УДК 532.135:538.569

ВЯЗКОСТЬ РАЗБАВЛЕННОЙ СУСПЕНЗИИ В ВЫСОКОЧАСТОТНОМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ

Ф. Л. Саяхов, А. Д. Галимбеков

Башкирский государственный университет, 450074 Уфа

С использованием статистической механики исследуется воздействие высокочастотного электромагнитного поля на разбавленную суспензию сферических частиц с постоянным дипольным моментом. Получено выражение для эффективной вязкости. Показано, что коэффициент сдвиговой вязкости разбавленной суспензии зависит от частоты, величины и направления высокочастотного электромагнитного поля. В зависимости от частоты высокочастотного электромагнитного поля вращение частиц суспензии тормозится или ускоряется, при этом вязкость соответственно увеличивается или уменьшается. Показано, что ускорение частиц суспензии высокочастотным электромагнитным полем (и соответственно уменьшение сдвиговой вязкости) имеет резонансный характер.

Изучению поведения суспензий в квазистационарных электромагнитных полях посвящено большое количество работ [1–4], однако эти исследования не являются полными, так как охватывают узкую часть спектра электромагнитного излучения. Представляет интерес изучение поведения суспензий в электромагнитных полях высокочастотного диапазона (10^6–10^9 Гц), которые в отличие от квазистационарных полей обладают рядом особенностей. Так, необходимо учитывать, что такие термо- и гидродинамические величины, как скорость жидкости, ее плотность, температура, давление и др., изменяются намного медленнее, чем векторы напряженностей электрического и магнитного полей. Это означает, что период колебаний высокочастотного электромагнитного поля (ВЧ ЭМП) значительно меньше не только характерного времени задачи $t_0 = L/u$ (L, u — характерные размер и скорость задачи), но и характерного времени, необходимого для изменения механизма таких явлений, как вязкость и теплопроводность. Следовательно, термогидродинамическое состояние малого элемента среды не может существенно измениться за период колебаний ВЧ ЭМП, поэтому, очевидно, состояние среды целесообразно характеризовать осредненными за период колебаний ВЧ ЭМП значениями термо- и гидродинамических величин. Следует отметить, что исследования в данном диапазоне частот применительно к суспензиям практически не проводились.

В данной работе будем использовать результаты монографии [1], посвященной изучению поведения разбавленных суспензий в квазистационарных электромагнитных полях, которые обобщим на случай высокочастотного электромагнитного воздействия.

Предположим, что ВЧ ЭМП является однородным. Это означает, что длина волны в среде должна быть больше характерных размеров задачи: $\lambda \gg L$ ($\lambda = c\sqrt{\varepsilon'}/\nu$ — длина волны; c — скорость света в вакууме; ν — частота ВЧ ЭМП; ε' — вещественная диэлектрическая проницаемость среды). Отсюда следует ограничение на частоту ВЧ ЭМП $\nu \ll c\sqrt{\varepsilon'}/L$. Так, при размерах канала порядка 0,1 м $\nu \ll 10^9$ Гц и $\nu \approx 10^6 \div 10^8$ Гц.

Будем считать течение изотермическим, т. е. будем пренебрегать тепловыми источниками, возникающими при воздействии ВЧ ЭМП на разбавленную суспензию.

Рассмотрим суспензию частиц сферической формы, обладающих постоянным дипольным моментом μ. Для определенности положим, что частицы обладают электрическим дипольным моментом и, следовательно, испытывают воздействие вектора напряженности электрического поля. Полученные результаты при соответствующей замене обозначений справедливы и для суспензии частиц с магнитным диполем.

С учетом сказанного выше представим однородное ВЧ ЭМП в виде [1, 5]

$$\boldsymbol{E} = E_0\boldsymbol{h} = E_0 \exp{(i\omega t)}\boldsymbol{h}_0, \tag{1}$$

где E_0 — амплитуда вектора напряженности электрического поля; i — мнимая единица; ω — круговая частота ВЧ ЭМП; t — время; $\boldsymbol{h} = \boldsymbol{h}_0 \exp{(i\omega t)}$ — вектор в направлении поля; $\boldsymbol{h}_0$ — единичный вектор, направленный вдоль оси, относительно которой колеблется вектор напряженности ВЧ ЭМП. Введем углы в сферической системе координат, определяющие направления поля, по формулам

$$h_{01} = \cos\psi\sin\theta, \qquad h_{02} = \sin\psi\sin\theta, \qquad h_{03} = \cos\theta, \tag{2}$$

где ψ, θ — широта и долгота соответственно.

Согласно [1] выражение для тензора напряжений имеет вид

$$\sigma_{ik} = -p\delta_{ik} + 2\eta_0(1 + 5\varphi/2)\gamma_{ik} + n\mu(\overline{\langle e_i\rangle E_k} - \overline{\langle e_k\rangle E_i})/2. \tag{3}$$

(Следует отметить, что в [1] рассмотрены квазистационарные поля, поэтому, как отмечалось выше, выражение для тензора напряжений необходимо осреднить по периоду колебаний ВЧ ЭМП.) В (3) черта вверху означает осреднение по периоду колебаний ВЧ ЭМП; p — давление; η_0 — сдвиговая вязкость жидкости, в которой взвешены частицы; φ — объемная доля твердой фазы; $\gamma_{ik} = (\partial v_i/\partial x_k + \partial v_k/\partial x_i)/2$ — симметричный тензор градиентов скорости; v_i — скорость жидкости; δ_{ik} — символ Кронекера; n — число частиц; $\langle e_k\rangle$ — момент функции распределения первого порядка.

В рассматриваемом случае дипольных сферических частиц моменты функции распределения определяются уравнениями [1]

$$\frac{d\langle e_k\rangle}{dt} = -\frac{1}{\tau_1}\langle e_k\rangle + \omega_{kj}\langle e_j\rangle + D\text{æ}(h_k - \langle e_k e_j\rangle h_j); \tag{4}$$

$$\frac{d\langle e_i e_k\rangle}{dt} = -\frac{1}{\tau_2}\Big(\langle e_i e_k\rangle - \frac{1}{3}\delta_{ik}\Big) + \omega_{ij}\langle e_j e_k\rangle + \omega_{kj}\langle e_j e_i\rangle + \\ + D\text{æ}(\langle e_i\rangle h_k + \langle e_k\rangle h_i - 2\langle e_i e_k e_j\rangle h_j) \tag{5}$$

и т. д. Здесь $\tau_\alpha = 1/(\alpha(\alpha+1)D)$ — времена релаксации; $\alpha = 1, 2, \ldots$; D — коэффициент вращательной диффузии; $\omega_{ik} = (\partial v_i/\partial x_k - \partial v_k/\partial x_i)/2$ — антисимметричный тензор градиентов скорости; $\text{æ} = \mu E_0/(kT)$; k — универсальная постоянная Больцмана; T — абсолютная температура суспензии; $\langle e_i e_k\rangle$, $\langle e_i e_k e_j\rangle$ — моменты функции распределения второго и третьего порядка соответственно.

Для решения системы уравнений (1), (3)–(5) воспользуемся тем обстоятельством, что времена релаксации уменьшаются с увеличением номера момента ($\tau_1 > \tau_2 > \tau_3 > \ldots$). Следовательно, для любого движения можно найти такой номер, при котором соответствующий момент можно принять равным его равновесному значению в заданном поле, тогда можно вычислить моменты низких порядков. Самое простое приближение можно получить, если момент второго порядка положить равным его равновесному значению в ВЧ ЭМП. Тогда выражения для равновесных значений моментов функции распределения первого $\langle e_i\rangle_0$ и второго $\langle e_i e_k\rangle_0$ порядка имеют вид [1]

$$\langle e_i\rangle_0 = L_1 h_i, \qquad \langle e_i e_k\rangle_0 = (1 - L_2)\delta_{ik}/2 + (3L_2 - 1)h_i h_k/2, \tag{6}$$

где $L_1 = \operatorname{cth} æ - æ^{-1}$ — функция Ланжевена; $L_2 = 1 - 2æ^{-1} L_1$. Отсюда находим $\langle e_k e_i \rangle_0 h_i = h_k - 2æ^{-1} \langle e_k \rangle_0$. Подставляя это выражение в (4), получим релаксационное уравнение в первом приближении

$$\frac{d\langle e_k \rangle}{dt} = -\frac{1}{\tau_1}(\langle e_k \rangle - \langle e_k \rangle_0) + \omega_{kj} \langle e_j \rangle. \qquad (7)$$

Таким образом, для вычисления тензора напряжений (3) необходимо знать момент первого порядка, который определяется уравнением (7).

Для ВЧ ЭМП $\boldsymbol{E}$ (1) с учетом $\langle e_i \rangle_0 = L_1 h_i$ (6) и $\boldsymbol{h} = \boldsymbol{h}_0 \exp(i\omega t)$ решение следует искать в виде $\langle e_k \rangle \sim \exp(i\omega t)$. Тогда уравнение (7) запишется в виде

$$i\omega \langle e_k \rangle = -(\langle e_k \rangle - \langle e_k \rangle_0)/\tau_1 + \omega_{kj} \langle e_j \rangle. \qquad (8)$$

В случае, когда учитываются члены только первого порядка по ω_{kj}, решение уравнения (8) имеет вид (индекс 1 опускается)

$$\langle e_k \rangle = \langle e_k \rangle_0/(1 + i\omega\tau) + \omega_{kj} \tau \langle e_j \rangle_0/(1 + i\omega\tau)^2.$$

Далее, подставляя данное решение в выражение (3), произведем осреднение по периоду колебаний ВЧ ЭМП с помощью метода, предложенного в [5]. Для этого рассмотрим отдельно член

$$\overline{\langle e_i \rangle E_k} = \frac{\langle e_i \rangle + \langle e_i \rangle^*}{2} \, \frac{E_k + E_k^*}{2} = \frac{\langle e_i \rangle^* E_k + \langle e_i \rangle E_k^*}{4} =$$
$$= \frac{L_1}{4}\Big(\frac{h_i^* h_k E_0}{1 - i\omega\tau} + \frac{h_i h_k^* E_0^*}{1 + i\omega\tau} + \omega_{ij}\tau\Big(\frac{h_j^* h_k E_0}{(1 - i\omega\tau)^2} + \frac{h_j h_k^* E_0^*}{(1 + i\omega\tau)^2}\Big)\Big)$$

(звездочкой обозначено комплексное сопряжение).

Общее осредненное по периоду колебаний ВЧ ЭМП выражение для тензора напряжений принимает вид

$$\sigma_{ik} = -p\delta_{ik} + 2\eta_0\Big(1 + \frac{5}{2}\,\varphi\Big)\gamma_{ik} + \frac{1}{8}\, n\mu L_1\Big(\frac{h_i^* h_k E_0}{1 - i\omega\tau} + \frac{h_i h_k^* E_0^*}{1 + i\omega\tau} - \frac{h_k^* h_i E_0}{1 - i\omega\tau} - \frac{h_k h_i^* E_0^*}{1 + i\omega\tau} +$$
$$+ \omega_{ij}\tau\Big(\frac{h_j^* h_k E_0}{(1 - i\omega\tau)^2} + \frac{h_j h_k^* E_0^*}{(1 + i\omega\tau)^2}\Big) - \omega_{kj}\tau\Big(\frac{h_j^* h_i E_0}{(1 - i\omega\tau)^2} + \frac{h_j h_i^* E_0^*}{(1 + i\omega\tau)^2}\Big)\Big). \qquad (9)$$

Для ВЧ ЭМП $\boldsymbol{E}$ (1) со свойствами $h_{0j} = h_{0j}^*$ полагая $E_0 = E_0^*$ и учитывая, что для сферических частиц $\tau = 3\varphi\eta_0/(nkT)$, реальную часть выражения (9) запишем в виде

$$\sigma_{ik} = -p\delta_{ik} + 2\eta_0\Big(1 + \frac{5}{2}\,\varphi\Big)\gamma_{ik} + \frac{3}{4}\,\varphi æ L_1\, \frac{1 - \omega^2\tau^2}{(1 + \omega^2\tau^2)^2}(\omega_{ij} h_{0j} h_{0k} - \omega_{kj} h_{0j} h_{0i}).$$

Рассмотрим простое сдвиговое движение ($\nu_{12} \neq 0$, $\nu_{ij} = \partial v_i/\partial x_j$ — тензор градиентов скорости) с произвольным направлением колебаний ВЧ ЭМП. Выражение для эффективной сдвиговой вязкости имеет вид

$$\eta = \eta_0 + \eta_0\varphi\Big(\frac{5}{2} + \frac{3}{4}\, æ L_1\, \frac{1 - \omega^2\tau^2}{(1 + \omega^2\tau^2)^2}(h_{01}^2 + h_{02}^2)\Big).$$

Введя по формулам (2) углы, определяющие направление колебаний ВЧ ЭМП, окончательно получим

$$\eta = \eta_0 + \eta_0\varphi\Big(\frac{5}{2} + \frac{3}{4}\, æ L_1\, \frac{1 - \omega^2\tau^2}{(1 + \omega^2\tau^2)^2} \sin^2\theta\Big). \qquad (10)$$

Анализ выражения (10) показывает, что в зависимости от частоты ВЧ ЭМП эффективная сдвиговая вязкость суспензии может быть больше или меньше вязкости без воздействия ВЧ ЭМП. Возможны следующие случаи:

1. $\omega\tau < 1$. При увеличении интенсивности ВЧ ЭМП эффективная сдвиговая вязкость увеличивается. Это объясняется тем, что при данных частотах ВЧ ЭМП затормаживает вращение частиц суспензии, а это всегда приводит к увеличению вязкости.

2. $\omega\tau = 1$. Вязкость не зависит от воздействия ВЧ ЭМП.

3. $\omega\tau > 1$. При увеличении интенсивности ВЧ ЭМП сдвиговая вязкость уменьшается, причем имеется критическая частота $\omega_* = \tau^{-1}\sqrt{3}$, при которой эффективная вязкость минимальна, что свидетельствует о резонансном характере воздействия. При данных частотах ВЧ ЭМП ускоряет вращение частиц суспензии, что и приводит к уменьшению вязкости.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Покровский В. Н.** Статистическая механика разбавленных суспензий. М.: Наука, 1978.
2. **Шлиомис М. И.** Эффективная вязкость магнитных суспензий // Журн. эксперим. и теорет. физики. 1971. Т. 61, вып. 12. С. 2411–2418.
3. **Мозговой Е. Н., Блум Э. Я., Цеберс А. О.** Течение ферромагнитной жидкости в магнитном поле // Магнит. гидродинамика. 1973. № 1. С. 61–67.
4. **Цеберс А. О.** Течение дипольных жидкостей во внешних полях // Магнит. гидродинамика. 1974. № 4. С. 3–18.
5. **Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.** Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982.

Поступила в редакцию 30/I 2002 г.