УДК 539.3

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ И АНАЛИЗ РАЗМЕРНОСТЕЙ ДЕФОРМИРОВАНИЯ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ПЛАСТИН ПОД ДЕЙСТВИЕМ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ УДАРНОЙ ВОЛНЫ

Г. Бабаи, Т. Мирзабабаи Мустофи, М. Алитаволи, А. Сайединейад

Гилянский университет, 3756-41635 Решт, Иран E-mails: ghbabaei@guilan.ac.ir, tmostofi@phd.guilan.ac.ir, tavoli@guilan.ac.ir, s.saeedi56@gmail.com

Приведено описание экспериментальной установки, состоящей из падающего ударника и трубы с жидкостью, в которой генерируется ударная волна. Представлены результаты экспериментов по деформированию защемленных прямоугольных пластин под действием ударной волны. Получена зависимость смещения центральной точки пластины от кинетической энергии ударника. С использованием результатов анализа размерностей и метода сингулярного разложения на основе экспериментальных данных построены аналитические зависимости смещения центральной точки пластины от параметров ударного воздействия.

Ключевые слова: деформирование, прямоугольная пластина, гидродинамика, ударник, ударная волна.

DOI: 10.15372/PMTF20170115

Введение. В настоящее время разработан способ высокоскоростного деформирования металлов, имеющий ряд преимуществ (использование односторонних штампов и энергии пружин, улучшение способности металлов к формоизменению) по сравнению с другими способами деформирования [1]. Однако применение этой технологии в промышленности существенно затруднено, что обусловлено необходимостью повторного нагрева заготовки, невозможностью формования заготовок больших размеров и высокой стоимостью [2].

Формование изделий импульсными нагрузками, генерируемыми ударными волнами в жидкости, является новой технологией, более безопасной по сравнению с формованием взрывными волнами.

При формовании листов и прессовании порошков в качестве инструмента применяется падающий ударник. При этом используется потенциальная энергия, запасенная в ударнике. Существенным преимуществом формования с помощью ударной волны, распространяющейся в жидкости, является возможность получения изделия требуемой формы за счет равномерного распределения давления [3].

Существует большое количество работ, посвященных экспериментальному и теоретическому изучению возможности достижения максимального формоизменения пластин. Величина пластических деформаций ограничена вследствие появления пластической неустойчивости, проявляющейся в образовании шейки или складок [4]. При формовании металлов может происходить разрушение, механизмы которого изучены недостаточно. В последнее время предложено большое количество критериев пластического разрушения, в частности для случаев, когда разрушение происходит без образования шейки [5].

Многие элементы конструкций подвергаются динамическому воздействию внешних объектов либо внезапно приложенного давления. При изучении реакции конструкции на такое воздействие необходимо учитывать инерционные эффекты, конечные деформации и нелинейность определяющих соотношений для материала. Для случаев простой геометрии деформируемых тел построены аналитические модели указанных выше процессов. При этом принимались различные гипотезы, упрощающие моделирование [6]. Наиболее полно исследован случай деформирования защемленных прямоугольных пластин, подвергнутых воздействию поперечной импульсной нагрузки.

Большое количество исследований посвящено идентификации параметров системы с использованием входных и выходных данных эксперимента, т. е. построению зависимости между этими данными [7]. Методы идентификации параметров сложных систем с использованием входных и выходных данных эксперимента можно применять в различных областях науки и техники.

Целью настоящей работы является изучение деформирования металлических пластин под действием гидродинамических нагрузок с учетом энергии, передаваемой образцу, и толщины пластин. Предложен новый подход к построению зависимости прогиба пластины от параметров воздействия и параметров системы с использованием результатов анализа размерностей и метода сингулярного разложения.

1. Эксперименты. В данном пункте приведена схема экспериментальной установки, изложена методика эксперимента и выполнен анализ полученных результатов.

1.1. Методика эксперимента. Образцы представляли собой прямоугольные пластины размером 310 × 260 мм. Толщина пластин варьировалась в диапазоне от 1 до 3 мм. Пластины не подвергались предварительной термообработке. Образцы закреплялись в обойме, состоящей из двух рамок размером 310 × 260 мм, изготовленных из мягкой листовой стали толщиной 20 мм. Верхний зажим крепился к заполненной жидкостью вертикальной ударно-волновой трубе из нержавеющей стали длиной 0,5 м. Внешний диаметр трубы равен 104 мм, внутренний — 80 мм. Внутренняя поверхность трубы была отполирована. Схема экспериментальной установки приведена на рис. 1.



Рис. 1. Схема экспериментальной установки: 1 — задний зажим, 2 — пластина, 3 — уплотнитель, 4 — резервуар, 5 — цилиндр, 6 — передний зажим, 7 — ударник



Рис. 2. Экспериментальная установка:

a — общий вид, b — схема; 1 — ящик для молота, 2 — молот, 3 — ударник,

4 — цилиндр, 5 — зажим, 6 — пластина, 7 — наковальня, 8 — вода

Таблица 1

Механические свойства стали и алюминия

Материал	H, MM	$ σ_{\rm T}, M\Pi a $	$ σ_{\rm B}, M\Pi a $
Сталь Алюминий	$1,0;\ 2,0;\ 3,0\ 1,0;\ 2,0$	$289,2 \\ 126,7$	474,5 152,3

Для осуществления высокоскоростной штамповки металла в ударно-волновой трубе используется потенциальная энергия падающего груза. После падения молота массой 70,4 кг его потенциальная энергия переходит в кинетическую. При соударении его с ударником последний начинает быстро двигаться, при этом вода сжимается, в результате чего создается высокое давление, под действием которого пластина деформируется. На рис. 2 показаны экспериментальная установка и ее схема.

1.2. Механические свойства пластины. Образцы различной толщины были изготовлены из алюминиевого сплава марки 1100 и мягкой стали марки St1300. Для того чтобы выяснить, является ли материал анизотропным, из каждого листа в продольном и поперечном направлениях вырезались образцы. Результаты испытаний на растяжение образцов, вырезанных в продольном и поперечном направлениях, практически совпадают. Средние значения предела текучести σ_т и временного сопротивления σ_в при растяжении стальных и алюминиевых образцов приведены в табл. 1 (*H* — толщина пластины).

1.3. Результаты экспериментов и их обсуждение. В первой серии испытаний расстояние l между молотом и ударником варьировалось в диапазоне $1,5 \div 2,8$ м для стальных образцов и $0,15 \div 0,70$ м для алюминиевых. Для образцов различной толщины, изготовленных из различных материалов, измерялись прогибы в центральной точке пластины δ в зависимости от величины запасенной молотом энергии при различных расстояниях между молотом и ударником. Эти экспериментальные данные приведены в табл. 2 (W_0 смещение центральной точки пластины). При увеличении расстояния между молотом и пластиной кривизна деформируемой пластины увеличивается.

Таблица 2

Номер эксперимента	Материал	H, MM	l, см	W_0 , мм
1	Сталь	3	280	22,05
2	Сталь	2	250	$23,\!98$
3	Сталь	1	250	$35,\!60$
4	Сталь	3	250	$20,\!27$
5	Сталь	3	200	18,13
6	Сталь	2	200	$22,\!47$
7	Сталь	1	200	31,06
8	Сталь	3	225	$19,\!42$
9	Сталь	2	225	$23,\!68$
10	Сталь	1	225	$33,\!85$
11	Сталь l	3	170	15,06
12	Сталь	2	170	18,20
13	Сталь	1	170	$28,\!97$
14	Сталь	2	150	18,10
15	Сталь	1	150	$26,\!81$
16	Алюминий	1	40	26,01
17	Алюминий	2	40	14,10
18	Алюминий	2	50	17,01
19	Алюминий	1	35	24,41
20	Алюминий	2	70	22,77
21	Алюминий	1	25	21,77
22	Алюминий	2	60	$18,\!68$
23	Алюминий	1	15	$14,\!12$
24	Алюминий	2	30	10,70
25	Алюминий	1	20	$17,\!49$

Экспериментальные данные, полученные при использовании гидродинамического способа нагружения образцов

Интенсивность воздействия гидродинамической волны увеличивается с увеличением расстояния между молотом и пластиной и уменьшается, если форма волны приближается к плоской. Форма деформированной пластины показана на рис. 3.

На рис. 4 приведена зависимость прогиба в центральной точке пластины от энергии E, переданной стальным и алюминиевым пластинам различной толщины.

2. Анализ размерностей. Анализ размерностей применялся при моделировании поведения пластин под действием внезапно приложенных нагрузок. В [8–11] для моделирования поведения круглых пластин под действием как распределенных, так и локальных нагрузок использовался модифицированный набор безразмерных параметров, построенный на основе параметра разрушения Джонсона [10].

В работе [12] для оценки отношения δ/H при анализе поведения круглой пластины использован безразмерный параметр импульса φ_{cS} :

$$\delta/H = 0,425\varphi_{cS}.$$

В [13] введен безразмерный параметр, называемый параметром отклика. Этот параметр использовался при анализе поведения балок и пластин из жесткопластического материала, подвергаемых воздействию динамических нагрузок. Определена зависимость безразмерного смещения центральной точки пластины только от этого параметра.

В данной работе с использованием экспериментальных данных разработан новый метод оценки отношения δ/H в случае прямоугольной пластины, подвергаемой воздействию импульсной нагрузки. При этом проводится анализ размерностей и применяется метод сингулярного разложения.



Рис. 3. Пластина из алюминиевого сплава

Рис. 4. Зависимость прогиба в центральной точке пластины от переданной ей энергии:

1–3 — пластина из стали (1 — H=1мм, 2 — H=2мм, 3 — H=3мм), 4, 5 — пластина из алюминия (4 — H=1мм, 5 — H=2мм)

Суть предлагаемого метода заключается в следующем. Требуется найти функцию \hat{f} , аппроксимирующую истинную функцию f и позволяющую по заданному вектору входных данных $x = (x_1, x_2, x_3, ..., x_n)$ найти выходные данные \hat{y} , максимально близкие к истинным выходным данным y.

Пусть известны M экспериментальных значений величины y, зависящей от параметров x_{i1}, \ldots, x_{in} [6]:

$$y_i = f(x_{i1}, x_{i2}, x_{i3}, \dots, x_{in}), \qquad i = 1, 2, 3, \dots, M.$$

Можно найти функцию \hat{f} , позволяющую предсказать выходные значения \hat{y}_i для любого заданного вектора входных данных:

$$x_i = (x_{i1}, x_{i2}, x_{i3}, \dots, x_{in}), \quad \hat{y}_i = \hat{f}(x_{i1}, x_{i2}, x_{i3}, \dots, x_{in}), \quad i = 1, 2, 3, \dots, M.$$

Задача формулируется следующим образом: определить функцию \hat{f} , так чтобы среднеквадратичная разность между предсказанными и истинными значениями выходных данных была минимальной:

$$\sum_{i=1}^{M} [\hat{f}(x_{i1}, x_{i2}, x_{i3}, \dots, x_{in}) - y_i]^2 \to \min.$$

В теории размерностей, как правило, вместо физических переменных $\{y, x\} = \{y, x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n\}$ используется набор безразмерных параметров $\pi = (\pi_0, \pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_k)$:

$$\hat{\pi}_{0i} = \hat{f}(\pi_{1i}, \pi_{2i}, \pi_{3i}, \dots, \pi_{ki}), \qquad i = 1, 2, 3, \dots, M.$$

Задача заключается в определении функции \hat{f} , так чтобы

$$\sum_{i=1}^{M} [\hat{f}(\pi_{i1}, \pi_{i2}, \pi_{i3}, \dots, \pi_{in}) - \pi_{0i}]^2 \to \min.$$
(1)

2.1. Анализ размерностей с использованием статического предела текучести. Для того чтобы построить набор независимых безразмерных параметров для моделирования

прогиба W_0 прямоугольной пластины, подвергаемой гидродинамическому нагружению, будем учитывать зависимость прогиба от следующих размерных величин: расстояния от ударника до пластины H, толщины пластины h, массы ударника m, площади деформированной пластины A, плотности материала пластины ρ , модуля упругости E, плотности воды ρ_w , ускорения свободного падения g и статического предела текучести σ_y . Из этих размерных величин можно образовать K = 4 независимых безразмерных параметра [9, 10] в системе размерностей (M, L, T):

$$\pi_0 = \frac{W_0}{h}, \quad \pi_1 = \frac{H}{h}, \quad \pi_2 = \frac{m\sqrt{gH}V_0}{Ah\sqrt{\sigma_y\rho}}, \quad \pi_3 = \frac{E\rho_w H^2 h}{\sigma_y m}.$$
(2)

Следовательно,

$$\pi_0 = W_0/h = f(\pi_1, \pi_2, \pi_3). \tag{3}$$

Для того чтобы использовать метод сингулярного разложения, уравнение (3) представим в виде

$$\pi_0 = C \pi_1^\alpha \pi_2^\beta \pi_3^\gamma. \tag{4}$$

Таким образом, задача заключается в определении коэффициентов C, α , β , γ , при которых выполняется условие (1). Уравнение (4) запишем в виде

$$\ln(\pi_0) = \eta + \alpha \ln(\pi_1) + \beta \ln(\pi_2) + \gamma \ln(\pi_3),$$

где $\eta = \ln C$.

С использованием M зависимостей входные данные — выходные данные, полученных в эксперименте, можно построить систему M линейных алгебраических уравнений относительно четырех коэффициентов η , α , β , γ :

$$\eta + \alpha \zeta_{11} + \beta \zeta_{12} + \gamma \zeta_{13} = \zeta_{10},$$

$$\eta + \alpha \zeta_{21} + \beta \zeta_{22} + \gamma \zeta_{23} = \zeta_{20},$$

$$\eta + \alpha \zeta_{M1} + \beta \zeta_{M2} + \gamma \zeta_{M3} = \zeta_{M0}.$$

Здесь

$$\zeta_{ij} = \ln(\pi_{ij}), \quad i = 1, 2, 3, \dots, M, \quad j = 1, 2, 3, \qquad \zeta_{i0} = \ln(\pi_{i0}), \quad i = 1, 2, 3, \dots, M. \tag{5}$$

Эту систему линейных алгебраических уравнений ($M \gg K = 4$) можно записать в виде

$$AX = Y, (6)$$

где

$$X = [\eta, \alpha, \beta, \gamma]^{\mathrm{T}}, \qquad Y = [\zeta_{10}, \zeta_{20}, \dots, \zeta_{M0}]^{\mathrm{T}}, \qquad A = \begin{bmatrix} 1 & \zeta_{11} & \zeta_{12} & \zeta_{13} \\ 1 & \zeta_{21} & \zeta_{22} & \zeta_{23} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \zeta_{M1} & \zeta_{M2} & \zeta_{M3} \end{bmatrix}.$$

Для получения зависимости δ/H от параметров задачи (зависимости (4)) экспериментальные данные были представлены в безразмерной форме в соответствии с соотношениями (2), (5). Затем для решения системы (6) использовался метод сингулярных разложений [14]. В результате получены следующие значения коэффициентов: C = 0.0725, $\alpha = 0.818$, $\beta = 0.483$, $\gamma = -0.284$. Таким образом, имеем следующую зависимость:

$$\frac{W_0}{h} = 0.0725 \left(\frac{H}{h}\right)^{0.818} \left(\frac{m\sqrt{gH}}{Ah\sqrt{\sigma_y\rho}}\right)^{0.483} \left(\frac{E\rho_w H^2 h}{\sigma_y m}\right)^{-0.284}.$$
(7)



Рис. 5. Теоретические (вычисленные с помощью соотношения (7)), экспериментальные значения прогиба в центральной точке пластины и доверительные интервалы для них:

1 — пробные значения для пластины из стали, 2 — пробные значения для пластины из алюминия, 3 — прогнозируемые значения для пластины из стали, 4 — прогнозируемые значения для пластины из алюминия; сплошная линия — Y = X, штриховые — $Y = X \pm 1$, штрих
пунктирные — $Y = X \pm 2$

На рис. 5 представлены теоретические (вычисленные по формуле (7)) и экспериментальные значения смещения центральной точки. Теоретические значения с достаточной точностью согласуются с экспериментальными значениями. В доверительном интервале зависимости (7) шириной 2 содержится 80 % экспериментальных точек, в доверительном интервале шириной 4 — 100 %.

2.2. Анализ размерностей с использованием динамического предела текучести. В данном пункте при анализе размерностей вместо статического предела текучести σ_y используется динамический предел текучести σ_d . Таким образом, используются следующие безразмерные величины:

$$\pi_0 = \frac{W_0}{h}, \quad \pi_1 = \frac{H}{h}, \quad \pi_2 = \frac{m\sqrt{gH}}{Ah\sqrt{\sigma_d\rho}}, \quad \pi_3 = \frac{E\rho_w H^2 h}{\sigma_d m}.$$

Следовательно,

$$\pi_0 = W_0/h = f(\pi_1, \pi_2, \pi_3). \tag{8}$$

Для того чтобы применить метод сингулярного разложения, уравнение (8) представим в виде

$$\pi_0 = C \pi_1^\alpha \pi_2^\beta \pi_3^\gamma. \tag{9}$$

Динамический предел текучести связан со статическим пределом текучести соотношением

$$\sigma_d = \lambda \sigma_y. \tag{10}$$

Константы q и d в уравнении (11) (см. [11])				
Материал	$d,$ c $^{-1}$	q		
Сталь	40,4	5		
Алюминий	6500,0	4		

В случае если для коэффициента λ используется соотношение Коупера — Саймондса, уравнение (10) записывается следующим образом:

$$\frac{\sigma_d}{\sigma_y} = \lambda = 1 + \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{d}\right)^{1/q}.$$
(11)

Таблица 3

Здесь $\dot{\varepsilon}$ — скорость деформации; q, d — константы материала. Значения констант q, d для мягкой стали и алюминия приведены в табл. 3.

Для скорости деформации используется выражение [15]

$$\dot{\varepsilon} = \frac{V_0 W_0}{3\sqrt{2} LB},\tag{12}$$

где $V_0 = \sqrt{2gH}$; L, B — половина ширины и длины пластины соответственно. Следовательно, соотношение (12) можно записать в виде

$$\dot{\varepsilon} = \frac{h\sqrt{2gH}}{3\sqrt{2}LB} \frac{W_0}{h}.$$
(13)

Подставляя (12), (13) в (11), получаем

$$\frac{\sigma_d}{\sigma_y} = \lambda = 1 + \zeta \left(\frac{W_0}{h}\right)^{1/q},\tag{14}$$

где

$$\zeta = \left(\frac{V_0 h}{3\sqrt{2} \, LBd}\right)^{1/q}.$$

Следовательно, динамический предел текучести σ_d определяется соотношением (14).

Коэффициенты уравнения (9) были определены с помощью сингулярного разложения. Получены следующие значения: C = 0.0749, $\alpha = 0.809$, $\beta = 0.489$, $\gamma = -0.284$. Таким образом, имеем следующую зависимость:

$$\frac{W_0}{h} = 0.0749 \left(\frac{H}{h}\right)^{0.809} \left(\frac{m\sqrt{gH}}{Ah\sqrt{\sigma_d\rho}}\right)^{0.489} \left(\frac{E\rho_w H^2 h}{\sigma_d m}\right)^{-0.284}.$$
(15)

На рис. 6 представлены теоретические (вычисленные по формуле (15)) и экспериментальные значения смещения центральной точки. Теоретические значения с достаточной точностью согласуются с экспериментальными значениями. В доверительном интервале зависимости (15) шириной 2 содержится 92 % экспериментальных точек, в доверительном интервале шириной 4 — 100 %.

В предложенном в данной работе методе анализа размерностей среднеквадратичная погрешность значительно меньше погрешности, полученной в результате расчетов с использованием других методов. Среднеквадратичную погрешность можно уменьшить, если при анализе размерностей использовать динамический предел текучести (табл. 4). Скорость деформации оказывает существенное влияние на среднеквадратичную погрешность.



Рис. 6. Теоретические (вычисленные с помощью соотношения (15)), экспериментальные значения прогиба в центральной точке пластины и доверительные интервалы для них (обозначения те же, что на рис. 5)

Таблица 4

Среднеквадратичная погрешность Δ при расчете прогиба пластин по аппроксимационным зависимостям

Материал	Δ		
	Расчет по зависимости (7)	Расчет по зависимости (15)	
Сталь	0,77	0,72	
Алюминий	1,21	1,22	

Заключение. В работе приведены экспериментальные данные о деформировании стальных и алюминиевых пластин под действием ударной волны, генерируемой в жид-кости. Приведенные экспериментальные данные можно использовать для определения зависимости смещения центральной точки пластины от параметров ударной волны. Из полученных результатов следует, что форма профиля деформируемой пластины зависит от свойств материала пластины, расстояния между молотом и ударником и от толщины пластины. Предложенный в работе метод анализа размерностей с использованием метода сингулярного разложения позволяет построить зависимость прогиба в центральной точке пластины меньше погрешности, возникающей при определения прогиба по зависимостям, предложенным ранее.

ЛИТЕРАТУРА

- Gerdooei M., Dariani B. M. Strain-rate-dependent forming limit diagrams for sheet metals // Proc. Inst. Mech. Engrs. Pt B. J. Engng Manufacture. 2008. V. 222, N 12. P. 1651–1659.
- Kim T., Kim H., Bae J., et al. Semi-solid die forging of al6061 wrought aluminium alloy with electromagnetic stirring // Proc. Inst. Mech. Engrs. Pt B. J. Engng Manufacture. 2008. V. 222, N 9. P. 1083–1095.

- Kosing O. E., Skews B. W. An investigation of high-speed forming of circular plates in a liquid shock tube // Intern. J. Impact. Engng. 1998. V. 21, N 9. P. 801–816.
- Safikhani R., Hashemi R., Assempour A. The strain gradient approach for determination of forming limit stress and strain diagrams // Proc. Inst. Mech. Engrs. Pt B. J. Engng Manufacture. 2008. V. 222, N 4. P. 467–483.
- Zheng T., Zhang S. H., Sorgente D., et al. Approach of using a ductile fracture criterion in deep drawing of magnesium alloy cylindrical cups under non-isothermal condition // Proc. Inst. Mech. Engrs. Pt B. J. Engng Manufacture. 2007. V. 221, N 6. P. 981–986.
- Babaei H. Prediction of deformation of circular plates subjected to impulsive loading using GMDH-type neural network // Intern. J. Engng. Trans. A: Basics. 2014. V. 27, N 10. P. 1635–1644.
- Astrom K. J., Eykhoff P. System identification a survey // Automatica. 1971. V. 7, N 2. P. 123–162.
- Nurick G. N., Martin J. B. Deformations of thin plates subjected to impulsive loading a review. 1. Theoretical considerations // Intern. J. Impact. Engng. 1989. V. 8, N 2. P. 159–170.
- Nurick G. N., Martin J. B. Deformation of thin plates subjected to impulsive loading a review. 2. Experimental studies // Intern. J. Impact. Engng. 1989. V. 8, N 2. P. 170–186.
- 10. Johnson W. Impact strength of materials. L.: Edward Arnold, 1972.
- 11. Jones N. Structural impact. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1989.
- Jacob N., Nurick G. N., Langdon G. S. The effect of stand-off distance on the failure of fully clamped circular mild steel plates subjected to blast loads // Engng Structures. 2007. V. 29, N 10. P. 2723–2736.
- Zhao Y. P. Suggestion of a new dimensionless number for dynamic plastic response of beams and plates // Arch. Appl. Mech. 1998. V. 68, N 7/8. P. 524–538.
- Gharababaei H., Nariman-Zadeh N., Darvizeh A. A simple modelling method for deflection of circular plates under impulsive loading using dimensionless analysis and singular value decomposition // J. Mech. 2010. V. 26, N 3. P. 355–361.
- Shen W. Q. Dynamic response of rectangular plates under drop mass impact // Intern. J. Impact. Engng. 1997. V. 19, N 3. P. 207–229.

Поступила в редакцию 10/II 2015 г., в окончательном варианте — 30/III 2015 г.