

## ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ НОРМАЛЬНО ПАДАЮЩЕЙ УДАРНОЙ ВОЛНЫ СО СЛОЕМ ПОРИСТОГО МАТЕРИАЛА, РАСПОЛОЖЕННЫМ НА ТВЕРДОЙ СТЕНКЕ

А. В. Фёдоров, И. А. Федорченко

Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН, 630090 Новосибирск  
fedorov@itam.nsc.ru

На основе двух математических моделей проведены исследования взаимодействия падающей ударной волны со слоем пористого материала, расположенного около твердой стенки. Слой моделируется смесью твердой и газообразной фаз и рассматривается на основе уравнений механики равновесной гетерогенной среды с учетом давления только газа, а также на основе модели двух сжимаемых сред с равными парциальными давлениями компонентов. Проведена верификация используемых подходов посредством сопоставления результатов численных расчетов с данными эксперимента.

Ключевые слова: ударные волны, гетерогенные среды, уравнение состояния смеси.

### ВВЕДЕНИЕ

Проблема взаимодействия ударной волны со слоем пористого материала, покрывающего твердую поверхность, имеет много важных приложений, в том числе в вопросах взрыво- и пожаробезопасности на промышленных предприятиях, снижения рисков разрушения зданий и сооружений при воздействии на них ударных волн, возникающих в результате взрывов разной природы.

Ранее модель равновесной механики гетерогенных сред с уравнением состояния квазигаса использовалась авторами для описания ударно-волновых процессов в смесях газа и частиц [1, 2]. Результаты расчетов были верифицированы на основе экспериментальных данных по нормальному и продольному взаимодействию ударной волны со слоем полистирола [3], а также по взаимодействию проходящей ударной волны с частицами сажи, лежащими на дне ударной трубы [4]. Получено хорошее соответствие параметров по распределению давления на торце и дне трубы.

Модель двух сжимаемых изотермических сред с равными давлениями и скоростями фаз применялась в работах [5, 6] для решения задачи о разлете сжатой стратифицированной среды. Исследовался распад разрыва, возникающий в результате разрушения диафрагмы между камерой высокого давления, в которой в на-

чальный момент времени находился стратифицированный слой вещества (песка, плексиглаза), и камерой низкого давления, заполненной газом. Сопоставление с имеющимися экспериментальными данными показало, что модель удовлетворительно описывает поведение давления во фронте ударной волны, давления в волне сжатия и время запаздывания. Ранее данная задача решалась в рамках неравновесного по скоростям и температурам подхода с общим давлением смеси, равным давлению газа [7], с использованием уравнения состояния квазигаса. Была проанализирована структура волны разрежения, распространяющейся в чистый газ, и даны количественные оценки ее затухания.

Применение уравнений состояния различного типа для моделирования процессов в гомогенных и гетерогенных средах является актуальным вопросом современной механики. Поскольку корректное описание движения смесей в широком диапазоне концентраций твердой фазы существенно зависит от выбора уравнения состояния, верификация и тестирование его видов представляются важной задачей.

В настоящей работе приведены результаты расчета задачи о взаимодействии ударной волны со слоем пористого полиэтилена. Используются два подхода к моделированию: первый включает уравнения гетерогенной механики равновесной смеси без учета сжимаемости твердого компонента, второй основан на модели изотермической смеси со сжимаемой твер-

Работа выполнена в рамках проекта № 1.1 специализированного отделения РАН (механика), а также интегрированного проекта № 60 СО РАН.

дой фазой. С целью верификации моделей для описания данного класса задач результаты моделирования сопоставлены с экспериментальными данными [8].

## ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

### Равновесная модель механики гетерогенных сред, несжимаемая твердая фаза

При небольших объемных концентрациях дисперсной фазы и размерах включений можно пренебречь разностью скоростей и температур газовой и твердой фаз, т. е. не рассматривать релаксационные процессы в смеси. В этом случае реализуется упрощенная модель, описывающая равновесное течение гетерогенной смеси. При этом предполагается, что скорости и температуры фаз равны, и в рассмотрение, как обычно, вводятся плотность, скорость и энергия смеси в целом:

$$\rho = \rho_1 + \rho_2 = m_1 \rho_{11} + m_2 \rho_{22}, \quad u = u_1 = u_2,$$

$$T = T_1 = T_2, \quad \rho e = \rho_1 e_1 + \rho_2 e_2.$$

Здесь  $\rho_i = \rho_{ii} m_i$  — средняя плотность  $i$ -й фазы,  $\rho_{ii}$  — истинная плотность  $i$ -й фазы,  $m_i$  — объемная концентрация  $i$ -й фазы,  $u_i$ ,  $T_i$ ,  $e_i$  — скорость, температура и внутренняя энергия  $i$ -й фазы,  $i = 1$  соответствует газовой фазе,  $i = 2$  — твердой (дисперсной) фазе,  $\rho$  — плотность смеси,  $u$  — скорость смеси. Равновесная модель механики гетерогенных сред в одномерном приближении представляет собой систему уравнений, записанную для приведенных параметров смеси и дополненную уравнением для объемной концентрации твердой фазы и уравнением состояния смеси:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} = 0,$$

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial \rho u^2 + p}{\partial x} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u E + p u)}{\partial x} = 0,$$

$$\frac{\partial m_2}{\partial t} + \frac{\partial m_2 u}{\partial x} = 0, \quad p = RT \frac{\xi_1 \rho}{1 - m_2},$$

где  $p$  — давление смеси,  $\xi_1 = \rho_1 / \rho = \rho_{11} m_1 / \rho$  — относительная массовая концентрация газа,  $\xi_2 = \rho_2 / \rho = \rho_{22} m_2 / \rho$  — относительная массовая концентрация частиц,  $R$  — газовая постоянная,  $E$  — полная энергия смеси.

Система (1) описывает равновесное течение невязкой нетеплопроводной смеси газа и твердых частиц.

### Односкоростная изотермическая модель течения, частицы сжимаемые

Математическая модель равновесной механики двух сжимаемых гетерогенных сред в изотермическом приближении состоит из следующей системы законов сохранения масс компонентов и импульса для смеси в целом:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} = 0,$$

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial \rho u^2 + p}{\partial x} = 0. \quad (2)$$

Уравнение состояния для смеси в целом получается в предположении, что давления в фазах выравниваются быстро по сравнению с развитием газодинамического процесса. Для этого из условия равенства давлений компонентов необходимо найти зависимость объемной концентрации одной из фаз от средней плотности смеси. Подставляя его, например, в уравнение состояния первого компонента, получим искомое уравнение:

$$p = \frac{\rho_1}{1 - m_2^e} - 1,$$

$$m_2^e = - \frac{\rho_1 - 1 + a^2(\bar{\rho} + \rho_2)}{2(1 - a^2 \bar{\rho})} - \frac{\sqrt{(\rho_1 - 1 + a^2(\bar{\rho} + \rho_2))^2 + 4(1 - a^2 \bar{\rho})a^2 \rho_2}}{2(1 - a^2 \bar{\rho})}, \quad (3)$$

$$a^2 = \frac{a_2^2}{a_1^2}, \quad \bar{\rho} = \frac{\rho_{22,0}}{\rho_{11,0}}.$$

Здесь парциальные уравнения состояния фаз являются линейными функциями истинных плотностей;  $m_2^e$  — равновесная объемная концентрация твердой фазы,  $a_i$  — скорость звука в  $i$ -й фазе.

## ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ, НАЧАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ И ПАРАМЕТРЫ ТЕЧЕНИЯ, МЕТОД РАСЧЕТА

Задача о взаимодействии падающей на слой плотного пористого материала ударной волны (УВ) решается в одномерной нестационарной постановке.

Пусть в ударной трубе на правом торце расположен слой пористого полиэтилена толщиной  $h$  при нормальных условиях (см. схему течения на рис. 1). Слева направо по чистому газу распространяется УВ. В этом случае физическая задача об определении поля течения в ударной трубе сводится к решению начально-краевой задачи для одной из систем уравнений — (1) или (2), (3). Численное решение получено методом СР [9]. Начальные условия для расчетов взяты из экспериментальной работы [8]. Толщина слоя полиэтилена в эксперименте [8] составляла  $h = 54$  мм, число Маха падающей ударной волны —  $M = 1.55$ , давление перед ударной волной —  $10^5$  Па, плотность слоя —  $33.2$  кг/м<sup>3</sup>. Исходя из этих данных с учетом того, что истинная плотность полиэтилена равна  $\rho_{22} = 916$  кг/м<sup>3</sup>, была рассчитана начальная объемная концентрация полиэтилена в слое:  $m_2 = 0.035$ . Таким образом, концентрация газовой фазы  $m_1 = 0.965$ . Эта величина хорошо согласуется со значением пористости, заданной в работе [8]:  $0.97 \pm 0.01$ .

Используемый метод СР [9] ранее был протестирован в работах [2, 3] и показал определенные преимущества по сравнению с другими высокоточными методами для расчета задач, включающих контактные границы и сильные разрывы, а также их взаимодействие. Про-

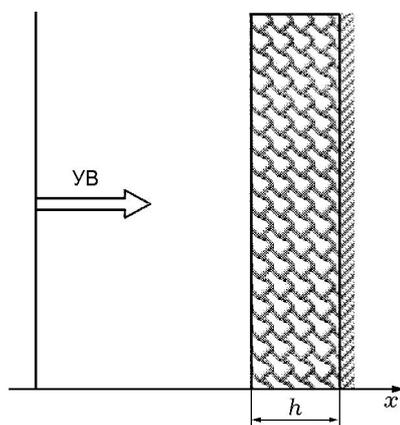


Рис. 1. Постановка задачи

верка сходимости расчетов, выполненная путем вычислений на последовательности сгущающихся сеток, свидетельствует об удовлетворительной работоспособности метода.

## РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА

### Равновесная модель механики гетерогенных сред с несжимаемой конденсированной фазой

В расчетах исследовалась волновая структура течения, возникающая при падении УВ на торец трубы, защищенный образцом пористого полиэтилена. На рис. 2 приведено реализующееся распределение давления в пространстве в различные моменты времени. В первый представленный момент времени  $t = 0.3$  мс в результате взаимодействия падающей УВ с контактной границей слоя формируются УВ, проходящая в образец, и УВ, отраженная в воздух. Далее прошедшая в слой УВ отражается от стенки, создавая за собой зону повышенного давления ( $t = 0.6$  мс). Фронт отраженной волны движется от торца и вновь взаимодействует с контактной границей слоя, которая находится теперь ближе к торцу трубы. В результате отраженная УВ частично выходит в воздух, догоняя ранее отраженную УВ ( $t = 0.9$  мс), а частично отражается волной разрежения. Верев волн разрежения также претерпевает последовательные отражения от твердой стенки и контактной границы, и, таким об-

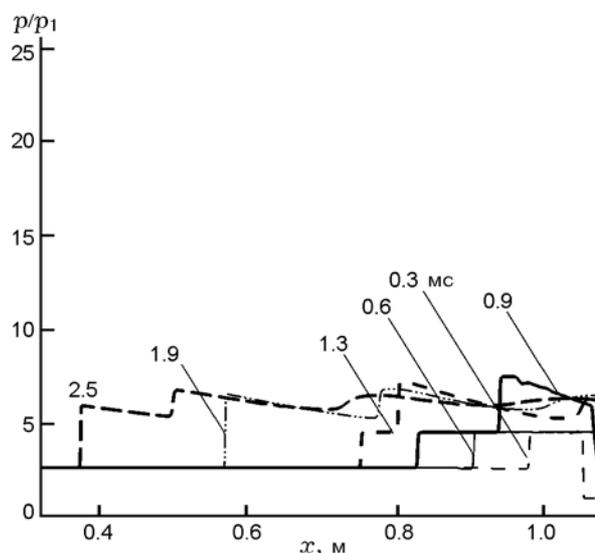


Рис. 2. Распределение давления в пространстве в различные моменты времени

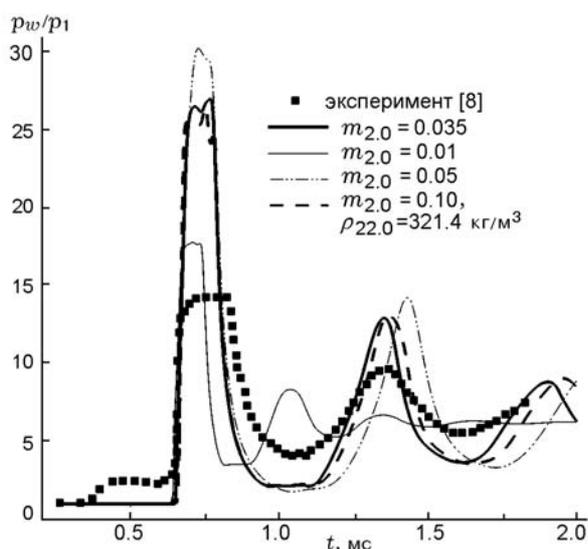


Рис. 3. Распределение давления на торце трубы

разом, формируется затухающий колебательный процесс. Этот процесс наглядно показан на рис. 3, где приведены экспериментальное [8] (символы) и расчетные (линии) распределения давления на стенке ( $p_w$ ) при различных концентрациях твердого компонента.

Значение  $m_{2,0} = 0.035$ , соответствующее экспериментальной величине, далее будем называть базовым, распределение давления при этом значении  $m_{2,0}$  представлено толстой сплошной линией на рис. 3. Из сравнения результатов расчетов для меньшей ( $m_{2,0} = 0.01$  — тонкая сплошная линия) и большей ( $m_{2,0} = 0.05$  — штрихпунктирная линия) концентраций дисперсной фазы видно, что с увеличением концентрации частиц в слое максимум давления и период его колебаний растут. Если сравнить эти результаты с результатами моделирования при исходном значении плотности слоя  $33.2 \text{ кг/м}^3$ , но меньшем значении истинной плотности частиц (пунктирная линия), то можно сделать вывод, что при уменьшении истинной плотности частиц  $\rho_{22,0}$  максимальное давление на стенке понижается, несмотря на более высокую концентрацию дисперсной фазы. Тем самым коэффициент усиления давления в смеси с менее плотными частицами ниже, чем с более плотными.

На рис. 4 приведено сопоставление траекторий контактной границы, полученных экспериментально и численно. Расчет выполнен при различных значениях концентрации частиц. Для базовой концентрации  $m_{2,0} = 0.035$  ре-

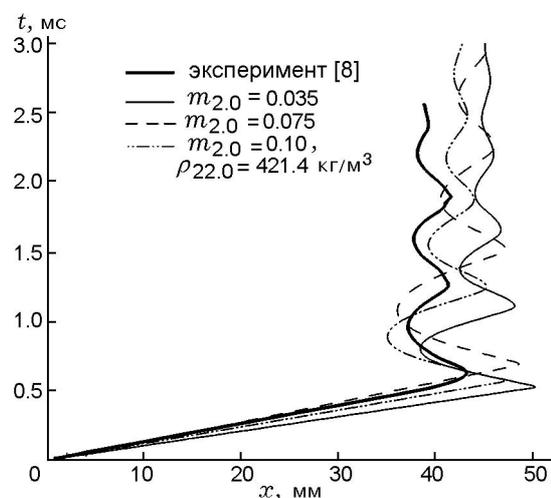


Рис. 4. Траектория движения контактной границы: сравнение расчета и эксперимента

зультат показан тонкой сплошной линией, данные эксперимента — толстой линией. Видно, что при увеличении объемной концентрации более чем в два раза интенсивность ударно-волнового взаимодействия затухает медленнее. Расчеты показали, что на величину периода волн также влияет и плотность твердой фазы. При ее уменьшении удается достигнуть близкие к экспериментальным значения периода волн внутри слоя (штрихпунктирная линия).

Некоторые количественные характеристики, полученные в эксперименте и в расчете, представлены в таблице. Рассогласование расчетных и экспериментальных данных можно объяснить тем, что в работе [8], как это вид-

Параметры	Значения		
	эксперимент	расчет	отличие
Скорость УВ, отраженной от контактной границы, м/с	270	244	9.6 %
Скорость контактной границы до момента взаимодействия с отраженной УВ, м/с	77	95.6	19.5 %
Скорость УВ в слое, м/с	121	128	5.5 %
Плотность в слое за УВ, $\text{кг/м}^3$	89.64	133	32.6 %

но из экспериментального распределения давления на рис. 3, по слою сначала проходит некоторый волновой предвестник (слабая волна, распространяющаяся по плотному слою перед основной УВ), не наблюдаемый в расчетах. Возможно, что эта первичная волна является причиной уплотнения слоя и основные волновые процессы происходят уже в среде с более высокой плотностью, чем начальная.

Для моделирования влияния предвестника, наблюдаемого в эксперименте, но отсутствующего в расчетах, были проведены вычисления с изначально поджатым слоем. Результаты представлены на рис. 5.

Как можно заметить, при изначально поджатом слое (до прихода основной ударной волны) пик давления, связанный с отражением этой волны от стенки, существенно снижается. Для достижения согласования экспериментальных и расчетных данных давление в слое должно быть выбрано примерно в два раза больше начального, как это следует из рис. 5, где приведено также и распределение давления в случае, когда оно перед фронтом в 2.5 раза больше начального (см. штриховую линию).

Исследование зависимости параметров пристенного слоя, образующегося в результате взаимодействия, от числа Маха УВ показало, что с ростом числа Маха поджатие слоя увеличивается, как и максимальная плотность слоя, что иллюстрирует рис. 6. Более высокое сжатие слоя обусловлено ростом давления за

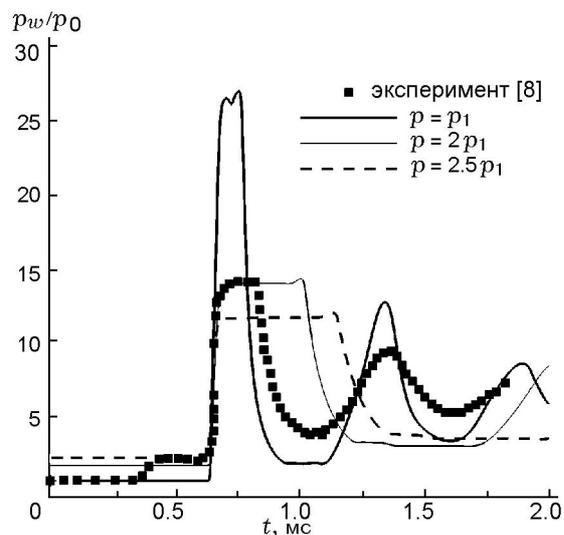


Рис. 5. Распределение давления на стенке при различных начальных состояниях слоя

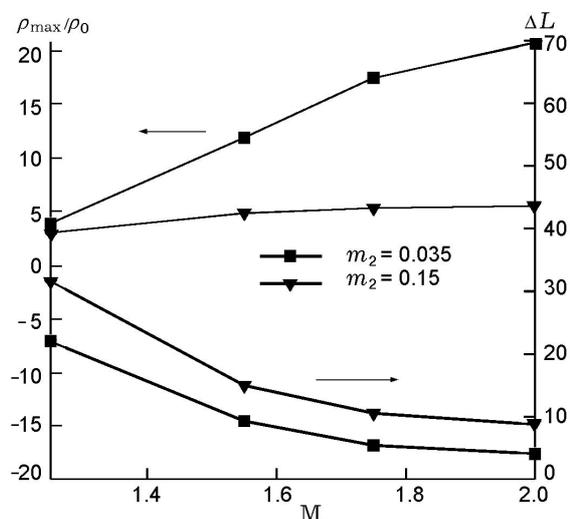


Рис. 6. Зависимость максимальной плотности  $\rho_{\max}$  и конечной толщины слоя  $\Delta L$  от начальной объемной концентрации твердой фазы и числа Маха УВ

прошедшей и, соответственно, отраженной УВ, в результате чего на слой оказывается более сильное воздействие.

Влияние начальной концентрации твердой фазы на волновую картину течения в слое заключается в уменьшении максимума плотности относительно ее начального значения. При более низких концентрациях рост максимальной плотности с увеличением числа Маха УВ происходит быстрее. Конечная толщина слоя после взаимодействия тем больше, чем выше начальная концентрация твердой фазы, и асимптотически убывает с ростом числа Маха.

#### Равновесная модель механики гетерогенных сред со сжимаемой конденсированной фазой

В данном пункте приведены результаты расчета сформулированной задачи в рамках модели (2), (3), позволяющие выявить возможности математической модели смеси двух сжимаемых сред с уравнениями состояния с равными давлениями компонентов для моделирования ударно-волновых процессов в гетерогенных средах.

Динамика течения, полученная в рамках рассматриваемой модели, показана на примере распределения давления в различные моменты времени (рис. 7). Средняя плотность слоя возрастает примерно в 9 раз по сравнению с первоначальной. Парциальная плотность твердого компонента практически не изменяется, что

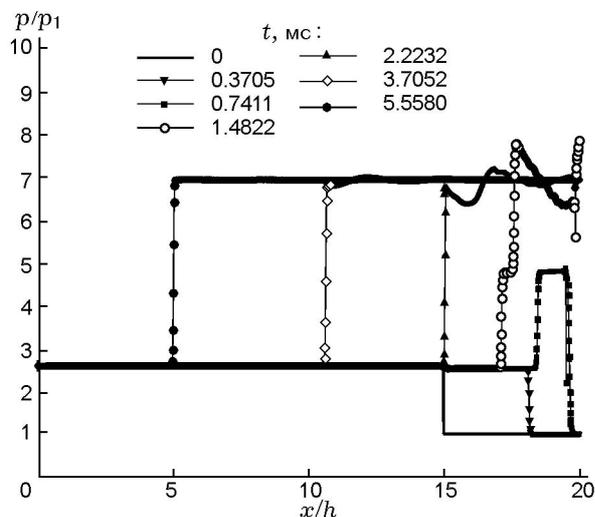


Рис. 7. Распределение давления в различные моменты времени

естественно (диапазон изменений не превышает  $0.1 \text{ кг/м}^3$ ).

Поскольку на контактной границе возникают осцилляции, хорошего разрешения фронтов достигнуть не удастся. Тем не менее определенную информацию из расчетов относительно изучаемых параметров извлечь можно.

Траектория контактной границы и распределения давления, полученные по моделям (1) и (2), (3), а также в эксперименте, представле-

ны на рис. 8. Видно, что модель (2), (3) дает меньший по сравнению с моделью (1) пик давления в первой и второй волнах, возникающих внутри слоя. Оказалось, что экспериментальные данные лучше описываются в рамках модели (2), (3), хотя первый пик давления в расчетах все же выше экспериментального. Это несоответствие может быть обусловлено наличием волны-предвестника, о котором упоминалось выше. Отметим, что период колебаний передается вполне удовлетворительно (так же, как и в модели (1)). Кроме того, на рис. 8, а приведены траектории контактной границы между газом и слоем, полученные по этим двум моделям. Видно, что первая фаза нагружения характеризуется линейным участком, на котором скорость контактной границы постоянна. При этом обе модели дают примерно одинаковые результаты по степени сжатия образца полиэтилена в падающей УВ. Затем, после двух колебаний контактной границы, происходит стабилизация волновых процессов и слой переходит в новое равновесное состояние, реализующееся за отраженной УВ. В рамках модели (2), (3) стабилизация контактной границы наступает быстрее, чем в модели (1). Действительно, приведенные распределения давления (модель (1)) показывают, что, во-первых, волновые процессы в этом случае устанавливаются позже, а во-вторых, при базовой объемной концентрации полиэтилена численные данные

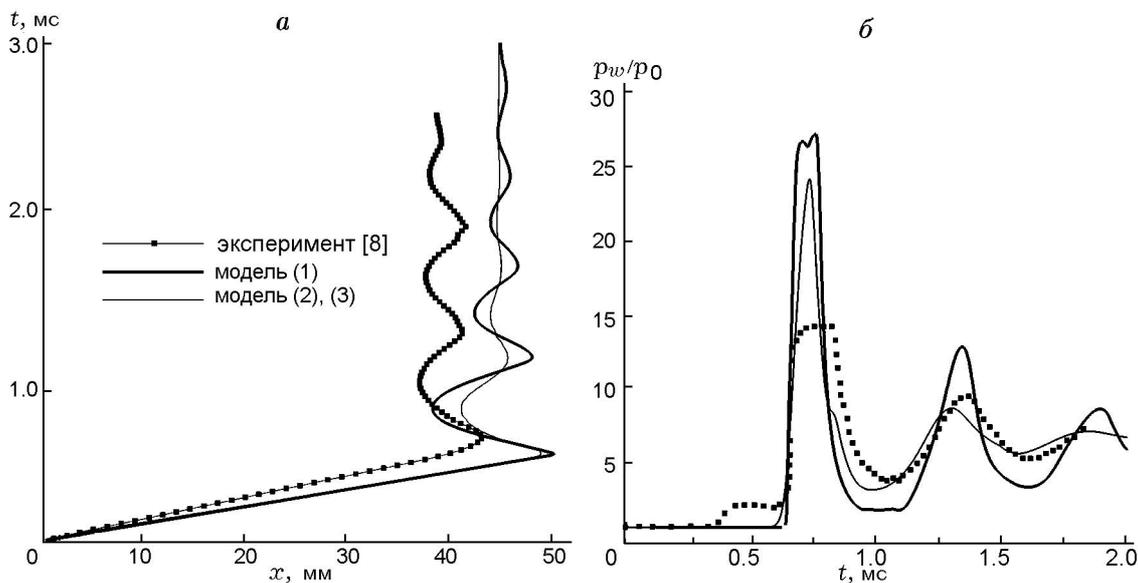


Рис. 8. Траектория движения контактной границы (а) и распределения давления на стенке (б)

по обоим моделям близки. Влияние начальной концентрации конденсированной фазы  $m_{2,0}$  на степень сжатия слоя в данном случае аналогично предсказанному в модели (1). При увеличении концентрации твердой фазы конечная толщина слоя увеличивается, а волновые процессы внутри слоя устанавливаются медленнее.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе проведен анализ моделей равновесной динамики смесей для случаев сжимаемой и несжимаемой конденсированной фазы на примере задачи взаимодействия ударной волны со слоем пористого полиэтилена, расположенного на торце ударной трубы.

Сравнение расчетных и экспериментальных данных по распределению давления на торце ударной трубы и траектории контактного разрыва показало:

- распределения давления в обеих моделях качественно верно передают колебательный характер нагружения слоя волнами сжатия и разрежения;
- данные, полученные по обоим моделям, близки и являются нижними оценками для описания поведения траектории контактной границы и верхними для давления.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Федоров А. В., Федорова Н. Н., Федорченко И. А., Фомин В. М. Математическое моделирование подъема пыли с поверхности // ПМТФ. — 2002. — Т. 43, № 6. — С. 113–125.
2. Федоров А. В., Федорченко И. А. Расчет подъема пыли за скользящей вдоль слоя ударной волной. Верификация модели // Физика горения и взрыва. — 2005. — Т. 41, № 3. — С. 110–120.
3. Гельфанд Б. Е., Медведев С. П., Поленов А. Н., Фролов С. М. Передача ударно-волновой нагрузки насыпными средами // ПМТФ. — 1988. — № 2. — С. 115–120.
4. Matsui H. Structure and propagation mechanism of the soot layer detonation // Proc. of Research on the Processes of Combustions and Modeling of Fires. — Khabarovsk, 1992. — P. 57–62.
5. Федоров А. В., Леонтьев И. В. Разлет сжатой стратифицированной концентрированной смеси // Физика горения и взрыва. — 2006. — Т. 42, № 2. — С. 70–79.
6. Fedorov A. V., Fedorchenko I. A., Leont'ev I. V. Mathematical modeling of two problems of wave dynamics in heterogeneous media // Shock Waves. — 2006. — V. 15, N 6. — P. 453–460.
7. Казаков Ю. В., Федоров А. В., Фомин В. М. Расчет разлета сжатого объема газозвеси // ПМТФ. — 1987. — Т. 51, № 5. — С. 139–144.
8. Лагутов Ю. П., Шаров Ю. Л. Распространение возмущений в пористом сжимаемом полиэтилене с закрытыми ячейками при воздействии на него ударной волны // Письма в ЖТФ. — 1995. — Т. 21, вып. 2. — С. 64–69.
9. Yabe T. A universal solver for hyperbolic equations for cubic-polynomial interpolation I. One-dimensional solver // Comput. Phys. Comm. — 1991. — V. 66. — P. 219–232.

*Поступила в редакцию 3/IV 2009 г.*