

УДК 539.3

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛИ ДЖОНСОНА — КУКА ДЛЯ ОПИСАНИЯ ПРОЦЕССОВ ДЕФОРМИРОВАНИЯ И РАЗРУШЕНИЯ ТИТАНОВЫХ СПЛАВОВ

А. Е. Бузюркин, И. Л. Гладкий\*, Е. И. Краус

Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН,  
630090 Новосибирск, Россия

\* Открытое акционерное общество “Авиадвигатель”, 614990 Пермь, Россия  
E-mails: buzjura@itam.nsc.ru, gladky@avid.ru, kraus@itam.nsc.ru

На основе экспериментальных данных построены зависимости напряжений от деформаций при динамическом нагружении для титановых сплавов ВТ6, ОТ4 и ОТ4-0, определены параметры модели Джонсона — Кука. Представлены результаты численного моделирования с использованием пакета LS-DYNA процессов деформирования и разрушения корпуса вентилятора при его высокоскоростном соударении с имитатором лопатки вентилятора.

Ключевые слова: деформация, разрушение, скорость деформации, модель Джонсона — Кука.

**Введение.** Одной из основных задач проектирования современных авиационных газотурбинных двигателей является обеспечение непробиваемости корпусов оторвавшимися фрагментами ротора.

При разрушении лопатки могут происходить вылет за пределы корпуса двигателя нелокализованных фрагментов лопатки, повреждение двигателя вследствие возникновения дисбаланса ротора и другие разрушения, вызванные попаданием в тракт двигателя осколков лопатки. Наиболее опасным является пробивание корпуса двигателя фрагментами, обладающими большой кинетической энергией. В результате этого может быть поврежден не только двигатель, но и само воздушное судно. Поэтому в нормативных технических документах содержится требование обязательной локализации в корпусах авиационных двигателей фрагментов, образующихся при разрушении рабочих лопаток турбомашин [1–3].

В настоящее время разработка надежных и точных методов оценки непробиваемости является одним из приоритетных направлений в мировом авиадвигателестроении. При построении этих методов используются результаты экспериментальных исследований и технологии трехмерного компьютерного моделирования. Для моделирования поведения материалов при динамическом нагружении могут быть использованы такие пакеты прикладных программ, как LS-DYNA или ABAQUS. Эти приложения требуют применения сложных моделей поведения материала, параметры которых зависят от вида напряженного состояния, скорости деформации и температуры. Для определения параметров и констант моделей поведения и критериев разрушения необходимо иметь экспериментальные данные о динамических свойствах материалов. Кроме того, для проверки адекватности применяемых моделей нужно провести ряд “модельных” натурных экспериментов. В данной

работе в качестве расчетной модели, позволяющей описать поведение исследуемых титановых сплавов, выбрана модель Джонсона — Кука [4, 5] с уравнением состояния в форме уравнения Ми — Грюнайзена [6].

**1. Модель Джонсона — Кука.** Г. Р. Джонсон и В. Кук, выполнив обработку экспериментальных данных для металлов, предложили модель, учитывающую деформационное упрочнение и зависимость напряжения от скорости деформирования и температуры [4, 5]:

$$\sigma = (A + B\bar{\varepsilon}^n)(1 + C \ln \dot{\varepsilon}^*)(1 - (T^*)^m), \quad T^* = \frac{T - T_0}{T_m - T_0}. \quad (1)$$

Здесь  $\bar{\varepsilon}^p$  — эффективная пластическая деформация;  $\dot{\varepsilon}^* = \dot{\varepsilon}^p / \dot{\varepsilon}_0$  — эффективная скорость пластической деформации;  $\dot{\varepsilon}_0 = 1 \text{ с}^{-1}$ ;  $A, B, n, C, m$  — зависящие от свойств материала константы, определяемые на основе экспериментальных данных;  $T_0, T_m$  — температура окружающей среды и температура плавления материала соответственно.

Процесс деформации разрушения определяется соотношением

$$\varepsilon^f = (D_1 + D_2 \exp(D_3 \sigma^*))(1 + D_4 \ln \varepsilon^*)(1 + D_5 T^*),$$

где  $D_i$  ( $i = 1, \dots, 5$ ) — параметры материала;  $\sigma^*$  — коэффициент жесткости напряженного состояния.

Модель разрушения описывает историю повреждения каждого элемента с помощью параметра повреждаемости  $D = \sum \frac{\Delta \bar{\varepsilon}^p}{\varepsilon^f}$ . Элемент разрушается при  $D \geq 1$ .

**2. Определение параметров модели Джонсона — Кука для титановых сплавов.** В ОАО “Авиадвигатель” создана экспериментальная установка для определения характеристик диссипации энергии материалов и конструкций корпуса вентилятора [7]. Проведены испытания кольцевых образцов корпуса вентилятора при ударе имитатором лопатки. Исследуемые корпуса вентиляторов были изготовлены из титановых сплавов ВТ6, ОТ4 и ОТ4-0. В табл. 1 приведены механические характеристики сплавов ВТ6, ОТ4, ОТ4-0 ( $E$  — модуль Юнга;  $\rho$  — плотность;  $\sigma_B$  — предел прочности;  $\sigma_{02}$  — условный предел текучести;  $\nu$  — коэффициент Пуассона;  $\delta$  — относительное удлинение при разрыве;  $\psi$  — относительное сужение) [8].

Для замыкания соотношения Джонсона — Кука необходимо знать константы  $A, B, n, C, m$ , определяемые на основе экспериментальных данных. Для описания деформации разрушения необходимо определить значения постоянных  $D_i, i = 1, \dots, 5$ . Поскольку экспериментальные данные о поведении исследуемых сплавов при высоких температурах отсутствовали, константы  $m$  и  $D_5$  не определялись.

2.1. *Определение постоянных  $A, B, n, C$ .* Так как проводится нестационарный расчет с изменением геометрии на каждом временном шаге при больших значениях деформаций, кривая деформирования должна быть построена в истинных напряжениях и деформациях. Первый множитель в модели Джонсона — Кука (1) можно аппроксимировать, зная координаты трех точек диаграммы истинное напряжение — истинная деформация. Согласно методике, предложенной в [9], выбираются следующие координаты этих точек:

Таблица 1

Механические характеристики сплавов ВТ6, ОТ4, ОТ4-0 [8]

Сплав	$E$ , ГПа	$\rho$ , г/см <sup>3</sup>	$\sigma_B$ , МПа	$\sigma_{02}$ , МПа	$\nu$	$\delta$ , %	$\psi$ , %
ВТ6	115	4,43	950 ÷ 1100	900	0,3	10 ÷ 13	35 ÷ 60
ОТ4	115	4,55	700 ÷ 900	550 ÷ 650	0,3	10 ÷ 20	34 ÷ 55
ОТ4-0	115	4,55	500 ÷ 650	500	0,3	25	30 ÷ 60

Таблица 2

Параметры для трехточечной аппроксимации диаграммы напряжение — деформация

Сплав	$\sigma_{п}$ , МПа	$\varepsilon_{п}$	$\sigma_{02}$ , МПа	$\varepsilon_{02}$	$S_k$ , МПа	$\varepsilon_k$
BT6	780	0,006 78	900	0,009 80	1214,0	0,356
OT4	500	0,004 35	600	0,007 20	984,6	0,430
OT4-0	400	0,003 48	500	0,006 35	750,0	0,510

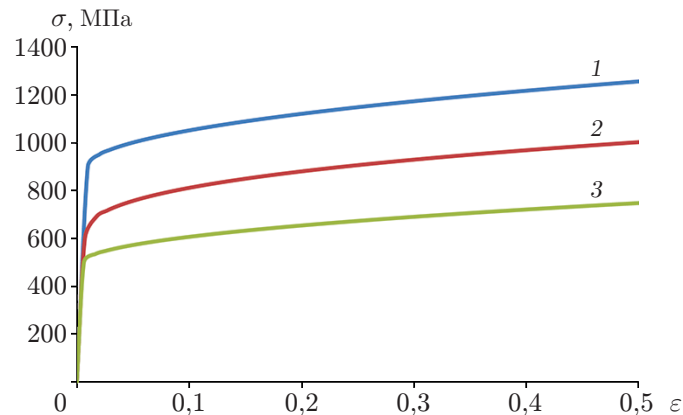


Рис. 1. Диаграммы напряжение — деформация для различных сплавов:

1 — BT6, 2 — OT4, 3 — OT4-0

( $\sigma_{п}, \varepsilon_{п} = \sigma_{п}/E$ ), ( $\sigma_{02}, \varepsilon_{02} = 0,002 + \sigma_{02}/E$ ), ( $S_k, \varepsilon_k$ ). Здесь  $\sigma_{п}$  — предел пропорциональности;  $\sigma_{02}$  — условный предел текучести (допуск на остаточную деформацию — 0,2 %);  $S_k$  — истинное сопротивление разрыву;  $\varepsilon_k$  — истинная деформация в момент разрыва. Согласно [10] истинные напряжение  $S_k$  и деформация  $\varepsilon_k$  в момент разрушения определяются по формулам

$$S_k = k \frac{\sigma_{в}}{1 - \psi_k}, \quad \varepsilon_k = \ln \frac{1}{1 - \psi_k},$$

где  $k$  — коэффициент разрушающей нагрузки;  $\psi_k$  — относительное сужение в момент отрыва. В табл. 2 приведены значения параметров для сплавов BT6, OT4 и OT4-0, использованные для трехточечной аппроксимации диаграммы напряжение — деформация.

Диаграммы поведения исследуемых сплавов в координатах истинное напряжение — истинная деформация представлены на рис. 1. Значения коэффициентов  $A$ ,  $B$ ,  $n$  приведены в табл. 3. Значения коэффициентов  $A$ ,  $B$ ,  $n$ , полученные для сплава BT6, хорошо согласуются с соответствующими значениями для титанового сплава Ti-6Al-4V [11–14].

Приведенные выше зависимости не учитывают изменение свойств материала при нагружении при изменении скорости деформирования. Второй множитель в выражении (1) учитывает влияние скорости деформации на предел текучести. Значение  $C$  определяется на основе экспериментальных данных путем аппроксимации линейной зависимости напряжения от скорости деформации в логарифмических координатах. Для сплава BT6 можно использовать значение  $C$  для его зарубежного аналога Ti-6Al-4V [11]. Что касается сплавов OT4 и OT4-0, то для определения значения  $C$  необходимо провести анализ расчетных данных о взаимодействии имитатора лопатки с корпусом.

2.2. *Определение постоянных  $D_1, D_2, D_3, D_4$ .* Значения параметров для BT6 приведены в работе [11], в которой выполнен наиболее подробный анализ механических свойств этого сплава. Согласно данным [11] зависимость накопленной пластической деформации

Таблица 3

Параметры модели пластичности Джонсона — Кука			
Сплав	$A$ , МПа	$B$ , МПа	$n$
BT6	900	509,75	0,506
OT4	600	528,00	0,386
OT4-0	500	353,90	0,508

Таблица 4

Параметры модели разрушения Джонсона — Кука			
Сплав	$D_1$	$D_2$	$D_3$
OT4	-0,995	1,450	-0,100
OT4-0	-1,157	1,685	-0,083

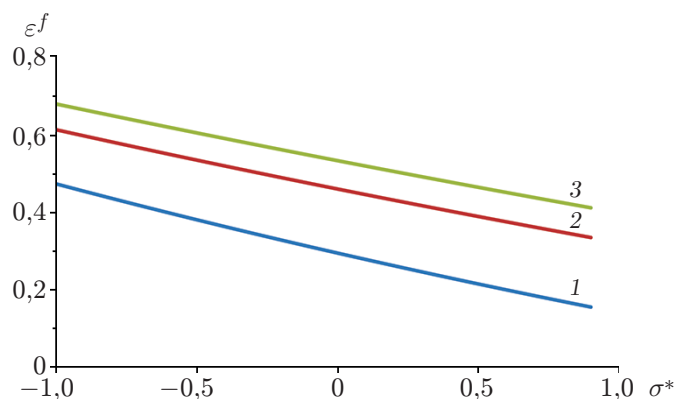


Рис. 2. Диаграммы пластичности для сплавов BT6 (1), OT4 (2) и OT4-0 (3)

разрушения  $\varepsilon^f$  от коэффициента жесткости напряженного состояния  $\sigma^*$  (диаграмма пластичности) для сплава BT6 имеет вид

$$\varepsilon^f = -0,81 + 1,18 \exp(-0,15\sigma^*).$$

В соответствии с экспериментальными данными истинные значения деформации разрушения сплавов BT6, OT4 и OT4-0 равны 0,35, 0,43 и 0,51 соответственно (см. табл. 2). Таким образом, деформация разрушения сплавов OT4 и OT4-0 больше деформации разрушения сплава BT6 в 1,2 и 1,4 раза соответственно. Следовательно, можно предположить, что диаграммы пластичности для сплавов OT4 и OT4-0 расположены выше диаграммы пластичности для сплава BT6. При пересчете коэффициентов модели разрушения для сплавов OT4 и OT4-0 получены значения, приведенные в табл. 4. Диаграммы пластичности для трех исследуемых сплавов приведены на рис. 2.

Значение  $D_4$  определяется на основе экспериментальных данных путем аппроксимации линейной зависимости деформации разрушения от скорости деформации. Для сплава BT6 значение  $D_4$  приведено в [11]. Для того чтобы определить значения  $D_4$  для сплавов OT4 и OT4-0, необходимо выполнить анализ расчетных данных о взаимодействии имитатора лопатки с корпусом.

**3. Исследование модельных испытаний кольцевых образцов корпуса вентилятора.** В табл. 5 приведены результаты модельных испытаний кольцевых образцов корпуса вентилятора, выполненных в ОАО “Авиадвигатель” ( $h$  — толщина стенки корпуса вентилятора;  $N$  — частота вращения;  $v_{res}$  — остаточная скорость;  $E_k$  — начальная кинетическая энергия) [7]. Результаты моделирования удара имитатора лопатки по корпусу с использованием пакета LS-DYNA приведены в табл. 6 ( $\Delta_v$ ,  $\Delta_E$  — относительные погрешности определения остаточной скорости и кинетической энергии соответственно). Имитатор моделировался титановым сплавом BT8M с помощью кусочно-линейной пластической модели. Для описания поведения материала корпуса вентилятора применялась модель Джонсона — Кука.

Таблица 5

Результаты модельных испытаний кольцевых образцов корпуса вентилятора

Сплав	$h$ , мм	$N$ , об/мин	$v_{res}$ , м/с	$E_k$ , кДж
ВТ6	5	14 720	69	8,08
ОТ4	2	11 800	202	5,19
ОТ4	6	11 800	0	5,19
ОТ4	8	11 800	0	5,19
ОТ4-0	6	14 980	0	8,37

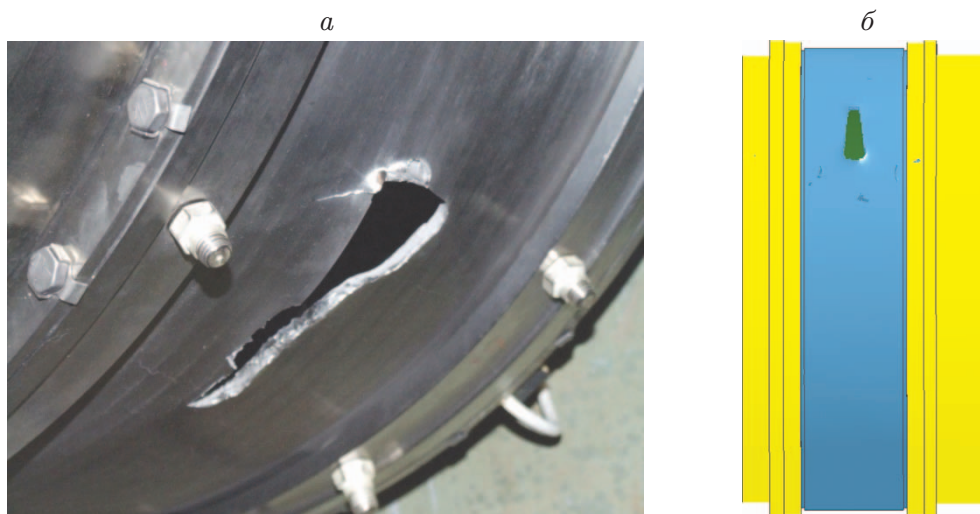
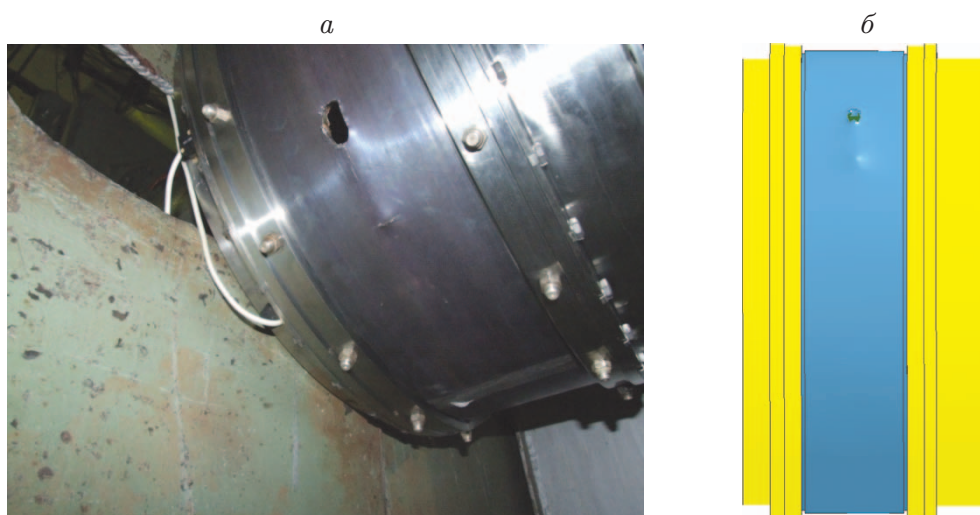
Таблица 6

Результаты моделирования удара имитатора лопатки по корпусу

Сплав	$C$	$D_4$	$h$ , мм	$v_{res}$ , м/с	$\Delta_v$ , %	$\Delta_E$ , %
ВТ6	0,03	-0,020	5	70,7	2,46	4,9
ОТ4	0,03	-0,020	2	206,0	1,90	3,8
ОТ4	0,03	-0,020	6	0	0	0
ОТ4	0,03	-0,020	8	0	0	0
ОТ4-0	0,05	0,024	6	0	—	—

С использованием данных [11] для описания поведения сплава ВТ6 в результате расчетов находим значение остаточной скорости 88 м/с, превышающее значение 69 м/с, полученное в эксперименте. По-видимому, это означает, что коэффициент, учитывающий деформационную составляющую модели Джонсона — Кука, занижен. Известно, что для большинства металлов увеличение скорости деформации приводит к увеличению сопротивления деформирования. В то же время согласно данным [11] с увеличением скорости деформации уменьшается деформация разрушения. Таким образом, подбирая коэффициенты  $C$  и  $D_4$  с целью учета свойств материала в зависимости от скорости деформации, получаем значения  $C = 0,03$ ,  $D_4 = -0,02$ . При таких параметрах остаточная скорость имитатора лопатки после пробития корпуса вентилятора составляет 70,7 м/с, а относительная погрешность определения этой скорости не превышает 3 %. Форма отверстия, пробитого имитатором лопатки в корпусе, согласуется с формой отверстия, полученного в эксперименте (рис. 3).

Для сплава ОТ4 проведено три эксперимента с различной толщиной стенки корпуса вентилятора при одной и той же скорости взаимодействия имитатора лопатки с ней. Выполнена серия расчетов при различных значениях параметров  $C$ ,  $D_4$  в случае пробития корпуса с толщиной стенки 2 мм. Несмотря на различие значений параметров  $C$ ,  $D_4$ , значение остаточной скорости одно и то же, при этом относительная погрешность определения остаточной скорости (по сравнению с экспериментальным значением) составляет 2 %. Хорошее соответствие значений остаточной скорости обусловлено малой толщиной стенки, при которой деформационное упрочнение не оказывает существенного влияния на поведение материала. Поэтому выбранные наборы параметров  $C$  и  $D_4$  проверялись при моделировании других экспериментов, в которых толщина стенки корпуса вентилятора составляла 6 и 8 мм. При толщине стенки корпуса 8 мм при использовании двух различных наборов параметров различия формы и размеров отверстий, пробитых имитаторами, оказались незначительными. В то же время расчеты для корпуса с толщиной стенки 6 мм показали, что более целесообразно использовать значения  $C = 0,03$  и  $D_4 = -0,02$ , при которых форма и размер пробитого отверстия лучше соответствуют экспериментальным данным (рис. 4).

Рис. 3. Результаты эксперимента (а) и расчетов (б) для сплава ВТ6 при  $h = 5$  ммРис. 4. Результаты эксперимента (а) и расчетов (б) для сплава ОТ4 при  $h = 6$  мм

В результате расчетов для сплава ОТ4-0 при найденных выше параметрах модели Джонсона — Кука (см. табл. 3, 4) и значениях  $C = 0,016$ ,  $D_4 = -0,012$  получено значение остаточной скорости пробившего корпус имитатора, равное 97,3 м/с. В эксперименте имитатор не пробил корпус, и его остаточная скорость равна нулю. В результате расчета при значениях деформационных параметров  $C = 0,05$ ,  $D_4 = 0,024$  получено значение остаточной скорости ударника, равное 10 м/с, при этом имитатор не вылетает за пределы корпуса вентилятора (рис. 5). Наблюдается качественное соответствие форм отверстий в расчете и эксперименте. Однако, по-видимому, в расчете пластичность материала завышена, поскольку при ударе толстым концом имитатор пробивает в корпусе трещину. В численных расчетах эта трещина отсутствует.

Результаты анализа приведенных данных позволяют сделать вывод, что найденные значения параметров модели Джонсона — Кука и коэффициенты модели разрушения адекватно описывают имеющиеся экспериментальные данные.

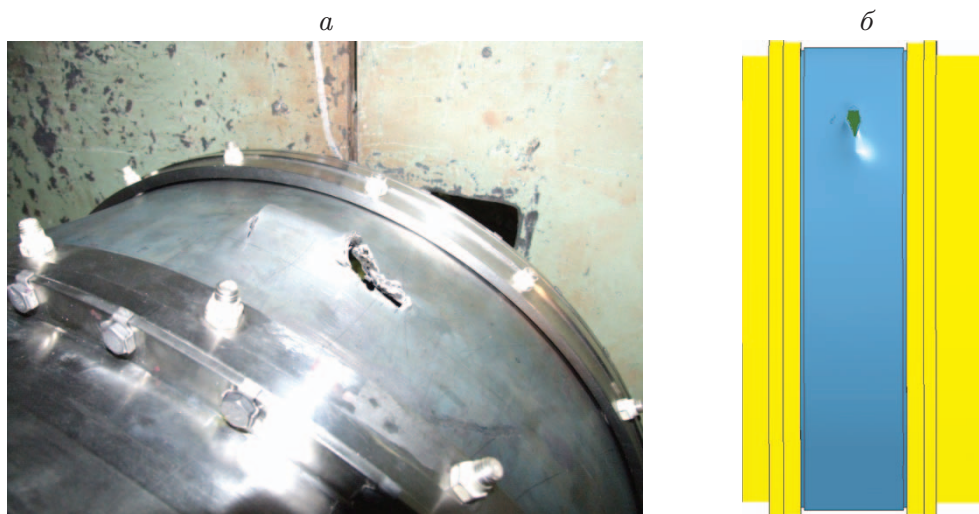


Рис. 5. Результаты эксперимента (а) и расчетов (б) для сплава ОТ4-0 при  $h = 6$  мм

**Заключение.** В работе проведены анализ и верификация математических соотношений, описывающих деформирование и разрушение корпуса вентилятора при высокоскоростном соударении с имитатором лопатки вентилятора.

На основе имеющихся экспериментальных данных построены зависимости напряжений от деформаций при квазистатическом нагружении для трех титановых сплавов ВТ6, ОТ4 и ОТ4-0, применяющихся при изготовлении корпусов вентиляторов авиационных двигателей.

Определены параметры модели Джонсона — Кука для исследуемых сплавов. Представлены результаты численного моделирования с использованием пакета LS-DYNA взаимодействия имитатора лопатки с корпусом вентилятора.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **Federal** aviation administration. Airworthiness standards: Aircraft engine standards for engine life-limited parts. Pt 33. 18.07.1990.
2. **European** aviation safety agency. Certification specifications for engines. CS-E. 10.12.07.
3. **Ножницкий Ю. А.** Нормы прочности авиационных газотурбинных двигателей гражданской авиации. 6-е изд. М.: Центр. ин-т авиац. моторостроения им. П. И. Баранова, 2004.
4. **Johnson G. R., Cook W. N.** A constitutive model and data for metals subjected to large strains. High rates and high temperatures // Proc. of the 7th Intern. symp. on ballistics, Hague (Netherlands), 19–21 Apr. 1983. Hague: Roy. Inst. of Engrs in the Netherlands, 1983. P. 541–547.
5. **Johnson G. R., Cook W. N.** Fracture characteristics of three metals subjected to various strains, strain rates, temperatures, and pressures // Engng Fract. Mech. 1985. V. 21, N 1. P. 31–48.
6. **Hallquist J. O.** LS-DYNA: Theoretical manual. Livermore: Livermore Software Technol. Corp., 1998.
7. **Гладкий И. Л., Березин Р. И.** Экспериментальное определение стойкости к ударному воздействию материалов, применяющихся в корпусах вентиляторов газотурбинных двигателей // Изв. Сам. науч. центра РАН. 2012. Т. 14, № 4/5. С. 1359–1362.
8. **Ильин А. А.** Титановые сплавы. Состав, структура, свойства: Справ. / А. А. Ильин, Б. А. Колачев, И. С. Польшкин. М.: Всерос. ин-т легких сплавов: Моск. авиац. технол. ин-т, 2009.

9. **Гладкий И. Л.** Оценка последствий разрушения элементов роторов газотурбинных двигателей в процессе испытаний и эксплуатации: Дис. ... канд. техн. наук. Пермь, 2004.
10. **Биргер И. А.** Сопротивление материалов: Учеб. пособие / И. А. Биргер, Р. Р. Мавлютов. М.: Наука, 1986.
11. **Hammer J. T.** Plastic deformation and ductile fracture of Ti-6Al-4V under various loading conditions: Master's thesis ed. Columbus: Ohio State Univ., 2012.
12. **Khan A. S., Suh Y. S., Kazmi R.** Quasi-static and dynamic loading responses and constitutive modeling of titanium alloys // Intern. J. Plasticity. 2004. V. 20, N 12. P. 2233–2248.
13. **Lesuer D.** Experimental investigations of material models for Ti-6Al-4V titanium and 2024-T3 aluminum. Washington, 2000. (Rep. / U.S. Dep. of Transport. Federal Aviat. Admin.; DOT/FAA/AR-00/25).
14. **Константинов А. Ю.** Экспериментально-расчетное исследование поведения конструкционных материалов под действием динамических нагрузок: Дис. ... канд. техн. наук. Новгород, 2007.

*Поступила в редакцию 24/II 2014 г.*

---