины по концентрическим дугам окружности. Показано, что результаты экспериментов согласуются с данными теории.

Ключевые слова: хрупкое разрушение, необходимый критерий разрушения, трещина гидроразрыва, скачкообразное продвижение вершины трещины.

Введение. В работе [1] подробно изложена история вопроса, отмечены работы, оказавшие существенное влияние на развитие теории гидроразрыва, и дано описание механизмов, наиболее важных с точки зрения использования гидроразрыва в технологических процессах. Особое внимание в [1] уделяется двум моделям: модели Христиановича — Желтова (KGD-модель) [2] и модели Перкинса — Керна (РКН-модель) [3]. Ниже при теоретических построениях будет использована модель Христиановича — Желтова, при этом будем полагать, что фильтрация, которая может оказывать влияние на процесс гидроразрыва [4], отсутствует.

1. Постановка модельной задачи. Рассмотрим квазистатическое распространение трещины гидроразрыва. Предположим, что в горном массиве реализуется плоское напряженное состояние, трещина гидроразрыва расположена вертикально, а ее ширина не зависит от вертикальной координаты [2]. Плоскость трещины совпадает с плоскостью, в которой действуют наименьшие сжимающие напряжения. Таким образом, на первом этапе схема рассматриваемой модельной задачи соответствует схеме, показанной на рис. 6-1 в работе [1] для KGD-модели.

На рис. 1 приведена схема нагружения, соответствующая предлагаемой модели, для правой половины трещины ($L(i)$ — полудлина трещины гидроразрыва при i -м скачке вершины трещины; $p = \text{const}$ — давление жидкости гидроразрыва; $l(i)$ — полудлина участка

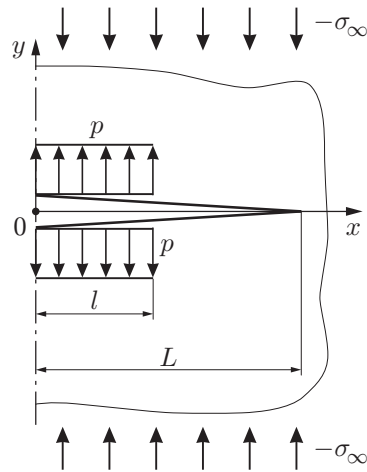


Рис. 1. Схема нагружения

трещины, заполненного жидкостью; $-\sigma_\infty$ — сжимающие напряжения, заданные на бесконечности). Пусть p_{\max} — максимальное давление жидкости, которое может обеспечить гидросистема при реализации технологии гидроразрыва. Таким образом, при выбранной постановке задачи трещина гидроразрыва может оказаться частично заполненной жидкостью: $L(i) - l(i)$ — длины участков трещины, которые свободны от давления жидкости гидроразрыва (давлением паров жидкости на этих участках пренебрегаем). Когда материал в вершине реальной трещины полудлиной $L(i)$ переходит в критическое состояние, имеет место скачкообразное продвижение вершины трещины. Считается, что изучаемые горные породы имеют отчетливо выраженную структуру и при разрушении ведут себя как хрупкие материалы. В рамках KGD-модели особую роль играет окрестность вблизи вершины трещины гидроразрыва.

2. Дискретно-интегральный критерий разрушения. Будем полагать, что рассматриваемая плоская трещина гидроразрыва представляет собой плоскую макротрещину нормального отрыва, растягивающие напряжения являются положительными. Пусть эта трещина распространяется прямолинейно в материале, в случае когда на бесконечности заданы сжимающие напряжения $-\sigma_\infty$, действующие по нормали к плоскости трещины, максимальное давление жидкости такое, что $p_{\max} - \sigma_\infty > 0$, плоскость трещины совпадает с плоскостью, в которой действуют наименьшие сжимающие напряжения. Таким образом, может реализоваться технология гидроразрыва, когда жидкость закачивается в трещину.

Используем классические представления линейной механики разрушения, когда трещина нормального отрыва для хрупких тел моделируется с помощью двустороннего разреза (см. рис. 1). При исследовании распространения внутренних трещин нормального отрыва будем использовать необходимый критерий разрушения Нейбера — Новожилова [5, 6]

$$\frac{1}{r} \int_0^r \sigma_y(x, 0) dx \leq \sigma_Y, \quad (1)$$

где $\sigma_y(x, 0)$ — нормальные напряжения на продолжении трещины; Oxy — декартова прямоугольная система координат, начало которой совпадает с правой вершиной трещины, ось x ориентирована вдоль трещины, ось y — по нормали к ней; r — линейный размер, характеризующий эквивалентный диаметр регулярной макроструктуры; σ_Y — пре-

дел прочности. В критическом состоянии неравенство (1) превращается в равенство. Далее все величины, соответствующие критическому состоянию, отмечены верхним индексом 0. Необходимый критерий разрушения является силовым критерием [7].

В предлагаемой модели поле нормальных напряжений $\sigma_y(x, 0)$ на продолжении трещин можно представить в виде суммы двух слагаемых [7]:

$$\sigma_y(x, 0) = K_I/\sqrt{2\pi x} - \sigma_\infty, \quad (2)$$

где K_I — суммарный коэффициент интенсивности напряжений (КИН), определяемый напряжениями $p - \sigma_\infty > 0$, приложенными на всем протяжении берега трещины. Этот суммарный КИН вычисляется, когда жидкость полностью заполняет трещину:

$$K_I = (p - \sigma_\infty)\sqrt{\pi L} > 0. \quad (3)$$

Предлагаемая аппроксимация поля напряжений (2) на продолжении трещин отражает особенности этого поля: первый член соотношения (2) — сингулярный член поля напряжений в окрестности вершины трещины, второй член этого соотношения — гладкая часть решения для этого поля. При $x \rightarrow \infty$ в (2) имеем $\sigma_y(x, 0) \rightarrow -\sigma_\infty$. В случае если давление жидкости гидроразрыва меньше горного давления ($p - \sigma_\infty < 0$), берега трещины смыкаются.

Будем полагать, что жидкость гидроразрыва заполняет всю реальную трещину длиной $2L(i)$. Подставив соотношение (2) в равенство (1) и проведя соответствующие преобразования, получаем соотношение для критической кривой разрушения [7]

$$p^0/\sigma_\infty - 1 = (\sigma_Y/\sigma_\infty + 1)/\sqrt{2L/r} \quad (4)$$

($p^0 = p^0(2L/r, \sigma_Y/\sigma_\infty)$ — критическое давление жидкости гидроразрыва для трещины длиной $2L/r$). Соотношение (4) для трещины гидроразрыва содержит три безразмерных параметра: p^0/σ_∞ — критическое давление жидкости, σ_Y/σ_∞ — прочность горной породы (давление жидкости и прочность горной породы на растяжение отнесены к абсолютной величине горного давления σ_∞), $2L/r$ — длина трещины. В некоторых задачах о гидроразрыве в случае $\sigma_Y/\sigma_\infty \ll 1$ относительной прочностью горной породы на растяжение можно пренебречь. Полученная критическая кривая разрушения (см. (4)) существенно отличается от критических кривых разрушения для классических задач механики разрушения [7], поскольку имеют место соотношения

$$\begin{aligned} \lim_{L \rightarrow \infty} \left(\frac{p^0}{\sigma_\infty} - 1 \right) &= 0, & \lim_{L \rightarrow 0} \left(\frac{p^0}{\sigma_\infty} - 1 \right) &= \infty, \\ \lim_{L \rightarrow r/2} \left(\frac{p^0}{\sigma_\infty} - 1 \right) &= \frac{\sigma_Y}{\sigma_\infty} + 1, & \lim_{L \rightarrow r/2, \sigma_Y/\sigma_\infty \ll 1} \left(\frac{p^0}{\sigma_\infty} - 1 \right) &= 1. \end{aligned} \quad (5)$$

Кривая, описываемая (4), имеет сингулярную точку при $L \rightarrow 0$. Из предельных соотношений (5) следует, что параметр, характеризующий абсолютную величину горного давления σ_∞ , играет особую роль при описании критических кривых разрушения, определяемых соотношениями, подобными (4).

На рис. 2 на плоскости $(2L/r, p^0/\sigma_\infty - 1)$ в двойных логарифмических координатах приведены критические кривые разрушения. Ниже штриховой прямой расположена область допустимых давлений, так как $p_{\max}/\sigma_\infty - 1 > 0$. Каждая из критических кривых разрушения и штриховая прямая $p_{\max}/\sigma_\infty - 1 = 0$ разделяют плоскость $(2L/r, p^0/\sigma_\infty - 1)$ на три подобласти. Подобласти I, II разделены критическими кривыми разрушения. В подобласти I длина трещины не меняется, в подобласти II имеет место разрушение, подобласть III соответствует таким давлениям $p > p_{\max}$, которые не может реализовать гидросистема.

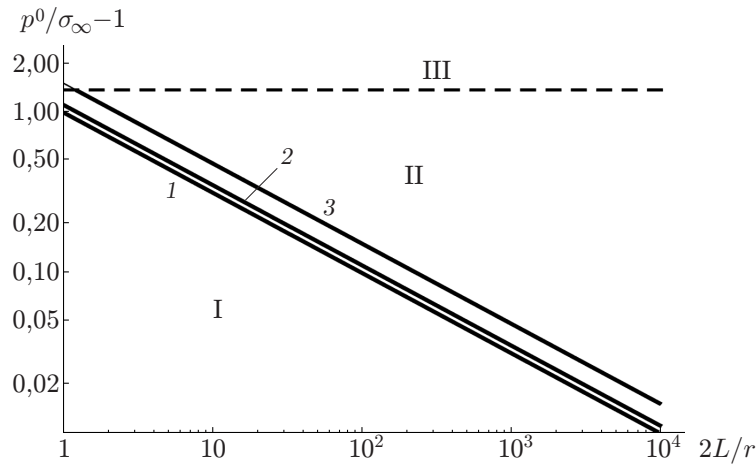


Рис. 2. Диаграммы хрупкого разрушения для трещины гидроразрыва, в случае если жидкость заполняет всю трещину:
 1 — $\sigma_Y/\sigma_\infty = 0$, 2 — $\sigma_Y/\sigma_\infty = 0,1$, 3 — $\sigma_Y/\sigma_\infty = 0,5$; I — подобласть, в которой разрушение отсутствует, II — подобласть разрушения, III — подобласть нереализуемых давлений

Критическая кривая разрушения, попадающая в подобласть III, на рис. 2 продолжена тонкой сплошной линией.

Из рис. 2 следует, что трещина гидроразрыва распространяется лишь после того, как будет превышено горное давление $-\sigma_\infty$ с учетом прочности породы на растяжение σ_Y/σ_∞ . Следует отметить, что параметр прочности горной породы σ_Y/σ_∞ оказывает незначительное влияние на перераспределение площадей подобластей I и II. Предложенная модель гидроразрыва представляет собой модифицированную KGD-модель [2] для горных пород, имеющих структурный параметр r .

3. Диаграммы хрупкого разрушения при скачкообразном продвижении вершины трещины гидроразрыва. Пусть жидкость гидроразрыва частично заполняет трещину:

$$L(i) - l(i) > 0, \quad i = 0, 1, 2, \dots$$

Схема нагружения участка трещины гидроразрыва постоянным давлением жидкости $p = \text{const}$ при $[L(i) - l(i)]/L(i) > 0$ приведена на рис. 1. Этот участок примыкает к стволу скважины. Будем считать, что на ненагруженном участке берега трещины соприкасаются и на них действуют сжимающие напряжения $-\sigma_\infty < 0$, давлением паров жидкости на этих участках пренебрегаем. Для вычисления суммарного КИН $K_I(i)$ выражение для поля суммарного давления на берега трещины представим в виде

$$p - \sigma_\infty > 0 \quad (p = \text{const}) \quad \text{при} \quad 0 \leq x < l(i), \quad -\sigma_\infty < 0 \quad \text{при} \quad l(i) \leq x \leq L(i). \quad (6)$$

С учетом соотношений (6) суммарный КИН $K_I > 0$ находим по формуле [7–9]

$$K_I(i) = (p - \sigma_\infty)\sqrt{\pi L(i)} - p\sqrt{\pi L(i)} \left[1 - \frac{2}{\pi} \arcsin \left(1 - \frac{L(i) - l(i)}{L(i)} \right) \right], \quad i = 0, 1, 2, \dots \quad (7)$$

В случае если

$$[L(i) - l(i)]/L(i) \ll 1, \quad (8)$$

с точностью до величин высшего порядка малости соотношение (7) принимает вид

$$K_I(i) = (p - \sigma_\infty)\sqrt{\pi L(i)} - 2p\sqrt{2[L(i) - l(i)]/\pi}, \quad i = 0, 1, 2, \dots \quad (9)$$

Очевидно, что при $l(i) \rightarrow L(i)$ соотношения (7), (9) превращаются в соотношение (3). Величина параметра $[L(i) - l(i)]/L(i)$ в соотношениях (7), (8) оказывает существенное влияние на суммарный КИН $K_I(i)$ при $i = 0, 1, 2, \dots$.

Подставив соотношение (2) в равенство (1) и проведя соответствующие преобразования, для суммарного КИН $K_I > 0$ получаем следующие соотношения:

— при использовании представления (7)

$$\frac{p^0(i)}{\sigma_\infty} - 1 = \left[\left(\frac{\sigma_Y}{\sigma_\infty} + 1 \right) \sqrt{\frac{r}{2L(i)} + 1} \right] \left[\frac{2}{\pi} \arcsin \left(1 - \frac{L(i) - l(i)}{L(i)} \right) \right]^{-1} - 1, \quad i = 0, 1, 2, \dots; \quad (10)$$

— при использовании представления (9)

$$\frac{p^0(i)}{\sigma_\infty} - 1 = \left[\left(\frac{\sigma_Y}{\sigma_\infty} + 1 \right) \sqrt{\frac{r}{2L(i)} + 1} \right] \left[1 - \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{2[L(i) - l(i)]}{L(i)}} \right]^{-1} - 1, \quad i = 0, 1, 2, \dots \quad (11)$$

Здесь $p^0(i) = p^0\{2L(i)/r, \sigma_Y/\sigma_\infty, [L(i) - l(i)]/L(i)\}$ — критическое давление жидкости гидроразрыва для трещины, имеющей длину $2L(i)/r$ и лишь частично заполненной жидкостью гидроразрыва на участке $-l(i) \leq x \leq l(i)$; индекс $i = 1, 2, \dots$ — номер скачка вершины трещины; начальная трещина имеет длину $2L_0/r = 2L(0)/r$ при $i = 0$ и заполнена жидкостью на длину $2l(0)/r$.

Полученные соотношения (10), (11) для критических кривых разрушения для трещины гидроразрыва содержат четыре безразмерных параметра и номер скачка вершины трещины i . Соотношения (10), (11) зависят от указанных в соотношении (4) безразмерных параметров p^0/σ_∞ , σ_Y/σ_∞ , $2L(i)/r$, а также от параметра $[L(i) - l(i)]/L(i)$, характеризующего частичное заполнение жидкостью трещины гидроразрыва, причем $[L(i) - l(i)]/L(i) \geq 0$.

Диаграммы хрупкого разрушения для трещины гидроразрыва на плоскости $(2L/r, p^0/\sigma_\infty - 1)$ с учетом параметра $[L(i) - l(i)]/L(i)$ представлены на рис. 3. Построенные по соотношению (11) критические кривые разрушения 1–4 соответствуют 100-, 99,9-, 99- и 95-процентному заполнению трещины жидкостью при $\sigma_Y/\sigma_\infty = 0,5$; для построения критической кривой разрушения 5 использовалось более точное соотношение (10), когда трещина заполнена жидкостью на 90 % при $\sigma_Y/\sigma_\infty = 0,5$; ниже штриховой линии расположена область допустимых давлений, так как $p_{\max}/\sigma_\infty - 1 > 0$. Рассматриваемая плоскость $(2L/r, p^0/\sigma_\infty - 1)$ разделена на три подобласти: в подобласти I разрушение отсутствует, в подобласти II имеет место разрушение, подобласть III вследствие технических ограничений является подобластью нерассматриваемых значений. Подобласти I, II разделены критическими кривыми разрушения. На рис. 3 критические кривые разрушения, попадающие в подобласть III, продолжены тонкими сплошными линиями.

На рис. 3 видно, что в случае, когда жидкость гидроразрыва полностью или частично заполняет трещину, имеет место перераспределение площадей подобластей I и II: площадь подобласти II существенно уменьшается, а площадь подобласти I существенно увеличивается при увеличении параметра $[L(i) - l(i)]/L(i)$; площадь подобласти III не меняется. Вследствие технических ограничений целесообразно при простреле скважины получать трещину такой начальной длины $2L_0$, при которой возможна реализация технологического процесса в подобласти II.

Рассмотрим два возможных предельных режима нагружения трещины давлением жидкости гидроразрыва p . Эти предельные режимы определяются производительностью гидронасоса при выполнении ограничения $p \leq p_{\max}$: в режиме 1 производительность гидронасоса мала; в режиме 2 производительность гидронасоса велика.

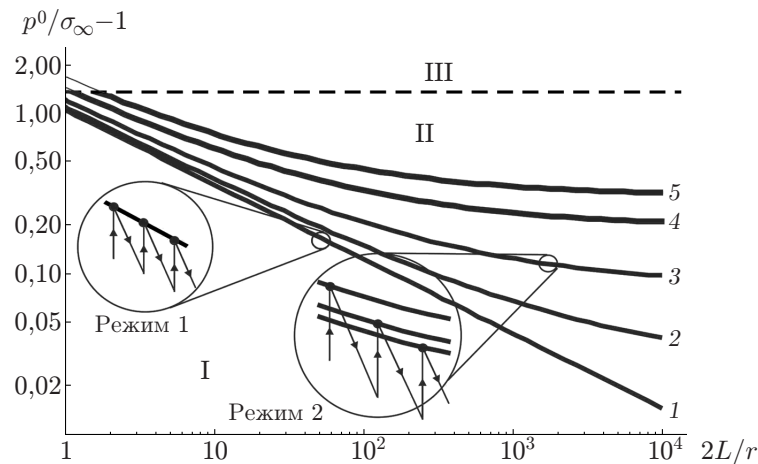


Рис. 3. Диаграммы хрупкого разрушения для трещины гидроразрыва, в случае если жидкость полностью (1) или частично (2–5) заполняет трещину: 1–4 — расчет по соотношению (11) (1 — 100 %-ное заполнение жидкостью, 2 — 99,9 %-ное, 3 — 99 %-ное, 4 — 95 %-ное), 5 — расчет по соотношению (10) (90 %-ное заполнение жидкостью); стрелки — последовательные состояния системы (остальные обозначения те же, что на рис. 2)

Режим 1. Сначала жидкость подается в трещину длиной L_0 и полностью ее заполняет, далее давление жидкости постепенно увеличивается, причем $p = \text{const}$ при произвольном $0 \leq x \leq L(i)$, $i = 0, 1, 2, \dots$. После нагнетания жидкости ее давление достигает критического значения $p = p^0\{2L(0)/r, \sigma_Y/\sigma_\infty, 0\}$, и трещина на рис. 3 переходит из подобласти I в подобласть II. Реализуется критическое состояние, и происходит разрушение. При первом скачке ($i = 1$) вершины трещины длина трещины увеличивается: $L(1) = L_0 + r$. Вследствие резкого уменьшения жесткости системы давление жидкости падает, трещина на рис. 3 переходит из подобласти II в подобласть I, движение вершины трещины прекращается. При пониженном давлении жидкость полностью заполняет новую трещину длиной $L(1)$. Затем давление увеличивается и достигает критического значения $p = p^0\{2L(1)/r, \sigma_Y/\sigma_\infty, 0\}$, трещина на рис. 3 переходит из подобласти I в подобласть II. Далее происходит очередной скачок вершины трещины $L(2) = L(1) + r$ и т. д. На рис. 3 в увеличенном масштабе приведена схема, отражающая последовательные изменения давления и длины трещины для режима 1. Видно, что после каждого скачка система возвращается к единой кривой разрушения, которая в двойных логарифмических координатах представляет собой прямую, так как $l(i) \equiv L(i)$ ($i = 0, 1, 2, \dots$).

Режим 2. Жидкость частично, на участке $l(0)$, заполняет трещину длиной L_0 . Далее происходит резкое увеличение давления жидкости, причем $p = \text{const}$ при произвольном значении $0 \leq x \leq l(i)$, $i = 0, 1, 2, \dots$. После нагнетания жидкости ее давление достигает критического значения $p = p^0\{2L(0)/r, \sigma_Y/\sigma_\infty, [L(0) - l(0)]/L(0)\}$, и трещина на рис. 3 переходит из подобласти I в подобласть II. Реализуется критическое состояние, и происходит разрушение. При первом скачке ($i = 1$) вершины трещины длина трещины увеличивается: $L(1) = L_0 + r$. Вследствие резкого уменьшения жесткости системы давление жидкости падает, трещина перемещается из подобласти II в подобласть I (см. рис. 3), дальнейшее продвижение вершины трещины прекращается. При пониженном давлении жидкость продолжает частично заполнять новую трещину длиной $L(1)$ на участке $l(1)$, длина которого оценивается как $l(1) \geq l(0)$. Затем давление резко увеличивается и достигает критического значения $p = p^0\{2L(1)/r, \sigma_Y/\sigma_\infty, [L(1) - l(1)]/L(1)\}$, точка на диаграмме (см. рис. 3)

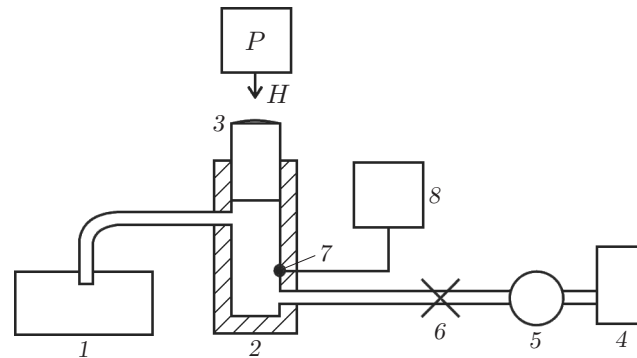


Рис. 4. Схема экспериментальной установки:

1 — образец, 2 — цилиндр, 3 — поршень, 4 — масляный насос, 5 — манометр, 6 — кран, 7 — датчик давления, 8 — осциллограф

переходит из подобласти I в подобласть II (как правило, эта точка, соответствующая трещине, расположена на другой критической кривой разрушения). Затем происходит очередной скачок вершины трещины $L(2) = L(1) + r$ и т. д. На приведенной на рис. 3 в увеличенном масштабе схеме показаны последовательные изменения давления и длины трещины для режима 2. Видно, что система не возвращается к единой кривой разрушения после каждого скачка, так как в общем случае $[L(i) - l(i)]/L(i) \neq \text{const}$ ($i = 0, 1, 2, \dots$). Границы подобластей I и II смещаются вследствие изменения параметра $[L(i) - l(i)]/L(i)$ ($i = 0, 1, 2, \dots$).

Представленная на рис. 3 диаграмма хрупкого разрушения горных пород со структурным параметром r поясняет использование модифицированной KGD-модели [2] при описании процесса гидроразрыва, когда жидкость частично заполняет трещину.

Вследствие утечек при фильтрации давление жидкости гидроразрыва уменьшается в направлении от ствола скважины к вершине трещины [4], поэтому простые соотношения (3), (7) необходимо уточнить; это можно сделать, если известно распределение давления $p(x) \neq \text{const}$ вдоль трещины.

4. Экспериментальное исследование импульсного гидроразрыва. Проведены эксперименты по нагружению образцов из органического стекла (полиметилметакрилата) импульсным давлением на установке, схема которой показана на рис. 4, на рис. 5 приведен общий вид образца после испытаний. Экспериментальная установка собиралась в следующей последовательности. В образце 1 из блочного оргстекла размером $100 \times 100 \times 60$ мм (см. рис. 5) в центре высверливалось отверстие диаметром 6 мм, глубиной 25 мм. В просверленном отверстии закреплялась трубка, которая соединялась с цилиндром 2, имеющим поршень 3. С помощью масляного насоса 4 в образце создавалось начальное давление, которое фиксировалось манометром 5. Импульсное нагружение образца создавалось грузом P , который падал на поршень с высоты H при закрытом кране 6. Величина и скорость нарастания давления фиксировались с помощью датчика давления 7 и осциллографа 8. При варьировании массы груза и высоты H изменялось максимальное давление.

На рис. 5 показан общий вид трещины гидроразрыва в образце. Давление в образце задавалось в два этапа: сначала масляный насос создавал начальное давление 20 МПа (при таком давлении не наблюдалось образования трещины гидроразрыва), затем кран закрывался, груз опускался, зарегистрированное осциллографом максимальное давление составляло 78 МПа. Трещина распространялась скачкообразно. После каждого скачка вершины трещины легко регистрируются отметки (бороздки), аналогичные усталостным бороздкам при постепенном продвижении усталостных трещин. На рис. 5 бороздки расположены

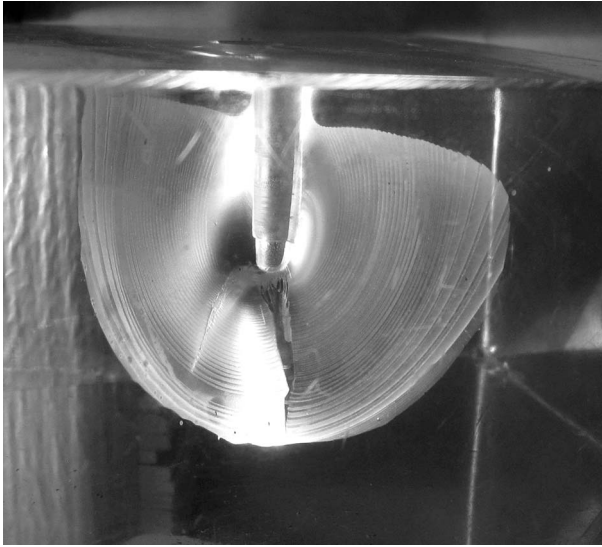


Рис. 5

Рис. 5. Образец с бороздками, характеризующими скачкообразное распространение вершины трещины

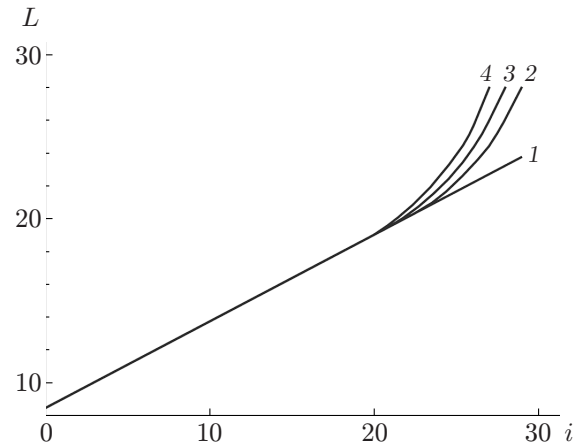


Рис. 6

Рис. 6. Зависимость радиуса трещины гидроразрыва от числа скачков для лучей, исходящих из центра отверстия под различными углами:

1 — $\alpha = 37^\circ$, 2 — $\alpha = 62^\circ$, 3 — $\alpha = 90^\circ$, 4 — $\alpha = 113^\circ$

по концентрическим дугам окружности, находящейся приблизительно в центре отверстия, просверленного в образце. На рис. 6 приведены кривые, построенные по точкам пересечения концентрических дуг окружности с лучами, исходящими из центра просверленного отверстия под различными углами α (на правой половине образца эти углы отсчитываются от оси отверстия против часовой стрелки). На рис. 6 параметр L — “радиус” трещины при i -м скачке вершины трещины ($i = 0, 1, 2, \dots, 30$). В качестве начальной точки пересечения прямых выбрана одна из наиболее отчетливо видимых дуг окружности (см. рис. 5), для которой $L_0 = L(0) = 8,4$ мм. На рис. 6 видно, что кривые, соответствующие различным “радиусам” трещины при i -м скачке вершины трещины, практически совпадают на начальном участке $1 \leq i \leq 20$ и начинают расходиться при $i > 20$, когда на процесс разрушения начинают оказывать влияние границы образца. Средняя длина скачка вершины трещины гидроразрыва при $i = 1, 2, \dots, 20$ составляет 0,53 мм.

5. Оценки критических КИН для длинных трещин и структурного параметра. Общепринято, что критический КИН K_{Ic} материала представляет собой постоянную материала [10]. В п. 1 для внутренних трещин нормального отрыва предлагалось использовать необходимый критерий разрушения (1). Если рассматривать растягивающие (положительные) напряжения σ_∞ , заданные на бесконечности, и поле нормальных напряжений $\sigma_y(x, 0)$ в окрестности вершины трещины длиной $2L$ в виде

$$\sigma_y(x, 0) = K_{I\infty}/(2\pi x)^{1/2} + \sigma_\infty, \quad K_{I\infty} = \sigma_\infty \sqrt{\pi L},$$

то в соответствии с необходимым критерием (1) для критических напряжений σ_∞^0 имеем

$$\sigma_\infty^0/\sigma_Y = (1 + \sqrt{2L/r})^{-1}. \quad (12)$$

Определим критический КИН $K_{I\infty}^0$ с учетом соотношения (12) для критических напряжений σ_∞^0 (верхний индекс 0 соответствует критическому КИН, полученному по необ-

Структурные параметры r для различных материалов

Материал	K_{Ic} , МПа · м ^{1/2}	σ_Y , МПа	r , мм
Полиметилметакрилат	1,02	72 ÷ 80	0,104 ÷ 0,260
Мелкозернистый песчаник	1,47	9,7	14,6
Гранит	1,17	5,0 ÷ 10,0	8,7 ÷ 34,9

ходимому критерию разрушения):

$$K_{I\infty}^0 = \sigma_{\infty}^0 \sqrt{\pi L} = \sigma_Y \sqrt{\pi L} (1 + \sqrt{2L/r})^{-1}. \quad (13)$$

Вывод из соотношений (13) очевиден. В случае если известны постоянные хрупкого материала r , σ_Y , критический КИН $K_{I\infty}^0$ не является постоянной величиной, так как он зависит не только от указанных постоянных материала, но и от длины трещины $2L/r$. Для бесконечно длинных трещин в хрупком материале в рамках линейной механики разрушения предельное значение критического КИН $K_{I\infty}^0$ определяется следующим образом:

$$\lim_{L \rightarrow \infty} K_{I\infty}^0 = \sqrt{\pi/2} \sigma_Y \sqrt{r}. \quad (14)$$

Используя предельное соотношение (14), а также значения критических КИН K_{Ic} для хрупких материалов из работы [10] (примем, что в [10] значения критических КИН приведены для достаточно длинных трещин), для структурного параметра r хрупких горных пород получаем соотношение

$$r = (2/\pi)(K_{Ic}/\sigma_Y)^2. \quad (15)$$

Вычисленные по соотношению (15) и данным из работы [10. С. 160–161] значения структурного параметра r для хрупких материалов приведены в таблице.

Полученные структурные параметры для полиметилметакрилата меньше измеренных длин скачков вершины трещины гидроразрыва (при импульсном нагружении) в 2 ÷ 5 раз. Полиметилметакрилат относится к числу квазихрупких материалов, так как аппроксимация $(\sigma - \varepsilon)$ -диаграммы этого материала содержит участок, который можно трактовать как участок пластичности. Предлагаемая теория гидроразрыва качественно согласуется с данными натурного эксперимента, когда рассматривается скачкообразное продвижение вершины трещины. Полиметилметакрилат — аморфный термопласт, не обладающий выраженной структурой до начала процесса нелинейного деформирования. Образование крейзов, или волосяных трещин, происходит под действием растягивающих напряжений перед вершиной трещины [7. С. 118–121]. Полученные структурные параметры полиметилметакрилата характеризуют структуру этого материала в состоянии предразрушения.

Структурные параметры мелкозернистого песчаника не совпадают с диаметром зерна этого песчаника, приблизительно равным 0,1 мм (см. табл. 2.4 в [10. С. 161]). Частично это обусловлено тем, что, вероятнее всего, на каждые сто зерен песчаника приходится один “непроклей” глинисто-кварцевым цементом.

Структурные параметры гранита имеют такой же порядок, что и размер зерен типичных гранитов с учетом прослоек. Представляет интерес установить связь между структурными параметрами, полученными в настоящей работе, и объектами реальной структуры полимеров и горных пород.

В случае если известны максимальное давление гидронасоса p_{\max} , горное давление $-\sigma_{\infty}$, прочность породы на растяжение σ_Y и критический КИН K_{Ic} породы, по полученным структурным параметрам r в широком диапазоне длин трещин гидроразрыва можно построить критические кривые разрушения (см. (10), (11)) и диаграммы хрупкого разрушения при полном или частичном заполнении трещины жидкостью.

Заключение. По построенным кривым разрушения предсказана возможность скачкообразного распространения трещины гидроразрыва. Предложенная теория гидроразрыва (модификация KGD-модели [2]) качественно согласуется с данными натурального эксперимента. Использование линейной механики разрушения и структурного параметра r позволяет описать скачкообразное продвижение вершины трещины гидроразрыва как при полном заполнении трещины жидкостью, так и при частичном. Предложен структурный подход к описанию процесса разрушения, аналогичный подходу, развитому в работе [11].

Бороздки, зарегистрированные при скачкообразном продвижении вершины трещины гидроразрыва, аналогичны усталостным бороздкам, зафиксированным при распространении усталостных трещин [12, 13]. Заметим, что усталостные бороздки формируются в зоне предразрушения, расположенной перед вершиной реальной трещины, в квазихрупких материалах вследствие нелинейного деформирования материала под действием растягивающих напряжений — перед вершиной реальной трещины.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Mack M. G., Warpinski N. R.** Mechanics of hydraulic fracturing // Reservoir stimulation. 3rd ed. Chichester; Toronto: John Wiley and Sons, 2000. P. 6-1–6-49.
2. **Желтов Ю. П., Христианович С. А.** О гидравлическом разрыве нефтеносного пласта // Изв. АН СССР. Отд.-ние техн. наук. 1955. № 5. С. 3–41.
3. **Perkins T. K., Kern L. R.** Widths of hydraulic fractures // J. Petrol. Technol. 1961. V. 13, N 9. P. 937–949.
4. **Carrier B., Granet S.** Numerical modeling of hydraulic fracture problem in permeable medium using cohesive zone model // Engng Fracture Mech. 2012. V. 79. P. 312–328.
5. **Neuber G.** Kerbspannunglehre: Grunglagen fur Genaue Spannungsrechnung. Berlin: Springer-Verlag, 1937.
6. **Новожилов В. В.** О необходимом и достаточном критерии хрупкой прочности // Прикл. математика и механика. 1969. Т. 33, вып. 2. С. 212–222.
7. **Керштейн И. М.** Основы экспериментальной механики разрушения / И. М. Керштейн, В. Д. Ключников, Е. В. Ломакин, С. А. Шестериков. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1989.
8. **Саврук М. П.** Коэффициенты интенсивности напряжений в телах с трещинами. Киев: Наук. думка, 1988. (Механика разрушения и прочность материалов: В 4 т.; Т. 2).
9. **Справочник** по коэффициентам интенсивности напряжений: В 2 т. / Под ред. Ю. Мураками. М.: Мир, 1990. Т. 1.
10. **Ковчик С. Е.** Характеристики кратковременной трещиностойкости материалов и методы их определения / С. Е. Ковчик, Е. М. Морозов. Киев: Наук. думка, 1988. (Механика разрушения и прочность материалов: В 4 т.; Т. 3).
11. **Морозов Н. Ф.** Предельное равновесие хрупких тел с концентраторами напряжений: Структурный подход: Учеб. пособие / Н. Ф. Морозов, Ю. В. Петров, В. И. Смирнов. СПб.: Изд-во С.-Петербур. гос. ун-та, 2011.
12. **Корнев В. М.** Диаграммы квазихрупкого разрушения тел с иерархией структур при малоцикловом нагружении // Физ. мезомеханика. 2011. Т. 14, № 5. С. 31–45.
13. **Корнев В. М.** Диаграммы квазихрупкого разрушения при усталости (двухчастотное нагружение) // Физ. мезомеханика. 2012. Т. 15, № 6. С. 45–58.