

УДК 517.958:537.84

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ПЛАЗМЫ В НЕОДНОРОДНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

В. Т. Астрелин, А. В. Бурдаков, В. М. Ковеня*, Т. В. Козлинская**

Институт ядерной физики СО РАН им. Г. М. Будкера, 630090 Новосибирск

* Институт вычислительных технологий СО РАН, 630090 Новосибирск

** Новосибирский государственный университет, 630090 Новосибирск

E-mails: kovenya@ict.nsc.ru, ktv-sun@gorodok.net

Предложен экономичный алгоритм и проведено численное моделирование динамики плазмы в неоднородном магнитном поле. Отмечено соответствие между результатами численного моделирования и результатами, полученными экспериментально на установке ГОЛ-3, а также в рамках ранее проведенных расчетов. Подтвержден наблюдаемый в эксперименте эффект быстрой передачи энергии ионам.

Ключевые слова: численное моделирование, конечно-разностная схема, физика плазмы, магнитное поле.

Введение. В эксперименте по нагреву и удержанию плазмы в многопробочной магнитной системе на установке ГОЛ-3 быстрый нагрев плазмы достигается релятивистским пучком электронов с энергией до 1 МэВ (ток до 30 кА, длительность до 8 мкс, энергосодержание 120–150 кДж) [1]. Столб дейтериевой плазмы плотностью $n \approx 10^{15} \text{ см}^{-3}$, длиной 12,3 м и диаметром 4–5 см формируется в гофрированном магнитном поле, состоящем из 55 ячеек длиной 22 см каждая с пробочным отношением $B_{\max}/B_{\min} = 5,2/3,2$ Тл, и ограничивается торцевыми пробками с полем $B'_{\max} \approx 9$ Тл. Коллективный нагрев плазмы пучком происходит в условиях развитой ленгмюровской турбулентности и подавления продольной электронной теплопроводности турбулентными электрическими полями, что в гофрированном поле приводит к появлению периодической продольной модуляции электронной температуры и давления. Градиент давления инициирует формирование и ускорение плазменных потоков по направлению к центрам магнитных ячеек. Эксперименты показали, что при столкновении потоков наблюдается всплеск нейтронного излучения термоядерного происхождения, затем происходит быстрая термализация направленной энергии движения плазмы с продолжающимся излучением нейтронов [1]. Измерения подтвердили наличие быстрого нарастания энергии ионов (до 1–2 кэВ за время действия пучка), которое не объясняется кулоновскими электрон-ионными соударениями. Для исследования описанного выше механизма быстрой передачи энергии ионам ранее проводилось численное моделирование динамики двухкомпонентной плазмы [2], которое было выполнено с использованием традиционных вычислительных алгоритмов [3] в гидродинамическом приближении, поскольку на начальной стадии нагрева температура ионов плазмы, создаваемой прямым разрядом в дейтерии, мала и длина свободного пробега ионов много меньше длины одной ячейки многопробочной ловушки. Как показал численный анализ и подтвердил эксперимент [1], динамика плазмы в этих условиях сопровождается возникновением нелинейных волн большой амплитуды, что требует более совершенных алгоритмов для моделирования процесса.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 05-01-00146а) и в рамках интеграционных проектов № 148, 162 СО РАН.

Для численного решения сильно нелинейных задач необходимы алгоритмы, обладающие большим запасом устойчивости и позволяющие адекватно описывать решения на больших промежутках времени (см. [4]). Такого рода алгоритмы могут быть основаны на схемах типа предиктор-корректор, где необходимый запас устойчивости создается на этапе предиктора, а консервативность схемы восстанавливается на этапе корректора, что позволяет обеспечивать выполнение разностных законов сохранения. В работах [5, 6] предложена схема предиктор-корректор для численного решения уравнений газовой динамики. В ней на этапе предиктора применялась схема расщепления по физическим процессам. В настоящей работе эта схема выбрана в качестве базовой. Для получения второго порядка аппроксимации по всем переменным на этапе корректора исходные уравнения аппроксимированы симметричными операторами, а для сохранения монотонности введен сглаживающий оператор второго порядка малости подобно тому, как это сделано в [7]. Проведенные тестовые расчеты подтвердили достаточную точность схемы и ее экономичность.

В настоящей работе на основе предложенной схемы проведены расчеты по нагреву плазмы с параметрами, близкими к условиям реальных экспериментов на ГОЛ-3 с различными конфигурациями магнитного поля. Полученные численные результаты сравниваются с результатами экспериментов и расчетов по ранним алгоритмам [1, 8].

Физико-математическая модель. Динамика плазмы описывается уравнениями неразрывности и движения (в приближении замагниченной плазмы) и уравнениями энергии для электронов и ионов, которые в рамках одномерного движения могут быть представлены в виде (см. [2, 9, 10])

$$\begin{aligned} \frac{\partial n}{\partial t} + B \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{nV}{B} \right) &= 0, \\ \frac{\partial V}{\partial t} + BV \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{V}{B} \right) + \frac{V^2}{B} \frac{\partial B}{\partial z} + \frac{1}{Mn} \frac{\partial}{\partial z} (nkT) &= 0, \\ \frac{3}{2} \frac{\partial nT_e}{\partial t} + B \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{3}{2} \frac{nT_e V}{B} \right) + nT_e B \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{3}{2} \frac{V}{B} \right) &= \frac{\partial}{\partial z} \left(\varkappa_e \frac{\partial T_e}{\partial z} \right) + Q_e, \\ \frac{3}{2} \frac{\partial nT_i}{\partial t} + B \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{3}{2} \frac{nT_i V}{B} \right) + nT_i B \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{3}{2} \frac{V}{B} \right) &= \frac{\partial}{\partial z} \left(\varkappa_i \frac{\partial T_i}{\partial z} \right) + Q_i. \end{aligned} \quad (1)$$

Система уравнений (1) замыкается уравнениями состояния $p_i = nkT_i$, $p_e = nkT_e$. Приняты следующие обозначения: t — время; z — продольная координата вдоль силовой линии магнитного поля; n , V — плотность и скорость плазмы; M , m — массы иона и электрона; $M = 2M_p$, где M_p — масса протона; B — магнитная индукция; T_e , T_i — температуры электронов и ионов плазмы; $T = T_e + T_i$; $p = p_i + p_e$ — полное давление плазмы; $\varkappa_e = F_e(Z_{eff})nkT_e\tau_e/(\zeta m)$, $\varkappa_i = F_i(Z_{eff})nkT_i\tau_i/M$ — коэффициенты продольной теплопроводности со столкновительными временами τ_e и τ_i соответственно, задаваемые по формулам [10]

$$\tau_e = \frac{3\sqrt{m}(kT_e)^{3/2}}{4\sqrt{2\pi}\lambda e^4 n}, \quad \tau_i = \frac{3\sqrt{M}(kT_i)^{3/2}}{4\sqrt{\pi}\lambda e^4 n};$$

Z_{eff} — эффективный заряд ионов, связанный с примесями (здесь $Z_{eff} \approx 1$); параметры $F_e \approx 3,9$ и $F_i \approx 4,4$ описывают изменение транспортных сечений в плазме с многозарядными ионами; k — постоянная Больцмана; λ — кулоновский логарифм (в нашем случае $\lambda \approx 13$); ζ — коэффициент подавления теплопроводности, определяемый уровнем турбулентности плазмы: $\zeta = 1 + (\zeta_{max} - 1)(P(t)/P_{max})^2 R(n)$; $\zeta_{max} \approx 10^2 \div 10^3$ (определено из эксперимента); $P(t)$ — мощность пучка; P_{max} — его максимальная величина; $R(n) = f(n_b/n)$ —

экспериментально измеренная зависимость потерь энергии пучка от отношения n_b/n , причем потери энергии обращаются в нуль, если инкремент пучково-плазменной неустойчивости меньше электронной частоты соударений:

$$R(n) = \max\{0; 1 - \ln(n_{eff}(z)/n^*) / \ln(n_c/n^*)\},$$

где $n_{eff}(z) = \max(0,8; n(z)B_0/B(z))$; $n_c \approx (2 \div 3) \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$ — критическая плотность плазмы, выше которой турбулентного нагрева плазмы пучком не происходит; $n^* \approx 0,8 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$ — плотность плазмы, ниже которой потери энергии пучка при нагреве плазмы практически не зависят от ее плотности.

Когда средняя длина свободного пробега частиц сравнима с длиной неоднородности давления или превышает ее, используется приближенный алгоритм ограничения теплопроводности с ограничивающим фактором $\xi_\alpha(\nu_\alpha)$:

$$\nu_\alpha^{eff} = \nu_\alpha \xi_\alpha(\nu_\alpha) = \nu_{\alpha, \max}(1 - \exp(-\nu_\alpha/\nu_{\alpha, \max})),$$

где $\nu_{\alpha, \max} = q_{\alpha, \max}/|dT_\alpha/dz|$; $q_{\alpha, \max} = 3/(2\sqrt{\pi})(nT_\alpha V_{T, \alpha})$ — максимально возможный тепловой поток частиц; $V_{T, \alpha} = (2kT_\alpha/m_\alpha)^{1/2}$ — их тепловая скорость; $\alpha = e, i$ — сорт частиц.

Источники $Q_{e, i}$ описывают изменение энергии в компонентах плазмы:

$$Q_e = Q_0 + n\nu_\epsilon^{e/i}(T_i - T_e), \quad Q_i = n\nu_\epsilon^{i/e}(T_e - T_i), \quad (2)$$

где $\nu_\epsilon^{e/i} = \nu_\epsilon^{i/e} = 4,75 \cdot 10^{-9} Z_{eff}^2 n \lambda M_p / (MT_e^{3/2})$ [см³/с] — электрон-ионная частота соударений. Член Q_0 в выражении (2) описывает нагрев плазмы электронами пучка с эффективностью η_1 и надтепловыми электронами плазмы, возникающими при турбулентном взаимодействии с ней пучка и имеющими характерную энергию (“температуру”) $T_h \approx 10$ кэВ, с эффективностью η_2 :

$$Q_0 = \frac{P(t)B(z)}{S_0 B_0^* L} [\eta_1 R_{eff}(n, z) + \eta_2 \Phi(n, z, T_h)],$$

где $R_{eff}(n, z) = AR(n)(1 + (K_n - 1)l_0/(z + l_0))$; K_n и l_0 — параметры задачи, характеризующие неоднородность нагрева по длине из-за размывания пучка по скоростям при прохождении плазмы (в эксперименте $K_n \approx 2,9$, $l_0 = 2$ м); B_0^* — магнитная индукция в сечении S_0 ;

L — длина системы; A — нормировочный коэффициент такой, что $\frac{1}{L} \int_0^L R_{eff}(n, z) dz = 1$.

Компонента Φ описывает нагрев плазмы за счет релаксации быстрого “хвоста” плазменных электронов:

$$\Phi(n, z, T_h) = \frac{0,85nL}{2R_0(T_h)} \int_{\epsilon'_{\min}}^{\infty} \psi(\xi, \epsilon') d\epsilon',$$

где $\epsilon' = \epsilon/T_h$ — безразмерная энергия быстрых электронов; ϵ'_{\min} — энергия, при которой длина свободного пробега электронов $R_0(\epsilon)$ [см⁻²] = $2,5 \cdot 10^{18} \cdot \epsilon^2$ [кэВ]/ λ равна

$\langle nl \rangle = \int_0^z n(l) dl$; $\xi = \langle nl \rangle / R_0(\epsilon)$; $\psi(\xi, \epsilon') = 3,39(0,01 + \xi)^{0,25} \exp(-6\xi^{2,5} - \epsilon')$ — безразмерная

функция поглощения энергии надтепловых электронов в мишени. Коэффициент 0,85 учитывает частичное отражение надтепловых электронов от торцевых пробок магнитного поля.

Для удобства численного интегрирования приведем уравнения (1) к безразмерному виду, выбирая в качестве исходных параметров следующие величины, характерные для начального состояния плазмы: длина $L_0 = 10^2$ см; время $t_0 = 10^{-6}$ с; скорость $V_0 = 10^8$ см/с; магнитное поле $B_0 = 1$ Тл; плотность $n_0 = 10^{15}$ см $^{-3}$; температура $T_0 = 10^3$ эВ; мощность пучка $P_0 = 10^9$ Вт. Далее, как правило, все величины будем приводить в безразмерных единицах.

Выберем в качестве искомым функций плотность плазмы, скорость, ионное и полное давления. Тогда исследуемая система уравнений может быть представлена в безразмерном виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial n}{\partial t} + V \frac{\partial n}{\partial z} + Bn \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{V}{B} \right) &= 0, \\ \frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial z} + \frac{A_0}{n} \frac{\partial p}{\partial z} &= 0, \\ \frac{\partial p_i}{\partial t} + V \frac{\partial p_i}{\partial z} + \gamma B p_i \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{V}{B} \right) &= \frac{\partial}{\partial z} \left(\tilde{\xi}_i \frac{\partial T_i}{\partial z} \right) + \frac{A_1}{\gamma'} (p - 2p_i), \\ \frac{\partial p}{\partial t} + V \frac{\partial p}{\partial z} + \gamma B p \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{V}{B} \right) &= \frac{\partial}{\partial z} \left(\tilde{\xi}_e \frac{\partial T}{\partial z} \right) + F_0, \end{aligned} \quad (3)$$

где $\gamma = 5/3$; $\gamma' = \gamma - 1$; $\tilde{\xi}_i = K_i \xi_i T_i^{5/2} / \gamma'$; $\tilde{\xi}_e = K_e \xi_e T_e^{5/2} / (\gamma' \zeta)$ — коэффициенты теплопроводности как функции температур; $A_0 = (C_0^2 / V_0^2) M_p / M$ и $A_1 = 1,3014 \cdot 10^{-3} Z_{eff}^2 M_p / (\tilde{T}_e^{3/2} M)$ — безразмерные параметры; $C_0 = \sqrt{\gamma p / (nM)}$ — ионно-звуковая скорость волн в плазме; $F_0 = \tilde{Q}_0 / \gamma' + \partial((\tilde{\xi}_i - \tilde{\xi}_e) \partial T_i / \partial z) / \partial z$.

Перепишем систему уравнений (3) в векторной форме:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \Omega f = F, \quad (4)$$

где

$$f = \begin{pmatrix} n \\ V \\ p_i \\ p \end{pmatrix}; \quad F = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ F_0 \end{pmatrix};$$

$$\Omega = \begin{pmatrix} V \frac{\partial}{\partial z} & Bn \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{B} & 0 & 0 \\ 0 & V \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{A_0}{n} \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & \gamma B p_i \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{B} & V \frac{\partial}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z} \tilde{\xi}_i \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{n} + 2A_1 & -A_1 \\ 0 & \gamma B p \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{B} & 0 & V \frac{\partial}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z} \tilde{\xi}_e \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{n} \end{pmatrix}.$$

Решение задачи (4) будем искать в области $\Pi = \{z_0 \leq z \leq L, t > 0\}$. Граничные условия на концах системы определяются свободным вытеканием плазмы через торцевые магнитные пробки и приближенно описываются следующими условиями (см. [2]):

$$\left. \frac{\partial n T_{e,i}}{\partial z} \right|_{z=0,L} = 0, \quad \left. \frac{\partial V}{\partial z} \right|_{z=0,L} = 0, \quad T_{e,i} \Big|_{z=0,L} = \max(T_{0e,i}, 0,05 T_{e,i}^{\max}). \quad (5)$$

Начальные условия соответствуют заполнению системы однородной холодной плазмой:

$$T_{0e,i} = 1 \text{ эВ}, \quad n_0 = 10^{15} \text{ см}^{-3}, \quad V_0 = 0.$$

Разностная схема. Введем в Π расчетную сетку с постоянными шагами h и τ соответственно. Аппроксимируем оператор Ω разностным оператором Ω_h :

$$\Omega_h = \begin{pmatrix} V\Lambda & Bn\Lambda \frac{1}{B} & 0 & 0 \\ 0 & V\Lambda & 0 & \frac{A_0}{n} \bar{\Lambda} \\ 0 & \gamma B p_i \Lambda \frac{1}{B} & V\Lambda - \Lambda \tilde{\xi}_i \Lambda \frac{1}{n} + 2A_1 & -A_1 \\ 0 & \gamma B p_e \Lambda \frac{1}{B} & 0 & V\Lambda - \Lambda \tilde{\xi}_e \Lambda \frac{1}{n} \end{pmatrix}.$$

Здесь

$$\Lambda = \begin{cases} \Lambda_-, & \text{если } V \geq 0, \\ \Lambda_+, & \text{если } V < 0; \end{cases} \quad \bar{\Lambda} = \begin{cases} \Lambda_+, & \text{если } V \geq 0, \\ \Lambda_-, & \text{если } V < 0; \end{cases}$$

$\Lambda_{\pm} f_j = \pm(f_{j\pm 1} - f_j)/h$ — аппроксимация первой производной с учетом знака скорости V^l с порядком $O(h)$; $\Lambda a \Lambda$ — аппроксимация вторых производных симметричным оператором на трехточечном шаблоне. Как и в [5, 6], представим оператор Ω_h в виде суммы операторов $\Omega_h = \Omega_{1h} + \Omega_{2h}$, где

$$\Omega_{1h} = \begin{pmatrix} V\Lambda & Bn\Lambda \frac{1}{B} & 0 & 0 \\ 0 & V\Lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad \Omega_{2h} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{A_0}{n} \bar{\Lambda} \\ 0 & a_i \Lambda \frac{1}{B} & V\Lambda - \Lambda \tilde{\xi}_i \Lambda \frac{1}{n} + 2A_1 & -A_1 \\ 0 & a_e \Lambda \frac{1}{B} & 0 & V\Lambda - \Lambda \tilde{\xi}_e \Lambda \frac{1}{n} \end{pmatrix}.$$

С учетом введенных обозначений разностная схема

$$\begin{aligned} \frac{f^{l+1/4} - f^l}{\tau\alpha} + \Omega_{1h} f^{l+1/4} &= 0, & \frac{f^{l+1/2} - f^{l+1/4}}{\tau\alpha} + \Omega_{2h} f^{l+1/2} &= 0, \\ \frac{f^{l+1} - f^l}{\tau} + \tilde{\Omega}_h f^{l+1/2} &= F^{l+1/2} \end{aligned} \tag{6}$$

аппроксимирует исходные уравнения (4) с порядком $O(\tau^m + \tau h + h^k)$, где $m = 2$ при $\alpha = 0,5 + O(\tau)$ и $m = 1$ при $\alpha \neq 0,5$; k — порядок аппроксимации оператора Ω_h на этапе корректора. Для повышения точности расчета оператор Ω на этапе корректора аппроксимируем симметричным оператором со вторым порядком. Тогда разностная схема (6) аппроксимирует исходные уравнения (4) с порядком $O(\tau^2 + h^2)$ при $\alpha = 0,5 + O(\tau)$. В силу симметричной аппроксимации вектора оператора $\tilde{\Omega}_h$ схема немонотонна, и для устранения осцилляций в нее на этапе корректора вводится сглаживающий оператор второго порядка малости подобно тому, как это сделано в [7]:

$$\Lambda a f = \frac{(af)_{j+1} - (af)_{j-1}}{2h} - \frac{h}{2} \frac{b_{j+1/2} \Lambda_+ f_j - b_{j-1/2} \Lambda_- f_j}{h}, \tag{7}$$

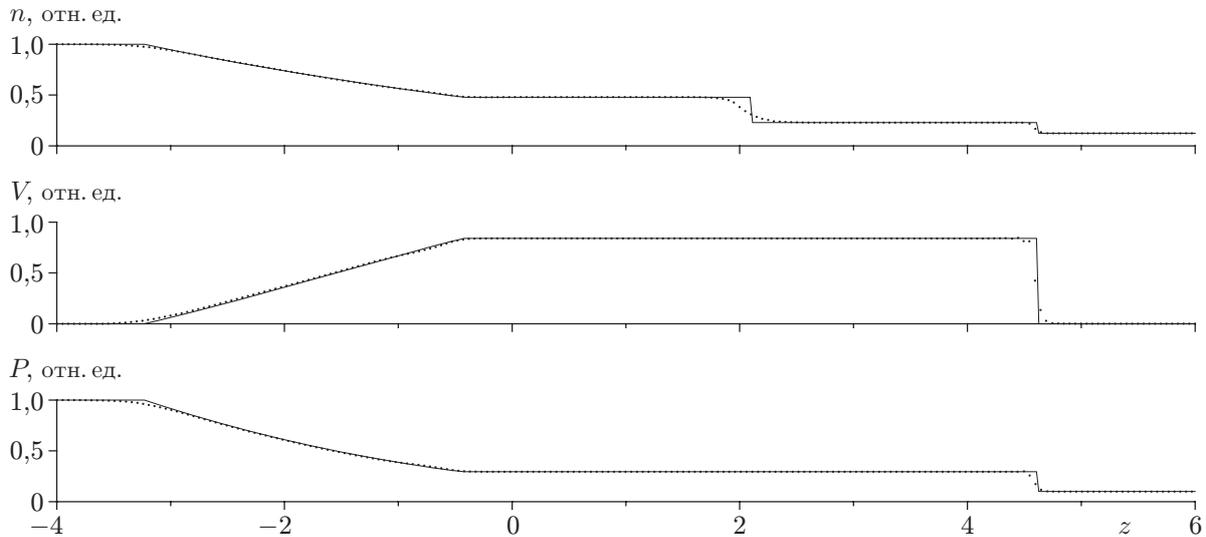


Рис. 1

где $b_{j\pm 1/2} = (b_{j\pm 1} + b_j)/2$; $b_j = \varepsilon^2 |a_j|$; $\varepsilon = 0$, если $d = 0$, иначе $\varepsilon = |f_{j+1} - 2f_j + f_{j-1}|/d$; $d = |f_{j+1} - f_j| + |f_j - f_{j-1}|$.

В линейном приближении при $F = 0$ разностная схема (6) безусловно устойчива при $\alpha \geq 0,5$. Как следует из вида матричных операторов Ω_{jh} , на дробных шагах она реализуется скалярными трехточечными прогонками, а на этапе корректора — явно.

Отметим, что в ранних алгоритмах для обеспечения устойчивости решения и моделирования формирования и столкновений сильно нелинейных волн вводилась искусственная вязкость и проводилось сглаживание локальных возмущений, возникавших в используемой разностной схеме [2], что могло повлиять на качество полученных результатов. Приведенный выше алгоритм искусственной вязкости не содержит.

Тестирование схем (4)–(7) проведено на решении двух задач: о распаде произвольного разрыва и стационарном течении в канале переменного сечения. Для первой задачи начальные и краевые условия задавались следующим образом:

$$\begin{aligned} n(z, 0) = 1, \quad V(z, 0) = 0, \quad p(z, 0) = 1 & \quad \text{при } -4 \leq z \leq 0; \\ n(z, 0) = 0,125, \quad V(z, 0) = 0, \quad p(z, 0) = 0,1 & \quad \text{при } 0 < z \leq 6; \end{aligned}$$

$$n(-4, t) = 1, \quad V(-4, t) = 0, \quad p(-4, t) = 1, \quad n(6, t) = 0,125, \quad V(6, t) = 0, \quad p(6, t) = 0,1.$$

Заметим, что система уравнений (6) при $F \equiv 0$ и $p_i = p$, $p_e = 0$, $\tilde{\zeta}_i = \tilde{\zeta}_e = 0$ есть система уравнений газовой динамики в квазиодномерном приближении, а под B^{-1} понимается площадь поперечного сечения. Очевидно, при $B = \text{const}$ уравнения (4) являются системой одномерных нестационарных уравнений газовой динамики.

На рис. 1 приведены результаты расчетов по схеме второго порядка (6) со сглаживанием (7) на момент времени $t = 2,5$ на сетке, содержащей 200 узлов по z при $\alpha = 0,505$. Сплошной линией показано точное решение, точками — численное. Видно, что ударная волна “размазывается” на 2–3 узла, а контактный разрыв — на 6 узлов. Схема правильно передает скорости движения ударной волны и волны разрежения. Подобный результат получен и по схеме первого порядка, однако в этом случае контактный разрыв “размазывается” на 10–12 узлов. Расчеты выполнены при числе Куранта $k = \max(\tau|V \pm c|/h) = 1$. Все представленные ниже расчеты также выполнены по схеме второго порядка с монотонизацией решения.

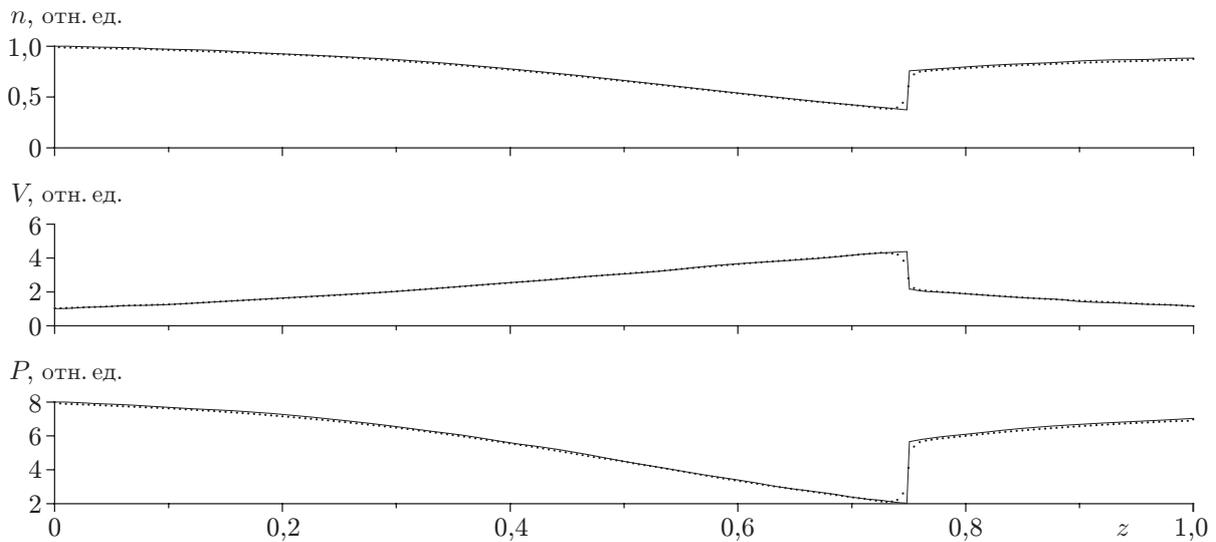


Рис. 2

Для задачи, описывающей квазиодномерное стационарное течение в канале переменного сечения, задаваемого формулой $B(x) = 0,5 + 0,5(1 - 2x)^2$, $0 \leq x \leq 1$, решение находилось численно методом установления. В начальный момент времени ($t = 0$) задавались значения функций на входе и выходе из канала, удовлетворяющие точному решению

$$\begin{pmatrix} n \\ V \\ p \end{pmatrix}_{x=0} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1,0237 \\ 8 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} n \\ V \\ p \end{pmatrix}_{x=1} = \begin{pmatrix} 0,8835 \\ 1,1586 \\ 7,0315 \end{pmatrix},$$

которое содержит разрыв газодинамических величин. На рис. 2 приведены точное (сплошные линии) и численное (точки) решения после установления по схеме (6) на расчетной сетке из 200 узлов. Как показывают результаты расчетов, предложенная схема позволяет с достаточной точностью получать решение стационарных и нестационарных задач при наличии разрывов и других особенностей течения.

Моделирование нагрева и движения плазмы. С целью проверки работы алгоритмов и возможности моделирования ими механизма нагрева плазмы в рамках предложенной физической модели [2] проведено моделирование динамики плазмы в условиях, соответствующих специальному эксперименту на ГОЛ-3 с одиночной магнитной ячейкой [11, 12]. В начальный момент времени ($t = 0$) в канале длиной $L = 12,32$ м задавались невозмущенные значения искомых величин $n = 1$, $V = 0$, $T_i = T_e = 0,001$. Внешнее магнитное поле задавалось по формуле $B = 2 + \cos(2(z - 1,5\pi))$, если $1,5\pi \leq z \leq 2,5\pi$, $B = 3$, если $0 \leq z \leq 1,5\pi$ или $2,5\pi \leq z \leq 12,3$. Система предполагалась открытой, допускающей свободное вытекание плазмы на границах канала и удовлетворяющей краевым условиям (5). Численное решение уравнений (4) находилось по схеме предиктор-корректор (6) с порядком $O(\tau^2 + h^2)$. Расчетная сетка содержала 400 узлов по координате z . Выше отмечалось, что разностная схема (6) безусловно устойчива при отсутствии внешних сил. Однако при наличии внешних источников F , которые вычисляются явно на этапе корректора, разностная схема может терять свойство безусловной устойчивости. В этом случае временной параметр τ определяется из устойчивости схемы по правой части. За счет вклада нагрева пучком в источник член F он становится определяющим в уравнении энергии и значительно превосходит конвективные и другие члены уравнения. При этом электронная температура резко возрастает: приблизительно в 1000 раз. Численные расчеты проведе-

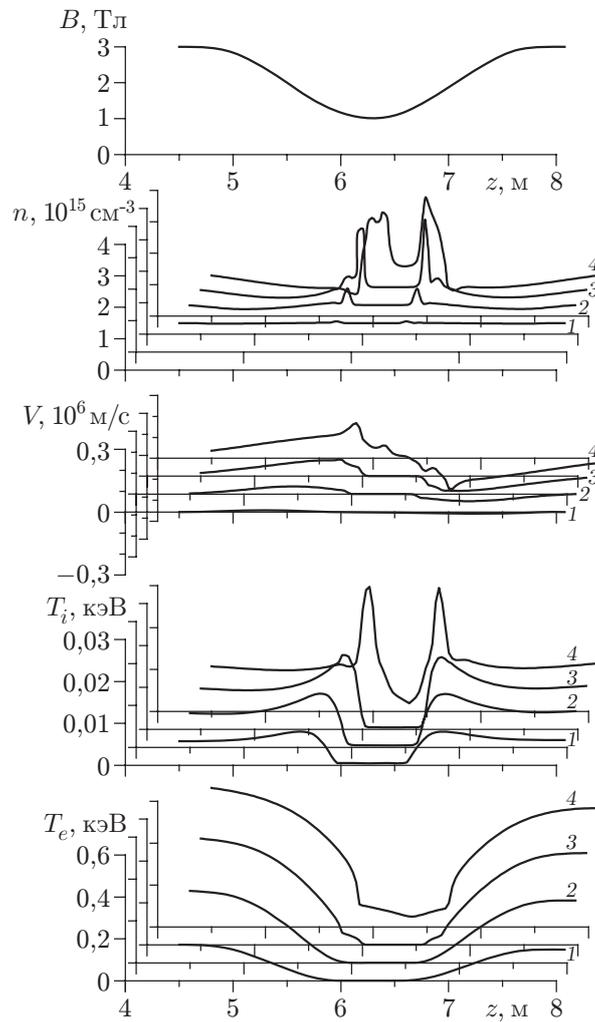


Рис. 3

ны при значении числа Куранта $k \approx 0,01 \div 0,1$, допускаемом устойчивостью схемы. На рис. 3 приведены распределения скорости, плотности, электронной и полной температуры в моменты времени $t = 1, 2, 3, 4$ мкс (кривые 1, 2, 3, 4 соответственно) для заданного распределения магнитного поля.

В соответствии с предполагаемым механизмом ускорения ионов и экспериментальными данными, полученными в установке ГОЛ-3 (см. [11]), нагрев плазмы электронным пучком происходит неравномерно из-за неравномерности распределения магнитного поля: температура значительно повышается по краям пробкотрона и в меньшей степени — в центре ямы. Неоднородность давления приводит к ускорению плазмы к центру ячейки. При $t > 4$ мкс два потока сталкиваются и, как показывают оценки, проходят друг через друга.

В рамках рассматриваемой односкоростной модели численные расчеты, проведенные по изложенному выше алгоритму, дали следующие результаты. При решении задачи за счет нагрева плазмы электронным пучком происходит существенный рост электронной температуры: приблизительно в 1000 раз, причем ее возрастание максимально вне магнитной ямы (см. рис. 3). Ионная же температура возрастает приблизительно в 10 раз и достигает максимального значения на границах магнитной ямы. За счет ускорения плазмы к центру магнитной ямы плотность возрастает в зоне ямы (приблизительно в 2,8 раза

по сравнению с начальной) и уменьшается вне ямы. Полное давление целиком определяется электронным давлением: на краях ямы оно возрастает больше, чем в центре. Максимальная кинетическая энергия ускоренных ионов составляет приблизительно 0,3–0,5 электронной температуры, что соответствует экспериментальным наблюдениям. Численное решение качественно и количественно близко к полученным в эксперименте и в ранних расчетах (см. [2, 11]) вплоть до времени $t = 4$ мкс. Однако для $t > 4$ мкс из расчетов следует, что два потока плазмы сталкиваются в центре ямы, при этом резко возрастают температуры и давления. Для таких времен односкоростная модель перестает быть справедливой, и для расчета таких течений необходимо использовать многопоточные модели.

Результаты расчетов для многопробочной конфигурации магнитного поля.

Проверка работы алгоритмов и исследование механизма коллективного ускорения ионов проводились также на задаче с периодическим магнитным полем, близким к полю многопробочной системы установки ГОЛ-3. Моделирование преследовало две цели. Первая — расширение области устойчивого решения, которая в ранних расчетах была существенно ограничена возможностью применяемого численного алгоритма. Вторая — исследование влияния степени неоднородности нагрева электронов пучком (которое в модели может задаваться по результатам измерений в эксперименте) на неоднородность ускорения ионов по длине установки.

При моделировании внешнее магнитное поле одной ячейки поля задавалось по формулам $B = 4,2 + \cos(2\pi z/0,22)$ [Тл] в интервале $0,11 \leq z \leq 12,21$ и $B = 6,1 + 2,9 \cos(2\pi z/0,22)$ [Тл] вне этого интервала. Это соответствует многопробочной системе, полная длина которой 12,32 м, ограниченной двумя торцевыми пробками с магнитным полем 9 Тл. Всего в системе размещалось 56 таких магнитных ячеек с периодом 22 см. Расчетная сетка содержала 1000 узлов по координате z . На каждую ячейку приходилось 18 узлов сетки. В начальный момент времени в канале длиной $L = 12,32$ м задавались невозможные значения искомым величин $n = 1,5 \cdot 10^{15}$ см⁻³, $V = 0$, $T_e = T_i = 1$ эВ. На рис. 4 приведены распределения скорости, плотности, электронной и суммарной температуры $T = T_e + T_i$ в моменты времени $t = 0,5, 1, 1,5, 1,8$ мкс (кривые 1, 2, 3, 4 соответственно) в гофрированном магнитном поле.

Так как плотность замагниченного пучка пропорциональна магнитному полю, то при $t = 0$ отношение n_b/n , определяющее эффективность нагрева электронов плазмы, также периодически изменяется по длине системы. При этом на концах каждой ячейки в области большого магнитного поля происходит эффективный нагрев плазмы пучком. В центре каждой ячейки отношение плотности пучка к плотности плазмы становится меньше необходимого для развития пучково-плазменной турбулентности и локальный нагрев плазмы оказывается значительно меньше. Возникающая при этом неоднородность электронного давления ускоряет плазму по направлению к средней плоскости, формируя встречные потоки ускоренных ионов из областей высоких магнитных полей каждой ячейки к ее центральной плоскости. Наблюдаемое коллективное ускорение ионов увеличивает их кинетическую энергию до значений, сопоставимых с тепловой энергией электронов за время, меньшее длительности пучка. Полученное в этих расчетах распределение параметров плазмы соответствует результатам моделирования по ранним алгоритмам вплоть до расчетных времен, соответствующих 1,8 мкс. Предложенная гидродинамическая модель для описания многопробочной конструкции справедлива лишь до пересечения встречных потоков плазмы. При $t > 1,8$ мкс, так же как и для однопробочной конфигурации магнитного поля, необходимо применять многопоточные либо кинетические модели.

Заключение. Предложена физико-математическая модель для описания сильно нелинейных процессов динамики высокотемпературной плазмы, нагреваемой мощным электронным пучком в открытой ловушке с неоднородным магнитным полем. Разработаны и

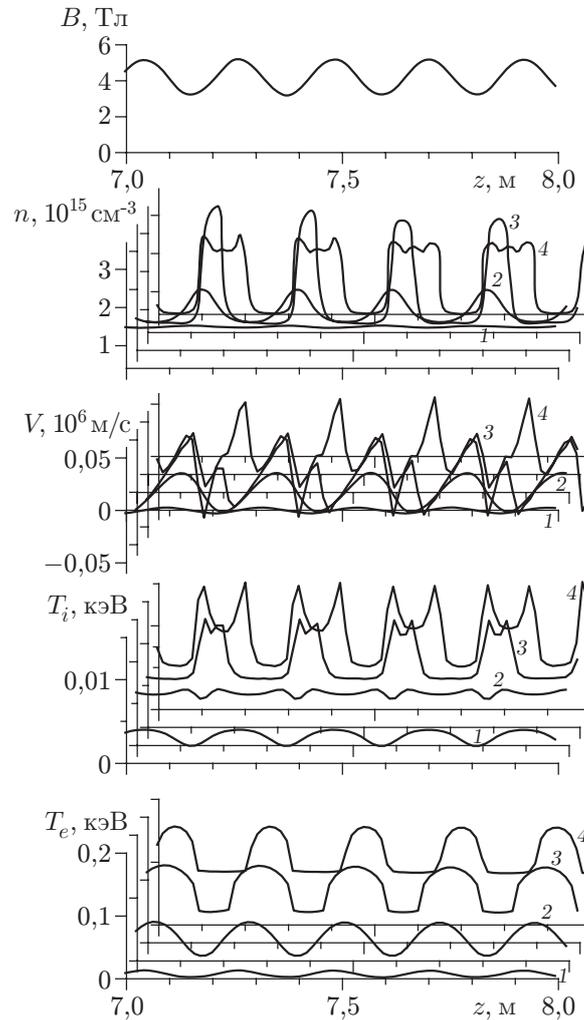


Рис. 4

реализованы экономичные алгоритмы, основанные на методе расщепления. Проведено их тестирование и получены оценки точности алгоритмов на решении задач с разрывными решениями. Выполнено численное моделирование реальных экспериментов, проведенных на установке ГОЛ-3. Отмечено соответствие результатов численного моделирования и результатов, полученных экспериментально, а также в рамках ранее проведенных расчетов. Это позволяет сделать вывод о правильности выбранной физико-математической модели для описания механизма нагрева плазмы вплоть до момента столкновения потоков плазмы. Подтверждены правильность выбранной модели и достоверность численного моделирования на основе различных численных алгоритмов. Подтвержден наблюдаемый в эксперименте эффект быстрой передачи энергии ионам. Показана необходимость применения кинетических моделей для расчета динамики плазмы при больших временах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Burdakov A. V., Arzhannikov A. V., Astrelin V. T., et al. Fast heating of ions in GOL-3 multiple mirror trap // Proc. of the 31th Europ. phys. soc. conf. on controlled fusion and plasma physics, London, June 28 — July 2, 2004. Publ. by EPS. CD-ROM: Contributed Papers. 2004. V. 27A. P4-156.

2. **Astrelin V. T., Burdakov A. V., Koidan V. S., Postupaev V. V.** Dynamics of plasma heated by electron beam in corrugated magnetic field // Proc. of the 30th Europ. phys. soc. conf. on controlled fusion and plasma physics, St-Petersburg, Russia, July 7–11, 2003. Publ. by EPS. CD-ROM: Contributed Papers. 2003. V. 27A. P-2.192.
3. **Самарский А. А., Попов Ю. П.** Разностные схемы газовой динамики. М.: Наука, 1975.
4. **Ковеня В. М.** Разностные методы решения многомерных задач. Новосибирск: Изд-во Новосибир. гос. ун-та, 2004.
5. **Ковеня В. М., Лебедев А. С.** Модификация метода расщепления для построения экономичных разностных схем // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1994. Т. 34, № 6. С. 886–897.
6. **Ковеня В. М., Козлинская Т. В.** Об алгоритме расчета нагрева плазмы электронным пучком // Вычисл. технологии. 2004. Т. 9, № 6. С. 59–67.
7. **Ковеня В. М., Лебедев А. С.** Численное исследование отрывного течения в ближнем следе. Новосибирск, 1987. (Препр. / АН СССР. Сиб. отд-ние. Ин-т теорет. и прикл. мехники; № 14-87).
8. **Arzhannikov A. V., Astrelin V. T., Burdakov A. V., et al.** Dynamics of ions of a beam-heated plasma in a cell of multimirror open trap // Trans. Fus. Technology. 2003. V. 43, N 1T. P. 172–176.
9. **Арцимович Л. А., Сагдеев Р. З.** Физика плазмы для физиков. М.: Атомиздат, 1979.
10. **Брагинский С. И.** Явления переноса в плазме // Вопросы теории плазмы. М.: Госатомиздат, 1963. Т. 1. С. 183–272.
11. **Аржанников А. В., Астрелин В. Т., Бурдаков А. В. и др.** Прямое наблюдение anomalously низкой продольной электронной теплопроводности во время коллективной релаксации сильнооточного релятивистского электронного пучка в плазме // Письма в ЖЭТФ. 2003. Т. 77, № 7. С. 426–429.
12. **Akentev R. Yu., Arzhannikov A. V., Astrelin V. T., et al.** Experimental results on multiple mirror trap GOL-3 // Proc. of the 29th Europ. phys. soc. conf. on controlled fusion and plasma physics, Montreux, July 1–5, 2002. Publ. by EPS. CD-ROM: Contributed Papers. 2002. V. 26B. P-5.057.

Поступила в редакцию 28/III 2005 г.
