

3. Полежаев Ю. В., Юревич Ф. Б. Тепловая защита.— М.: Энергия, 1976.
4. Майоров В. А. Граничные условия для системы интенсивного транспирационного охлаждения // ИФЖ.— 1984.— Т. 47, № 4.
5. Поляев В. М., Майоров В. А., Васильев Л. Л. Гидродинамика и теплообмен в пористых элементах конструкций летательных аппаратов.— М.: Машиностроение, 1988.
6. Андриевский Р. А. Пористые металлокерамические материалы.— М.: Metallurgia, 1964.
7. Кох Дж., Колони Р. Анализ эффективности охлаждения для случая течения охладителя в канале с пористым материалом // Тр. Амер. о-ва инж.-мех. Сер. С. Теплопередача.— 1974.— № 3.
8. Кубота Х. Тепловая характеристика системы испарительного охлаждения в условиях совместного радиационного и конвективного нагрева // Тр. Амер. о-ва инж.-мех. Сер. С. Теплопередача.— 1977.— № 4.
9. Дорот В. Л., Стрелец М. Х. Пористое охлаждение в сверхзвуковом турбулентном пограничном слое // ТВТ.— 1973.— Т. 11, № 6.
10. Гришин А. М., Лаева В. И., Якимов А. С. О граничных условиях для математической модели тепломассообмена двухтемпературной пористой среды с потоком газа // ИФЖ.— 1989.— Т. 56, № 6.— Деп. в ВИНТИ 02.01.89, № 21—В89.
11. Лунев В. В., Павлов В. Г., Синченко С. П. Гиперзвуковое обтекание сферы равномерно диссоциирующим воздухом // ЖВММФ.— 1966.— Т. 6, № 1.
12. Самарский А. А. Теория разностных схем.— М.: Наука, 1977.
13. Якимов А. С. Об одном методе расщепления // ЧММСС.— 1985.— Т. 16, № 2.
14. Алифанов О. М., Трянин А. П., Ложкин А. Л. Экспериментальное исследование метода определения коэффициента внутреннего теплообмена из решения обратной задачи // ИФЖ.— 1987.— Т. 52, № 3.
15. Варгафтик Н. Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей.— М.: ФМ, 1963.
16. Соседов В. П. Свойства конструкционных материалов на основе углерода: Справочник.— М.: Metallurgia, 1975.
17. Платунов Е. С., Буравой С. Е., Курепин В. В. и др. Теплофизические измерения и приборы.— Л.: Машиностроение, 1986.
18. Куршин А. П. О расчете гидродинамических характеристик металлокерамики // Тр. ЦАГИ.— 1975.— Вып. 1677.
19. Занемонец В. Ф., Родионов В. И. Экспериментальное исследование теплообмена в зернистом связанном слое // Тепломассообмен-ММФ.— Минск: ИТМО АН БССР, 1988.— Секц. 7.
20. Даукнис В. И., Казакиявичюс К. А., Пранцявичюс Г. А., Юренас В. Л. Исследование термической стойкости огнеупорной керамики.— Вильнюс: Минтис, 1971.

г. Томск

Поступила 8/II 1990 г.

УДК 539.3 : 534.1

В. А. Баскаков, А. В. Бобряшов

ОТРАЖЕНИЕ УДАРНОГО ИМПУЛЬСА СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО ТЕЛА

В рамках классической динамической теории пластичности рассматривается модель макроскопически изотропного идеального упругопластического тела при малых деформациях, поведение которого описывается уравнениями Прандтля — Рейсса, условием пластичности Мизеса и ассоциированным законом течения [1].

Цель данной работы — теоретическое исследование двумерной модельной задачи распространения и отражения от свободной границы тела ударного импульса конечной длины, порожденного учетом времени удара (времени контакта). Это время для широкого класса металлов достигает $T \sim 10^{-6}$ с, так что длина импульса может быть равна нескольким миллиметрам, чем пренебрегать нельзя. Рассматриваются слабые ударные волны, давление во фронте которых порядка 1 ГПа и которые не вызывают фазовых превращений вещества.

Таким образом, исследуются вопросы однократного локального отражения волн нагрузки и разгрузки, отвечающие реальному процессу ударного воздействия на тело. Из близких по постановке и методу решения отметим работы [2—5].

Профили ударных волн в металлах хорошо изучены как теоретически, так и экспериментально [6, 7] и представляют собой упругий предвестник, за которым с меньшей скоростью распространяется пластический фронт. Происходит расщепление ударной волны на две с образованием двухфронтной конфигурации волн. При этом в физических реальных процессах высокоскоростного соударения амплитуда (интенсивность) ударной волны сначала быстро возрастает, а затем монотонно убывает до нуля, что соответствует разгрузке. Такое обстоятельство приводит к большим трудностям при построении волны разгрузки [8]. Поэтому в дальнейшем будем считать разгрузку

происходящей в виде некоторой ступенчатой волны, движущейся со скоростью предвестника.

Так как в волне разгрузки напряжения и скорости перемещений меняют знак на обратный (растяжение), то фронт этой волны, «догнав» фронт пластической, «понижит» напряжения и скорости перемещений до значений их в упругом предвестнике. В дальнейшем будет распространяться изолированный импульс постоянного давления. На рис. 1 в левом верхнем углу изображен идеализированный профиль ударного импульса.

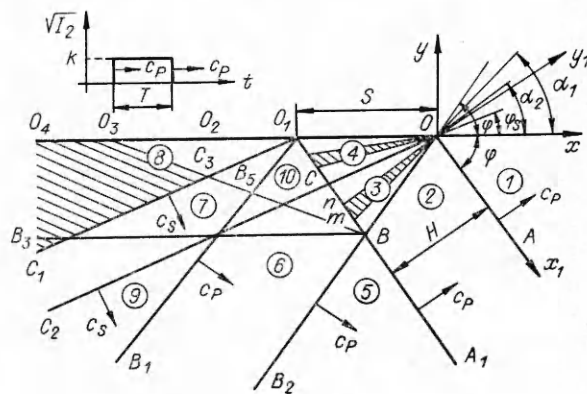
1. Пусть (по истечении нескольких микросекунд после удара) по телу распространяется импульс постоянного давления и конечной протяженности T по времени с интенсивностью касательных напряжений в нем

$$(1.1) \quad I_2 = (1/2)S_{ij}S_{ij} \leq k^2$$

(S_{ij} — девиатор напряжений, k — предел текучести материала). Встречая свободную поверхность под некоторым углом φ , этот импульс отражается от нее в глубь тела. Геометрическая картина отражения волн нагрузки OA и разгрузки O_1A_1 , образующих импульс, представлена на рис. 1. Задача допускает простейший класс автомодельных решений с показателем автомодельности, равным единице. На основании известных результатов анализа распространения упругих волн мы постулируем существование двух отраженных ударных волн в точке O : одноименной OB и сдвиговой OC (при отражении волны OA) и двух в точке O_1 : O_1B_1 и O_1C_1 (при отражении волны O_1A_1), имеющих также вид ступеньки и необходимых для удовлетворения граничных условий на поверхности. Падающая волна OA заданной интенсивности $\Omega = \text{const}$ распространяется по недеформированной среде (зона 1) со скоростью $c_p^2 = (\lambda + 2\mu)/\rho$. В условиях плоской деформации в области нагружения (зоны 3, 4) в подвижной системе координат x_1Oy_1 , движущейся со скоростью $c = c_p(\sin \varphi)^{-1}$, ранее получено автомодельное решение уравнений динамики идеального упругопластического тела с граничными условиями в напряжениях на свободной поверхности и с учетом разрывов скоростей перемещений и напряжений на волнах OA, OB, OC [9]. При этом предполагалось, что в зоне 2 постоянное напряженное состояние, удовлетворяющее условию (1.1).

В [9] проведен тщательный численно-аналитический анализ возможных случаев упругого или пластического деформирования зон 3 и 4, получены интенсивности всех волн, а также размеры пластических вееров (заштрихованы на рис. 1) и скорости волн, ограничивающие эти веера, в зависимости от φ и ν (ν — коэффициент Пуассона). Таким образом, значения напряжений, пластических деформаций и скоростей перемещений становятся известными в каждой точке волны O_1A_1 со стороны области нагружения. Область ниже O_1A_1 отраженными волнами разбивается на характерные зоны 5–10. В дальнейшем исследовании удобно вести в подвижных осях x, y , связанных с точкой O .

Поскольку отраженные волны OB и OC всегда расположены между двумя нейтральными или упругими областями нагружения, то можно считать постоянными их скорости и интенсивности. Этого уже нельзя сказать ни о волнах, ограничивающих пластические веера, ни о волне O_1A_1 в силу неоднородности распределения пластических дефор-



Р и с. 1

маций в теле перед волной. Предположим, что интенсивность Ω^* волны O_1A_1 различна в каждой точке своего фронта и зависит от пластических деформаций e_{ij}^P перед волной. Такая зависимость для плоской волны разгрузки в общепринятых обозначениях приведена в [10]:

$$(1.2) \quad \delta\Omega^*/\delta t = (\mu/\rho c_P) \dot{e}_{ij}^P v_i v_j.$$

Заменяя δ -дифференцирование и частное дифференцирование по времени на дифференцирование по y , получим

$$(1.3) \quad \bar{\Omega}^* = - \left(c^2/p^2 x \sqrt{c^2 - c_P^2} \right) \int_0^y (de_{ij}^P/dy) y v_i v_j dy + \Omega_0,$$

где интегрирование ведется вдоль прямой O_1A_1 ($k_1 y = -(x + S)$); Ω_0 — постоянная интегрирования, определяемая из условия, что в точке B (в зоне 5) $\Omega_B^* = -\Omega$; $B = \left(-\frac{1}{2} S; -\frac{1}{2k_1} S \right)$:

$$(1.4) \quad \Omega_0 = - \left(2c^2/p^2 S \sqrt{c^2 - c_P^2} \right) \int_0^{-S/2k_1} (de_{ij}^P/dy) y v_i v_j dy - \Omega.$$

Здесь $S = |OO_1| = cT$; $k_1 = \sqrt{c^2 - c_P^2}/c_P = \text{ctg } \varphi$; $p^2 = 2(1 - \nu)/(1 - 2\nu)$. Из (1.3), в частности, следует, что в точке O_1

$$(1.5) \quad \Omega_{O_1}^* = \Omega_0.$$

Координаты x_0, y_0 точки пересечения любого луча $\alpha = \alpha_0$ ($\alpha \in [0; \varphi]$), проходящего через начало координат, с волной O_1A_1 вычисляются по формулам

$$(1.6) \quad \begin{aligned} x_0 &= -S \sin \varphi \cos \alpha_0 / \sin(\alpha_0 + \varphi), \\ y_0 &= -S \sin \varphi \sin \alpha_0 / \sin(\alpha_0 + \varphi). \end{aligned}$$

Подставляя (1.6) в (1.3), находим интенсивность волны разгрузки в данной точке. Интенсивности волн O_1B_1 и O_1C_1 постоянны и определяются из граничных условий на свободной поверхности в точке O_1 . Интенсивности волн BB_2 и CC_2 также постоянны для каждого значения (φ, ν) , известны и равны соответственно интенсивностям OB и OC , полученным из упругопластического решения в зоне нагрузки. То же относится и к волне O_1A_1 в точках пересечения с OB и OC . Непосредственно данные утверждения легко проверяются путем использования соотношений (1.7), (1.8) в точках B и C (см. также [11]).

На волнах O_1B, O_1B_1 и BB_2 выполняются зависимости

$$(1.7) \quad [v_i] = \omega v_i, \quad -c_P [\sigma_{ij}] = \omega (\lambda \delta_{ij} + 2\mu \nu_i \nu_j).$$

На волнах O_1C_1 и CC_2 зависимости

$$(1.8) \quad [v_i] \nu_i = 0, \quad [\sigma_{ij}] = -\sqrt{\mu \rho} ([v_i] \nu_j + [v_j] \nu_i)$$

(ω — интенсивность соответствующей волны, ν_i — компоненты единичной нормали к ней, квадратные скобки обозначают разрыв напряжений и скоростей перемещений). В частности, $\omega_{O_1B} = \Omega^*(x, y)$. Зная напряжения и скорости перед волнами O_1B и BB_2 (в зоне 5 покой), из (1.7), (1.8) определим их непосредственно за фронтами этих волн. Кроме того, на свободной поверхности O_1O_4 известны σ_{12} и σ_{22} .

Таким образом, требуется построить полное решение задачи внутри зоны разгрузки $O_4O_1BB_2$, если известны значения напряжений и скоростей перемещений на ее границе (см. рис. 1). С этой целью к уравнениям теории упругости (записанным в дальнейшем в подвижных переменных x, y)

$$(1.9) \quad \sigma_{ij,j} - \rho \dot{v}_i = 0, \quad \dot{\sigma}_{ij} = \lambda v_{k,k} \delta_{ij} + \mu (v_{i,j} + v_{j,i}),$$

которые в области разгрузки образуют гиперболическую систему уравнений, был применен метод характеристик. Заметим, что во второй группе уравнений (1.9) отсутствуют члены $-2\mu \dot{e}_{ij}^P$, поскольку принимаем, что в области разгрузки остаточные пластические деформации $e_{ij}^P = \text{const}$ (расчеты незначительно усложняются в противном случае). Кроме того, опущено уравнение, определяющее σ_{33} .

Имеем пять семейств характеристик:

$$(1.10) \quad dy = 0, \quad dy/dx = \pm a = \pm \text{tg } \varphi_S, \quad dy/dx = \pm b = \pm \text{tg } \varphi.$$

Здесь $a^2 = \mu(\rho c^2 - \mu)^{-1}$; $b^2 = (\lambda + 2\mu)(\rho c^2 - (\lambda + 2\mu))^{-1}$; $\varphi_S = \arcsin(\sin \varphi/p)$; φ_S — угол наклона отраженной сдвиговой ударной волны к свободной поверхности. Соотношения вдоль характеристик имеют вид

$$(1.11) \quad \begin{aligned} (c/\mu)((p^2 - 2)\sigma_{22} - p^2\sigma_{11}) + 4(1 - p^2)v_1 &= f_1(y), \\ (c/\mu)(\sigma_{22} + a(M^2 - 1)\sigma_{12}) + (M^2 - 2)v_1 + (a(M^2 - 1) + \\ &+ a^{-1})v_2 = f_2(x + y/a), \\ (c/\mu)(\sigma_{22} - a(M^2 - 1)\sigma_{12}) + (M^2 - 2)v_1 - (a(M^2 - 1) + \\ &+ a^{-1})v_2 = f_3(x - y/a), \\ (c/\mu)(\sigma_{22} - b\sigma_{12}) - 2v_1 + b(a^{-2} - 1)v_2 &= f_4(x + y/b), \\ (c/\mu)(\sigma_{22} + b\sigma_{12}) - 2v_1 - b(a^{-2} - 1)v_2 &= f_5(x - y/b), \\ (p^2 - 2)(\sigma_{11} + \sigma_{22}) - 2(p^2 - 1)\sigma_{33} &= f_6(y). \end{aligned}$$

Здесь $M^2 = c^2/c_S^2$ — число Маха; $c_S^2 = \mu/\rho$; $p^2 = c_P^2/c_S^2 \geq 2$ ($p^2 = M^2 \sin^2 \varphi$). Последнее соотношение (1.11) получено непосредственно из третьего, пятого и шестого уравнений системы (1.9). Таким образом, все функции f_i известны на границе O_1B и BB_2 со стороны области разгрузки.

Решая систему уравнений (1.11) относительно σ_{ij} и v_i , найдем напряжения и скорости перемещений в каждой точке внутри областей 6, 10 по формулам

$$(1.12) \quad \begin{aligned} 2p^2M^2(c/\mu)\sigma_{11} &= (p^2M^2 + 2(p^2 - M^2))(f_4 + f_5) - \\ &- 2p^2(f_2 + f_3) - 2M^2f_1, \\ 2M^2(c/\mu)\sigma_{12} &= (1 - a^2)a^{-1}(f_2 - f_3) - ((M^2 - 1)a^2 + 1)b^{-1}(f_4 - f_5), \\ 2M^2(c/\mu)\sigma_{22} &= 2(f_2 + f_3) + (M^2 - 2)(f_4 + f_5); \\ 2(p^2 - 1)\sigma_{33} &= (p^2 - 2)(\sigma_{11} + \sigma_{22}) + f_6, \\ 2M^2v_1 &= (f_2 + f_3) - (f_4 + f_5), \\ 2M^2v_2 &= a^2((f_2 - f_3)a^{-1} + (M^2 - 1)(f_4 - f_5)b^{-1}). \end{aligned}$$

Однако эти величины неизвестны в зонах 7—9, поскольку в них неизвестна функция f_5 , а в зоне 8, кроме того, и функция f_3 . Для их определения, используя граничные условия $\sigma_{12} = \sigma_{22} = 0$ на O_1O_4 , имеем

$$(1.13) \quad \begin{aligned} f_5 &= \frac{[2a((M^2 - 1)a^2 + 1) - (M^2 - 2)b(1 - a^2)]f_4 - 4b(1 - a^2)f_2}{b(M^2 - 2)(1 - a^2) + 2a((M^2 - 1)a^2 + 1)}, \\ 2f_3 &= (2 - M^2)(f_4 + f_5) - 2f_2. \end{aligned}$$

Подставляя (1.13) в (1.12), находим σ_{ij} и v_i в этих зонах (напомним, что f_3 в зонах 7, 9 определяется из (1.11), а не из (1.13)).

Рассмотрим зону 8. Как следует из (1.12), (1.13), всюду в этой зоне $\sigma_{12} = \sigma_{22} = 0$. В то же время v_1 и v_2 не равны нулю ни на свободной границе, ни внутри зоны 8. Особо отметим область $O_4O_3C_3C_1$. В ней все f_i (кроме f_1 и f_6) — константы, а следовательно, и $v_1 = \text{const}$, и $v_2 = \text{const}$. Это означает, что данная область движется поступательно со скоростью, равной векторной сумме скоростей v_1 и v_2 . В результате может произойти микрорастрескивание материала или локальное изменение профиля свободной поверхности вблизи точки O_3 . При этом положение точки O_3 опре-

деляется соотношением $|O_1O_3| = (b - a)S/2a$. В зависимости от напряженно-деформированного состояния среды вблизи волны O_1B со стороны нагружения в области разгрузки могут образовываться и другие зоны постоянных напряжений и скоростей перемещений в дополнение к только что описанной. Например, на основании результатов [9] вполне определенно можно сказать, что напряжения и скорости перемещений в пределах каждой из зон 4, 7, 8, 10 в окрестности точки O_1 постоянны, но изменяются скачком при переходе от зоны к зоне. Отметим также, что непосредственной подстановкой напряжений (1.12) в (1.1) можно определить, как деформируется среда в той или иной точке зоны разгрузки — упруго или пластически. Пластическое состояние, по-видимому, будет соответствовать переходу от одной точки поверхности пластичности в другую через упругую разгрузку.

Найдем теперь интенсивность волн O_1B_1 и O_1C_1 в точке O_1 . С этой целью воспользуемся соотношениями (1.7) и (1.8). В результате можно выразить σ_{ij} и v_i в зонах 7, 8, 10 через известные $\sigma_{ij}^{(4)}$, $v_i^{(4)}$ в зоне 4. Однако в эти соотношения войдут неизвестные величины $\omega_{O_1B_1}$, $[v_i]_{O_1C_1}$, характеризующие искомые интенсивности. Для их нахождения, используя граничное условие на свободной поверхности в точке O_1 $\sigma_{ij}^{(8)}n_j^{(8)} = 0$ ($n_j^{(8)}$ — внутренняя нормаль к свободной поверхности), имеем

$$(1.14) \quad p v^{(7)} v^{(8)} [v_i]_{O_1C_1} = (p^2 - 2) (\Omega_0 + \omega_{O_1B_1}) (n_j^{(8)} v_j^{(7)} v_i^{(7)} - n_i^{(8)}) - \\ - 2\Omega_0 (v_j^{(4)} n_j^{(8)} v_i^{(4)} - v_k^{(4)} v_k^{(7)} v_j^{(4)} n_j^{(8)} v_i^{(7)}) - 2\omega_{O_1B_1} (v_k^{(10)} n_k^{(8)} v_i^{(10)} - \\ - v_k^{(10)} v_k^{(7)} v_j^{(10)} n_j^{(8)} v_i^{(7)}) + p c_S \mu^{-1} (\sigma_{kl}^{(4)} n_l^{(8)} v_k^{(7)} v_i^{(7)} - \sigma_{ij}^{(4)} n_j^{(8)}) \quad (i, j = 1, 2);$$

$$(1.15) \quad \omega_{O_1B_1} = \frac{\xi \Omega_0 - \frac{(\sigma_{ij}^{(4)} n_j^{(8)} n_i^{(8)} - \sigma_{kl}^{(4)} n_k^{(8)} v_l^{(7)} n_i^{(8)} v_i^{(7)}) p c_S \mu^{-1}}{(p^2 - 2) [1 - 2(n_k^{(8)} v_k^{(7)})^2] + 2n_k^{(8)} v_k^{(10)} (n_i^{(8)} v_i^{(10)} - 2v_i^{(10)} v_i^{(7)} v_j^{(7)} n_j^{(8)})}}{-2v_i^{(10)} v_i^{(7)} v_j^{(7)} n_j^{(8)}}$$

где

$$\xi = \frac{(p^2 - 2) [1 - 2(v_i^{(7)} n_k^{(8)})^2] + 2v_k^{(4)} n_k^{(8)} (v_i^{(4)} n_i^{(8)} - 2v_i^{(4)} v_i^{(7)} v_j^{(7)} n_j^{(8)})}{(p^2 - 2) [1 - 2(v_k^{(7)} n_k^{(8)})^2] + 2n_k^{(8)} v_k^{(10)} (n_i^{(8)} v_i^{(10)} - 2v_i^{(10)} v_i^{(7)} v_j^{(7)} n_j^{(8)})}$$

На этом заканчивается решение поставленной задачи. При этом зоной влияния волны разгрузки O_1B можно считать полубесконечный слой $O_4O_1BB_3$ толщины $h = (1/2)Sb$ (рис. 1), а не всю область $O_4O_1BB_2$, как рассматривалось выше.

2. В случае симметричной картины локального отражения сферического (или цилиндрического) ударного импульса от свободной поверхности (плоскости) (рис. 2) зоны $O_3C_3B_5$ и O_1C_3B , двигаясь поступательно, могут привести к отколу «треугольной чаши» $O_3C_3O_1$, что наблюдается и в экспериментах. Откольное разрушение зависит от многих причин:

от толщины пластины, начального импульса давления, скорости деформирования, откольного напряжения (прочности на растяжение) материала, которое в свою очередь зависит от условий эксперимента [12], угла φ , неоднородности среды и др. В настоящей работе при описанном подходе к этой проблеме можно считать, что откольное разрушение на свободной поверхности произойдет в результате суперпозиции двух решений на оси симметрии NN (в

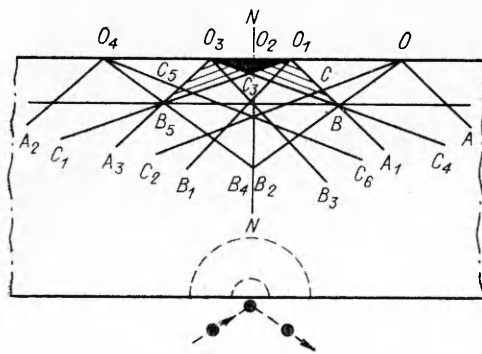


Рис. 2

силу применения в области разгрузки линейных уравнений теории упругости). При этом легко определяются размеры отколовшейся «пробки»: ее радиус равен $(b-a)S/4a$, а глубина $(b-a)S/4$. Время откола, отсчитываемое от момента, когда волна разгрузки впервые коснется свободной поверхности, $i_* = (b-a)T/4a$, т. е. соизмеримо с продолжительностью ударного импульса.

3. В качестве иллюстрации к сказанному в п. 1 представим подробный расчет напряженно-деформированного состояния среды в области разгрузки. Рассмотрим отражение предельного ударного импульса, которому отвечает знак равенства в (1.1). Исходной будем считать схему, по которой материал пластически деформируется в зоне 3 и упруго — в зоне 4 (см. рис. 1). Это соответствует определенным значениям ν и φ . Во всех расчетах угол nOm был мал и не превышал 3° , при этом $\alpha_1 \approx \varphi$. Пусть, согласно [9], $\nu = 0,3$, $\varphi = 21^\circ 20' = 0,373$, $\alpha_1 = 0,372$, $\alpha_2 = 0,306$. Безразмерные напряжения $\bar{\sigma}_{ij} = \sigma_{ij}(\sqrt{2}k)^{-1}$ и скорости перемещений $\bar{v}_i = ((\lambda + 2\mu)\rho/2k^2)^{1/2}v_i$ в точках пересечения лучей α_1 и α_2 с волной разгрузки O_1B в зоне 3 и на самой этой волне в зоне 4 в системе координат x_1Oy_1 имеют значения:

$$(3.1) \quad \bar{\sigma}_{11}^{(3)} = 0,04, \quad \bar{\sigma}_{12}^{(3)} = -0,40, \quad \bar{\sigma}_{22}^{(3)} = -1,09, \quad \bar{\sigma}_{33}^{(3)} = -0,32, \\ \bar{v}_1^{(3)} = -0,44, \quad \bar{v}_2^{(3)} = 1,49;$$

$$(3.2) \quad \bar{\sigma}_{11}^{(3)} = 0,60, \quad \bar{\sigma}_{12}^{(3)} = -0,36, \quad \bar{\sigma}_{22}^{(3)} = -0,59, \quad \bar{\sigma}_{33}^{(3)} = -0,19, \\ \bar{v}_1^{(3)} = -0,42, \quad \bar{v}_2^{(3)} = 1,68;$$

$$(3.3) \quad \bar{\sigma}_{11}^{(4)} = -0,41, \quad \bar{\sigma}_{12}^{(4)} = -0,13, \quad \bar{\sigma}_{22}^{(4)} = -0,12, \quad \bar{\sigma}_{33}^{(4)} = -0,19, \\ \bar{v}_1^{(4)} = 0,03, \quad \bar{v}_2^{(4)} = 1,93.$$

В повернутой на угол φ системе координат xOy , в которой проведены все выкладки п. 1, исходные данные преобразуются по формулам

$$(3.4) \quad \bar{\sigma}_{ij}^0 = n_{i\alpha}n_{j\beta}\bar{\sigma}_{\alpha\beta}, \quad \bar{v}_1^0 = n_{1i}\bar{v}_i, \quad \bar{v}_2^0 = n_{2i}\bar{v}_i, \quad \bar{\sigma}_{33}^0 = \bar{\sigma}_{33},$$

где $n_{11} = \cos \varphi$; $n_{12} = \sin \varphi$; $n_{21} = -\sin \varphi$; $n_{22} = \cos \varphi$. То же относится и к компонентам тензора пластических деформаций. Пусть $\Omega^* = -\Omega\bar{\Omega}^*$, $\Omega_0 = -\Omega\bar{\Omega}_0$. Поделим (1.3) на $(-\Omega)$. Соответственно трем участкам волны O_1B , а именно: 1) O_1n , где $\bar{e}_{ij}^P = \text{const} (\bar{e}_{ij}^P = (2\mu/\sqrt{2}k)e_{ij}^P)$, 2) nm , где \bar{e}_{ij}^P меняется, 3) mB , где $\bar{e}_{ij}^P = 0$, получим

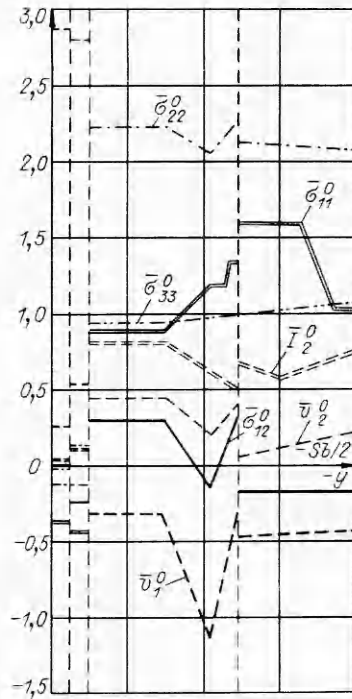
$$(3.5) \quad \bar{\Omega}_1^* = \bar{\Omega}_0, \quad \bar{\Omega}_2^* = \frac{2c_p}{p^2 x \Omega \sin 2\varphi} \frac{\sqrt{2}k}{2\mu} \int_{y(\alpha_2)}^y dy + \bar{\Omega}_0, \quad \bar{\Omega}_3^* = 1;$$

$$(3.6) \quad \bar{\Omega}_0 = \frac{2c_p}{p^2 x(\alpha_1) \Omega \sin 2\varphi} \frac{\sqrt{2}k}{2\mu} \int_{y(\alpha_2)}^{y(\alpha_1)} dy + 1.$$

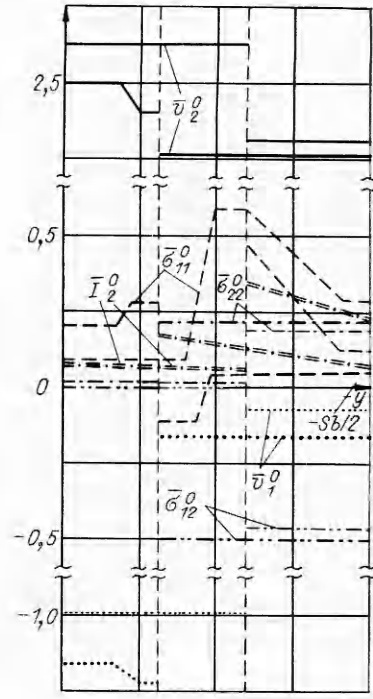
Здесь на участке nm для удобства расчетов предполагалась следующая аппроксимация: $\bar{e}_{ij}^P = \ln(y/y(\alpha_1))v_i v_j$, что согласуется с полученными в [9] результатами. Там же дано выражение для интенсивности волны OA : $\Omega^2 = \frac{3}{4} \frac{k^2}{\mu^2} p^2 c_s^3$. После интегрирования в (3.5), (3.6) имеем

$$(3.7) \quad \bar{\Omega}_2^* = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{1}{p^2 \cos^2 \varphi} \frac{\bar{x}(\alpha_2) \bar{x}(\alpha_1) - \bar{x}}{\bar{x}(\alpha_1) \bar{x}} + 1;$$

$$(3.8) \quad \bar{\Omega}_0 = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\bar{x}(\alpha_1) - \bar{x}(\alpha_2)}{p^2 x(\alpha_1) \cos^2 \varphi} + 1.$$



Р и с. 3



Р и с. 4

При этом $\bar{x} = xS^{-1}$ ($\bar{y} = yS^{-1}$) вычисляются из (1.6). Так, $\bar{x}(\alpha_1)$ находится из первой формулы (1.6) при $\alpha_0 = \alpha_1$ и т. д. В (3.7) значения \bar{x} лежат в промежутке между $\bar{x}(\alpha_1)$ и $\bar{x}(\alpha_2)$.

На волне O_1B выполняются соотношения (1.7), которые в безразмерном виде запишем как

$$(3.9) \quad [\bar{\sigma}_{ij}^0] = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{2}} \bar{\Omega}_{1,2,3}^+ ((p^2 - 2) \delta_{ij} + 2v_i v_j);$$

$$(3.10) \quad [\bar{v}_i^0] = -\frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{2}} p^2 \bar{\Omega}_{1,2,3}^* v_i, \quad v_i (\sin \varphi, \cos \varphi).$$

Таким образом, на волне O_1B в зонах 6, 10

$$(3.11) \quad \bar{\sigma}_{11}^0 = \bar{\sigma}_{11}^{0(3,4)} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{2}} \bar{\Omega}_{1,2,3}^* ((p^2 - 2) + 2 \sin^2 \varphi),$$

$$\bar{\sigma}_{12}^0 = \bar{\sigma}_{12}^{0(3,4)} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{2}} \bar{\Omega}_{1,2,3}^* \sin 2\varphi,$$

$$\bar{\sigma}_{22}^0 = \bar{\sigma}_{22}^{0(3,4)} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{2}} \bar{\Omega}_{1,2,3}^* ((p^2 - 2) + 2 \cos^2 \varphi),$$

$$\bar{\sigma}_{33}^0 = \bar{\sigma}_{33}^{0(3,4)} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{2}} \bar{\Omega}_{1,2,3}^* (p^2 - 2),$$

$$\bar{v}_1^0 = \bar{v}_1^{0(3,4)} - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{2}} p^2 \bar{\Omega}_{1,2,3}^* \sin \varphi, \quad \bar{v}_2^0 = \bar{v}_2^{0(3,4)} - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{2}} p^2 \bar{\Omega}_{1,2,3}^* \cos \varphi.$$

Здесь $\bar{\sigma}_{ij}^{0(3,4)}$, $\bar{v}_i^{0(3,4)}$ известны из (3.1) — (3.4). При этом величина разрыва определялась как $[A] = A^{(6,10)} - A^{(3,4)}$. На волне BB_2 выполняются также соотношения (1.7), однако ее интенсивность $\omega_{BB_2} = \omega_{OB} = -\bar{\xi}_1 \Omega$, где $\bar{\xi}_1 = 3 \cos^2 2\varphi - 1 = 0,66$ [9], $v_1 = \sin \varphi$, $v_2 = -\cos \varphi$. Так как $\bar{\sigma}_{ij}^{0(5)} = \bar{v}_i^{0(5)} = 0$, то $[\bar{\sigma}_{ij}^0] = \bar{\sigma}_{ij}^{0(6)}$, $[\bar{v}_i^0] = \bar{v}_i^{0(6)}$. Итак, в зоне 6 на волне BB_2

$$(3.12) \quad \bar{\sigma}_{11}^0 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{2}} \bar{\xi}_1 ((p^2 - 2) + 2 \sin^2 \varphi), \quad \bar{\sigma}_{12}^0 = -\frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{2}} \bar{\xi}_1 \sin 2\varphi,$$

$$\bar{\sigma}_{22}^0 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{2}} \bar{\xi}_1 ((p^2 - 2) + 2 \cos^2 \varphi), \quad \bar{\sigma}_{33}^0 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{2}} \bar{\xi}_1 (p^2 - 2),$$

$$\bar{v}_1^0 = -\frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{2}} p^2 \bar{\xi}_1 \sin \varphi, \quad \bar{v}_2^0 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{2}} p^2 \bar{\xi}_1 \cos \varphi.$$

Найдем функции \bar{f}_i ($i = 1, 2, \dots, 6$) на волне O_1B со стороны зон 6, 10 ($\bar{f}_i = (\mu/\sqrt{2}kc)f_i$ ($i = 1, \dots, 5$), $\bar{f}_6 = (1/\sqrt{2}k)f_6$), воспользовавшись (1.11), (3.11):

$$(3.13) \quad \begin{aligned} & ((p^2 - 2)\bar{\sigma}_{22}^0 - p^2\bar{\sigma}_{11}^0) + (4(1 - p^2)/p^2) \sin \varphi \cdot \bar{v}_1^0 = \bar{f}_1, \\ & (\bar{\sigma}_{22}^0 + a(M^2 - 1)\bar{\sigma}_{12}^0) + ((M^2 - 2) \sin \varphi/p^2) \bar{v}_1^0 + ((a(M^2 - 1) + a^{-1}) \sin \varphi/p^2) \bar{v}_2^0 = \bar{f}_2, \\ & (\bar{\sigma}_{22}^0 - a(M^2 - 1)\bar{\sigma}_{12}^0) + ((M^2 - 2) \sin \varphi/p^2) \bar{v}_1^0 - \\ & - ((a(M^2 - 1) + a^{-1}) \sin \varphi/p^2) \bar{v}_2^0 = \bar{f}_3, \\ & (\bar{\sigma}_{22}^0 - b\bar{\sigma}_{12}^0) - (2 \sin \varphi/p^2) \bar{v}_1^0 + (b(a^{-2} - 1) \sin \varphi/p^2) \bar{v}_2^0 = \bar{f}_4, \\ & (\bar{\sigma}_{22}^0 + b\bar{\sigma}_{12}^0) - (2 \sin \varphi/p^2) \bar{v}_1^0 - (b(a^{-2} - 1) \sin \varphi/p^2) \bar{v}_2^0 = \bar{f}_5, \\ & (p^2 - 2)(\bar{\sigma}_{11}^0 + \bar{\sigma}_{22}^0) - 2(p^2 - 1)\bar{\sigma}_{33}^0 = \bar{f}_6. \end{aligned}$$

Если в (3.13) вместо значений (3.11) подставить (3.12), то получим \bar{f}_i на волне BB_2 со стороны зоны 6. Решая систему уравнений (3.13) относительно напряжений и скоростей перемещений, определим их значения в каждой точке внутри областей 6, 10:

$$(3.14) \quad \begin{aligned} \bar{\sigma}_{11}^0 &= \left(\frac{1}{2} + \frac{p^2 - M^2}{p^2 M^2} \right) (\bar{f}_4 + \bar{f}_5) - \frac{1}{M^2} (\bar{f}_2 + \bar{f}_3) - \frac{1}{p^2} \bar{f}_1, \\ \bar{\sigma}_{12}^0 &= \frac{1 - a^2}{2aM^2} (\bar{f}_2 - \bar{f}_3) - \frac{1 + (M^2 - 1)a^2}{2bM^2} (\bar{f}_4 - \bar{f}_5), \\ \bar{\sigma}_{22}^0 &= \frac{1}{M^2} (\bar{f}_2 + \bar{f}_3) + \frac{M^2 - 2}{2M^2} (\bar{f}_4 + \bar{f}_5), \\ \bar{\sigma}_{33}^0 &= \frac{p^2 - 2}{2p^2} \left[(\bar{f}_4 + \bar{f}_5) - \frac{1}{(p^2 - 1)} \left(\bar{f}_1 + \frac{p^2}{(p^2 - 2)} \bar{f}_6 \right) \right], \\ \bar{v}_1^0 &= \frac{1}{2} \sin \varphi (\bar{f}_2 + \bar{f}_3 - \bar{f}_4 - \bar{f}_5), \\ \bar{v}_2^0 &= \frac{a}{2} \sin \varphi \left[(\bar{f}_2 - \bar{f}_3) + \frac{a(M^2 - 1)}{b} (\bar{f}_4 - \bar{f}_5) \right]. \end{aligned}$$

Если в (3.14) подставить \bar{f}_5 не из (3.13), а из (1.13), то искомые величины станут известны и в областях 7, 9. Если, кроме того, \bar{f}_3 определять из выражения (1.13), то искомые величины (3.14) определятся и в зоне 8. При этом заметим, что в (1.13) $\bar{f}_i = f_i$ ($i = 2, \dots, 5$). Численные расчеты проводились на ЭВМ ЕС-1060 для каждой из зон 6—10 (всего просчитано 1332 варианта граничных условий для \bar{f}_i). Время счета составило 114 с.

На рис. 3, 4 представлена часть полученных результатов: графики изменения $\bar{\sigma}_{ij}^0$ и \bar{v}_i^0 по толщине слоя $O_4O_1BB_3$ (которая составляет приблизительно пятую часть S) в сечениях $x = \text{const}$, отвечающих точкам O_1 (рис. 3), O_2 , O_3 , O_4 (рис. 4). В других сечениях графики аналогичны. Сечение $x_{O_1} = \text{const}$ проведено в малой окрестности точки O_1 слева от нее.

Все кривые с достаточной степенью точности аппроксимированы ломаными линиями. При этом на рис. 4 более жирными линиями обозначены искомые величины в сечении $x_{O_2} = \text{const}$, а менее жирными — в сечении $x_{O_3} = \text{const}$. Вертикальные штриховые прямые определяют положение ударных волн O_1C_1 , O_1B_1 , CC_2 в соответствующих сечениях. В этих сече-

ниях терпят разрыв напряжения и скорости и на рисунках показаны их величины. Кроме того, на рис. 3, 4 изображен график изменения интенсивности касательных напряжений $\bar{I}_2^0 = I_2 k^{-2}$. Заметим, что неравенство (1.1) в безразмерном виде запишется как $\bar{I}_2^0 = \bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij} \leq 1$. После преобразований получим

$$\bar{I}_2^0 = \frac{1}{3} (\bar{\sigma}_{hk}^0)^2 - (\bar{\sigma}_{11}^0 \bar{\sigma}_{22}^0 + \bar{\sigma}_{11}^0 \bar{\sigma}_{33}^0 + \bar{\sigma}_{22}^0 \bar{\sigma}_{33}^0) + \bar{\sigma}_{12}^{02} \leq \frac{1}{2}.$$

Из графиков непосредственно видно, в каких точках зоны разгрузки материал деформируется упруго ($\bar{I}_2^0 < 1/2$), а в каких — пластически ($\bar{I}_2^0 > 1/2$). В сечениях $x_{O_2} = \text{const}$, $x_{O_3} = \text{const}$, $x_{O_4} = \text{const}$ напряжение $\bar{\sigma}_{33}^0$ приблизительно равно нулю и на графиках не изображено. В сечении $x_{O_4} = \text{const}$ и левее напряжения $\bar{\sigma}_{12}^0$ и $\bar{\sigma}_{22}^0$ всюду равны нулю, \bar{v}_1^0 и \bar{v}_2^0 постоянны и равны их значениям в сечении x_{O_2} на свободной поверхности, напряжение $\bar{\sigma}_{11}^0$ повторяет ломаную в сечении $x_{O_3} = \text{const}$ до точки разрыва, однако дальше эта ломаная остается непрерывной (на рис. 4 она изображена мелкой штриховой линией), значение \bar{I}_2^0 непрерывно меняется в этом сечении от $\bar{I}_2^0 = 0,002$ в точке O_4 до $\bar{I}_2^0 = 0,02$ в точке $(x_{O_4}; -bS/2)$. Из графиков для $\bar{\sigma}_{11}^0$ следует, в каких точках поверхности происходит растяжение ($\bar{\sigma}_{11}^0 > 0$), а в каких сжатие ($\bar{\sigma}_{11}^0 < 0$) материала. Так, в окрестности точки O_1 материал сжат, но с глубиной переходит в состояние растяжения (равно как и с удалением от точки O_1 влево по оси x и с глубиной). Из анализа рис. 3, 4 видно также, что по линии $O_3 C_3$ (см. рис. 1) может произойти сдвиг, так как значения \bar{v}_1^0 и \bar{v}_2^0 различны по обе стороны $O_3 C_3$.

Таким образом, область сжатия материала до предела текучести (и выше) между ударными волнами OA и $O_1 A_1$ (зона нагружения) сменяется областью «ослабления» сжатия или областью растяжения после их отражения от свободной поверхности. Большие $\bar{\sigma}_{22}^0$ и \bar{v}_2^0 под поверхностью могут привести к ее разрушению (образованию микротрещин) вблизи точки O_1 или отколу, когда будет превзойден предел прочности $\bar{\sigma}_{22}^0 = \sigma_{кр}$ материала на отрыв. Если считать $\sigma_{кр} \sim k \approx 3$ ГПа (алюминий), то в нашей задаче возможен откол.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ивлев Д. Д., Быковцев Г. И. Теория упрочняющегося пластического тела. — М.: Наука, 1971.
2. Ковшов А. Н. Об отражении упругопластической волны от свободной поверхности // Изв. АН СССР. МТТ. — 1975. — № 4.
3. Джесмен У. Отражение и преломление слабых упругопластических волн // Механика: Сб. пер. иностр. лит. — 1976. — № 8.
4. Баскаков В. А., Колокольчиков А. В. Динамическое деформирование упрочняющегося упругопластического полупространства // Материалы V Всесоюз. съезда по теорет. и прикл. механике. — Алма-Ата, 1981.
5. Быковцев Г. И., Колокольчиков А. В., Сыгуров П. Н. Автомодельные решения уравнений динамики идеального упругопластического тела при условии пластичности Треска // ПМТФ. — 1984. — № 6.
6. Козин Н. С., Кузьмина Н. К. Ударные адибаты и профили слабых ударных волн в металлах // ПМТФ. — 1977. — № 4.
7. Мурр Л. Е. Микроструктура и механические свойства металлов и сплавов после нагружения ударными волнами // Ударные волны и явления высокоскоростной деформации металлов/Под ред. Г. Н. Эпштейна. — М.: Металлургия, 1984.
8. Быковцев А. Г. Преломление плоскополяризованных волн на границе упругого и упругопластического полупространства // ПММ. — 1985. — Т. 49, вып. 2.
9. Баскаков В. А. К задаче отражения безвихревых ударных волн от границы упругопластического полупространства. — Воронеж: ВГУ, 1971. — Вып. 1.
10. Быковцев Г. И., Кретьова Л. Д. О распространении ударных волн в упругопластических средах // ПММ. — 1972. — Т. 36, № 1.
11. Баскаков В. А. Взаимодействие ударных волн в упругопластической среде с упрочнением // ПМТФ. — 1979. — № 6.

12. Ахмадеев Н. Х., Нигматулин Р. И. Моделирование откольного разрушения при ударном деформировании. Анализ схемы мгновенного откола // ПМТФ.— 1981.— № 3.

г. Воронеж

Поступила 5/1 1990 г.

УДК 539.4 : 678.067

А. Г. Иванов, М. А. Сырунин, В. И. Лучинин

УДАРНО-ВОЛНОВОЕ РАЗРУШЕНИЕ НАМОТОЧНОГО СТЕКЛОПЛАСТИКА В РАЗЛИЧНЫХ НАПРАВЛЕНИЯХ

В настоящее время ведутся интенсивные разработки и исследования стеклопластиков, значительно расширяются области применения этих композитных материалов [1, 2]. Стеклопластики обладают рядом ценных свойств, в частности высокими удельными механическими характеристиками, а возможность изменения их волокнистой структуры позволяет варьировать свойствами композита в достаточно широком диапазоне. В [2, 3] показана перспективность применения этих материалов в конструкциях, подвергающихся импульсным (взрывным) нагрузкам. Однако экспериментальных данных по динамической прочности стеклопластиков при кратковременном воздействии нагрузок (10^{-3} — 10^{-7} с) явно недостаточно [2—5]. Следует также отметить, что существует большое количество различных видов стеклопластиков, нередко значительно отличающихся по своим статическим и динамическим характеристикам [1, 2, 6]. В данной работе изучались прочность и разрушение отколом в различных направлениях широко используемого намоточного стеклопластика на основе высокомодульных магнезально-алюмосиликатных волокон и эпоксидного связующего при ударно-волновом нагружении (времена нагружения 10^{-6} с).

В анизотропном материале определялись предельные растягивающие напряжения в направлениях, перпендикулярном σ_{pz} и одном из параллельных σ_{px} к его армирующим плоскостям (рис. 1).

Исследуемые образцы и ударники вырезались из цилиндрической оболочки радиусом 1 м, которая формировалась комбинированной намоткой лент на основе стеклянных волокон с чередованием двойных спиральных ($\varphi = 40 \pm 5^\circ$) и кольцевых ($\varphi = 90^\circ$) при соотношении их толщин 1 : 1. В процессе намотки оболочка пропитывалась связующим ЭДТ-10 с последующей термической сушкой. Образцы из стеклопластика (мишени) имели форму диска диаметром 30 мм и толщиной 10 мм, ударники выполнялись из того же материала толщиной 5 мм. Плотность стеклопластика определялась методом гидростатического взвешивания ($\rho = (1850 \pm 25)$ кг/м³). Ориентация плоскостей армирования в образцах параллельна (тип 1 — рис. 1, а) и перпендикулярна (тип 2 — рис. 1, б) направлению действия растягивающих напряжений, в ударниках перпендикулярна (подобно образцам типа 2). Плоское соударение ударника и мишени осуществлялось на пневматической метательной установке калибром 76 мм. В опытах с помощью электроконтактных датчиков регистрировалась скорость ударника W при его подлете к мишени.

Определение скорости ударной волны в материале для двух направлений (D_x, D_z) было проведено в специальных экспериментах с помощью временных пьезоотметчиков. При соударении ударника с образцом по последнему распространяется ударная волна*, которая сжимает материал. Для определения скорости ударной волны два отметчика располагали на противоположных торцах образца и по сдвигу сигналов во времени при известном расстоянии между датчиками производили расчет D_x, D_z .

Разрушение при ударно-волновом нагружении (откольные явления) развивается при достижении критических растягивающих напряжений σ_p в плоскости соприкосновения волн разрежения. В настоящее время отсутствуют прямые методы регистрации этих напряжений при отколе.

* При малых скоростях соударений реализуется волна сжатия. В работе не проводится разграничений между ударной волной и волной сжатия.