

ГОРЕНИЕ СМЕСЕЙ ГАЗА С ЧАСТИЦАМИ

П. Б. Вайнштейн, Р. И. Нигматуллин

(Москва)

Рассмотрены движения многофазных сред, представляющих собой однородную реагирующую смесь газа с твердыми или жидкими частицами топлива. Горение частиц происходит либо в конденсированной фазе, либо после предварительного испарения, причем пары топлива сгорают в объеме газа или в узком фронте пламени, охватывающем частицу.

Для описания движения таких сред используется многоскоростная и многотемпературная модель с гетерогенными химическими реакциями. Представлены выражения, характеризующие силовое, тепловое и массовое взаимодействие между фазами. Исследуется задача о нормальном распространении фронта пламени в газозвеси для случая, когда горение частиц происходит в конденсированной фазе. Представлены полученные величины скорости распространения фронта пламени в зависимости от ряда параметров, определяющих исследуемый процесс (диаметр частиц, состав смеси и т. д.).

Анализ экспериментальных данных позволяет выделить три предельных режима горения частиц. Это, во-первых, чистогетерогенный, когда химическая реакция непосредственно происходит внутри или на поверхности частиц (в конденсированной фазе), и тем самым теплота химической реакции непосредственно выделяется в конденсированной фазе. Так горят, например, частицы графита или угля, в котором отсутствуют летучие вещества. Во-вторых, квазигомогенный режим, когда горение и выделение тепла происходят во всем объеме газовой фазы после испарения и смешения паров топлива с окислителем. Так горят достаточно мелкие частицы легкоиспаряемого топлива. В-третьих, парофазный режим, когда горение и непосредственное выделение тепла происходят в тонких слоях пламен, окружающих частицы. Эти слои пламен имеют существенно более высокую температуру, чем окружающий газ и частицы.

Применительно к горению смеси с твердыми частицами задача о нормальном распространении фронта пламени в односкоростном и однотемпературном приближении рассмотрена О. И. Лейпунским [1]. В работах [2,3] для случая, когда температуры газа и частиц отличаются, рассмотрена задача о воспламенении газозвеси при чистогетерогенном режиме горения. Распространение пламени в газозвеси жидкого легко испаряющегося топлива экспериментально исследовано Баргойном и Козном [4]. Ими обнаружено, что по мере увеличения диаметра частиц квазигомогенный режим переходит в парофазный режим. Применительно к таким смесям для квазигомогенного режима горения задача о распространении фронта пламени в простейшем виде рассмотрена в работе Уильямса [5].

Для описания указанных трех режимов горения газозвеси используются представления гидродинамики многофазной среды с фазовыми переходами [6-8], а при рассмотрении парофазного режима горения используется также модель горения одиночной частицы, разработанная Г. А. Варшавским [9] и Сполдингом.

1. Основные допущения. Пусть имеется смесь газа с взвешенными частицами, в которой происходит гетерогенная химическая реакция. При этом газовая фаза состоит как минимум из двух компонент — окислитель и продукты реакции. Полагаем справедливым основное допущение механики сплошной среды — расстояния, на которых параметры течения смеси меняются существенно (вне поверхности разрыва), много больше характерных размеров включений и особых зон горения (диаметр частиц или капель, диаметр пламени вокруг частицы), а также расстояний между ними. Это позволяет описывать указанную дисперсную смесь как совокупность двух или более континуумов, заполняющих один и тот же объем, в каждой точке которого определены параметры для каждой фазы, в том числе и объемные доли α_i , приходящиеся на каждую фазу.

В качестве первого этапа для упрощения будем полагать: 1) частицы в элементарном объеме — в среднем одинаковые сферы, хаотическим дви-

жением и непосредственными столкновениями между которыми можно пренебречь;

2) химическая реакция горения подчиняется простейшему уравнению

$$\kappa_{11}A + \kappa_2B = \kappa_{13}C \quad (1.1)$$

где A, B, C — символы химических элементов топлива, окислителя и продуктов реакции соответственно, а κ_k ($k = 11, 2, 13$) — стехиометрические коэффициенты;

3) все поступающее в зону горения (в несущую фазу или в пламя) топливо в виде паров полностью сгорает, так что наличием свободных паров топлива в газе можно пренебречь;

4) в случае парофазного горения масса вещества, заключенного внутри пламенного слоя, существенно меньше массы частицы, поэтому свойства этого слоя будут учитываться с помощью понятия поверхностной фазы [8].

Далее везде параметры, относящиеся к газу, частицам и пламени вокруг частиц будут снабжаться индексами 1, 2 и f внизу. Параметры первой фазы, являющейся гомогенной смесью газов (несущая газовая среда), относящиеся к окислителю и продуктам реакции, будут иметь индексы 11 и 13 внизу. Соответственно окислитель будет называться первой компонентой, продукты реакции — третьей; частицы (конденсированная фаза) будут называться второй фазой (или второй компонентой), а пламена вокруг частиц — f -фазой.

В каждой точке объема, занятого смесью, можно ввести макроскопические скорости и средние плотности компонент и фаз v_i, ρ_i ($i = 1, 11, 13, 2$), объемные содержания фаз α_i ($i = 1, 2$), причем

$$\begin{aligned} \rho &= \rho_1 + \rho_2, \quad \rho_1 = \rho_{11} + \rho_{13}, \quad \rho_{11} = \rho_{11}^\circ \alpha_1, \quad \rho_{13} = \rho_{13}^\circ \alpha_1, \quad \rho_2 = \rho_2^\circ \alpha_2 \\ \alpha_i &\geq 0, \quad \alpha_1 + \alpha_2 = 1, \quad \alpha_2 = \frac{1}{2} \pi n d^3 \end{aligned} \quad (1.2)$$

Здесь ρ — плотность смеси, ρ_i° ($i = 1, 11, 2, 13$) — истинная плотность вещества i -й компоненты или фазы, n — число частиц или капель (в данном случае сферических с диаметром d) в единице объема смеси. Среднемассовая скорость первой фазы v_1 определяется через скорости компонент

$$\rho_1 v_1 = \rho_{11} v_{11} + \rho_{13} v_{13} \quad (1.3)$$

Относительное движение компонент в газовой смеси, представляющей собой первую фазу, определяется процессами диффузии (в отличие от относительного движения газовой и диспергированной конденсированной фаз). Поэтому можно определить диффузионные скорости первой и третьей компонент w_{11} и w_{13}

$$v_{11} = v_1 + w_{11}, \quad v_{13} = v_1 + w_{13} \quad (\rho_{11} w_{11} + \rho_{13} w_{13} = 0) \quad (1.4)$$

которые описываются с помощью закона Фика

$$c_{11} w_{11} = -D_{13} \nabla c_{11} \quad (c_i = \rho_i / \rho_1, \quad i = 11, 13) \quad (1.5)$$

где D_{13} — коэффициент бинарной диффузии, c_i — массовые концентрации компонент в первой фазе.

Следуя [6-8], имеем следующие уравнения масс и импульсов (при отсутствии внешних массовых сил) каждой фазы, а также уравнение сохранения числа частиц (в случае отсутствия процессов их дробления и

слипания)

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_{11}}{\partial t} + \nabla \rho_{11} (v_1 + w_{11}) &= -J_{11}, & \frac{\partial \rho_{13}}{\partial t} + \nabla \rho_{13} (v_1 + w_{13}) &= J_{13} \\ \frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \nabla \rho_2 v_2 &= -J_2, & \frac{\partial n}{\partial t} + \nabla n v_2 &= 0 \\ \rho_1 \frac{d_1 v_1}{dt} &= \nabla^m \sigma_1^m - r_{12} + J_2 (v_2' - v_1), & \rho_2 \frac{d_2 v_2}{dt} &= \nabla^m \sigma_2^m + r_{12} - J_2 (v_2' - v_2) \\ & \left(\frac{d_i}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v_i \nabla = \frac{\partial}{\partial t} + v_i^m \nabla^m \right) \end{aligned} \quad (1.6)$$

Здесь и далее везде суммирование только по верхним индексам, относящимся к координатным осям; J_j ($j = 11, 13, 2$) — скорость изменения массы соответствующей компоненты в единице объема смеси за счет гетерогенной химической реакции; r_{12} — сила взаимодействия между фазами, отнесенная к единице объема смеси; σ_i ($i = 1, 2$) — тензор поверхностных сил соответствующей фазы; v_2' характеризует импульс массы, претерпевающей превращение из-за химической реакции.

Из допущений 2) и 3) следует:

$$\begin{aligned} \frac{J_{11}}{v_{11}} = \frac{J_2}{v_2} = \frac{J_{13}}{v_{13}} = J, & \quad v_{13} = v_{11} + v_2 \\ (v_{11} = g_{11} \kappa_{11}, v_2 = g_2 \kappa_2, v_{13} = g_{13} \kappa_{13}) \end{aligned} \quad (1.7)$$

Для дисперсных систем при достаточно малых объемных содержаниях взвешенной фазы α_2 , учитывая действие вязкости несущей среды, только в процессах взаимодействия фаз можно принять

$$\sigma_1^{mn} = p_1 \delta^{mn}, \quad \sigma_2^{mn} = 0 \quad (1.8)$$

Силу взаимодействия между фазами r_{12} можно представить в виде

$$r_{12} = -\alpha_2 \nabla p + f \quad (1.9)$$

где первая составляющая связана с воздействием поля давления несущей фазы на включения (сила Архимеда), а вторая фактически является силой трения между фазами.

Полагая, что скорость газа на поверхности частицы равна скорости последней, которая в свою очередь движется как твердое тело, можно принять

$$v_2' = v_2 \quad (1.10)$$

Из (1.6), (1.2) и из условия несжимаемости материала частиц ($\rho_2^\circ = \text{const}$) следуют соотношения:

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \nabla \rho_1 v_1 = v_2 J, \quad \frac{\alpha_1}{\rho_1^\circ} \frac{d_1 \rho_1^\circ}{dt} = v_2 J \left(\frac{1}{\rho_1^\circ} - \frac{1}{\rho_2^\circ} \right) - \nabla (\alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2) \quad (1.11)$$

2. Энергия смеси. Уравнения притоков тепла. Примем следующее определение полной энергии E единицы массы смеси:

$$\rho E = \rho_1 \left(u_1 + \frac{v_1^2}{2} \right) + \rho_2 \left(u_2 + \frac{v_2^2}{2} \right) + n u_j^* \quad (2.1)$$

где u_i ($i = 1, 2$) — внутренняя энергия соответствующей фазы, а u_j^* — внутренняя энергия пламенных слоев вокруг частиц, приходящаяся на одну частицу. Для внутренней энергии первой фазы примем условие аддитивности по массе входящих в нее компонент

$$\rho_1 u_1 = \rho_{11} u_{11} + \rho_{13} u_{13} \quad (2.2)$$

В фиксированном элементарном объеме dV полная энергия смеси меняется за счет притока вещества и внешнего воздействия, т. е.

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} = -\nabla \left[\rho_{11} (\mathbf{v}_1 + \mathbf{w}_{11}) \left(u_{11} + \frac{v_1^2}{2} \right) + \rho_{13} (\mathbf{v}_1 + \mathbf{w}_{13}) \left(u_{13} + \frac{v_1^2}{2} \right) + \rho_2 \mathbf{v}_2 \left(u_2 + \frac{v_2^2}{2} \right) + n \mathbf{v}_2 u_f^* \right] + \rho \frac{dE}{dt} \quad (2.3)$$

где dE/dt — величина, которая по определению представляет собой изменение полной энергии смеси, приходящееся на единицу массы среды в фиксированном объеме, за счет внешнего воздействия. Их (2.3), (2.4), (1.7), (1.6) следует обобщение понятия субстанциональной производной полной энергии смеси

$$\begin{aligned} \rho \frac{dE}{dt} = & \rho_1 \frac{d_1}{dt} \left(u_1 + \frac{v_1^2}{2} \right) + \rho_2 \frac{d_2}{dt} \left(u_2 + \frac{v_2^2}{2} \right) + n \frac{d_2 u_f^*}{dt} + J_2 \left(u_1 - u_2 + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2} \right) + \\ & + \nabla [\rho_{11} \mathbf{w}_{11} (u_{11} - u_{13})] = \rho_{11} \frac{d_1}{dt} \left(u_{11} + \frac{v_1^2}{2} \right) + \rho_{13} \frac{d_1}{dt} \left(u_{13} + \frac{v_1^2}{2} \right) + \\ & + \rho_2 \frac{d_2}{dt} \left(u_2 + \frac{v_2^2}{2} \right) + n \frac{d_2 u_f^*}{dt} + \rho_{11} \mathbf{w}_{11} \nabla (u_{11} - u_{13}) + \\ & + J \left(\mathbf{v}_{13} u_{13} - \mathbf{v}_{11} u_{11} - \mathbf{v}_2 u_2 + \mathbf{v}_2 \frac{v_1^2 - v_2^2}{2} \right) \end{aligned} \quad (2.4)$$

Из уравнений импульсов обеих фаз (1.6) с учетом (1.8) — (1.10) следует теорема живых сил или уравнение кинетической энергии смеси

$$\rho_1 \frac{d_1 v_1^2}{dt} + \rho_2 \frac{d_2 v_2^2}{dt} = -(\alpha_1 \mathbf{v}_1 + \alpha_2 \mathbf{v}_2) \nabla p - \mathbf{f} (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) + J_2 (\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1) \mathbf{v}_1 \quad (2.5)$$

Далее необходимо привлечь уравнения притоков тепла каждой фазы [7,8], которые можно записать в виде

$$\begin{aligned} \rho_1 \frac{d_1 u_1}{dt} = & \rho_1 A_1 - J_2 x_1 + q_{f1} - \nabla \mathbf{q}_1 - \nabla \rho_{11} \mathbf{w}_{11} (u_{11} - u_{13}) \\ \rho_2 \frac{d_2 u_2}{dt} = & \rho_2 A_2 - J_2 x_2 + q_{f2}, \quad n \frac{d_2 u_f^*}{dt} = n A_f - J_2 x_f - q_{f1} - q_{f2} \end{aligned} \quad (2.6)$$

где A_i ($i = 1, 2, f$) — мощность работы внутренних сил. Остальные слагаемые — притоки тепла; x_i ($i = 1, 2, f$) — поток тепла от i -й фазы к веществу, претерпевающему химическое превращение, и отнесенный к его массе; q_{fi} ($i = 1, 2$) — поток тепла от поверхности пламени к i -й фазе, отнесенный к единице объема смеси; \mathbf{q}_1 — поток тепла внутри несущей фазы за счет теплопроводности. Последнее слагаемое первого уравнения (2.6) характеризует соответствующее изменение удельной внутренней энергии первой фазы из-за относительного движения ее компонент, ибо первая фаза сама является двухскоростной смесью.

Следуя [6-8] и учитывая несжимаемость капель и частиц, отсутствие «поверхностного натяжения» в пламени вокруг частицы и считая, что вся диссипируемая в единицу времени кинетическая энергия смеси из-за трения (см. (2.5)) между фазами $\mathbf{f} (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)$ непосредственно переходит во внутреннюю энергию несущей фазы, имеем следующие выражения для работы внутренних сил фаз:

$$\rho_1 A_1 = -\rho_1 p \frac{d_1}{dt} \frac{1}{\rho_1} + \mathbf{f} (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) + J_2 \frac{(\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1)^2}{2}, \quad A_2 = A_f = 0 \quad (2.7)$$

С учетом (2.7) уравнения притоков тепла (2.6) примут вид

$$\begin{aligned} \rho_1 \frac{d_1 u_1}{dt} &= \frac{\alpha_1 p}{\rho_1^0} \frac{d_1 \rho_1^0}{dt} + f(v_1 - v_2) + J_2 \frac{(v_2 - v_1)^2}{2} - J_2 x_1 + q_{f1} - \nabla \cdot \bar{q}_1 - \\ &\quad - \nabla \rho_{11} w_{11} (u_{11} - u_{13}) \\ \rho_2 \frac{d_2 u_2}{dt} &= -J_2 x_2 + q_{f2}, \quad n \frac{d_2 u_f^*}{dt} = -J_2 x_f - q_{f1} - q_{f2} \end{aligned} \quad (2.8)$$

Исходя из (2.4) и уравнений (2.5), (2.8), получаем явное выражение для субстанциональной производной полной энергии смеси

$$\rho \frac{dE}{dt} = J_2 \left[u_1 - u_2 - (x_1 + x_2 + x_f) + p \left(\frac{1}{\rho_1^0} - \frac{1}{\rho_2^0} \right) \right] - \nabla p (\alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2) - \nabla q_1 \quad (2.9)$$

Изменение полной энергии среды, описываемое субстанциональной производной, по определению последней связано с внешним воздействием (описываемым последними двумя слагаемыми в (2.9)), но никак не с внутренними процессами взаимодействия фаз. Поэтому выражение в квадратных скобках в правой части (2.9) типа источника, связанного с химическим превращением, должно равняться нулю, т. е.

$$x_1 + x_2 + x_f = i_1 - i_2 \quad (2.10)$$

где $i_i = u_i + p / \rho_i^0$ — энтальпия соответствующей фазы. Величины x_k зависят от режима горения и должны постулироваться. Эти дополнительные соотношения будем называть аккомодационными.

В случае чистогетерогенного режима (горение в конденсированной фазе), когда отсутствует f -фаза

$$u_f^* \equiv 0, \quad x_f \equiv 0, \quad q_{f2} \equiv -q_{f1} = q_{12} \quad (2.11)$$

полагаем, что первая компонента (окислитель) поступает к частицам с энтальпией, определяемой температурой второй фазы, а именно $v_{11} i_{11}(p, T_2)$; реагирующая масса топлива вступает в реакцию с энтальпией $v_2 i_2(p, T_2)$, а продукты реакции (третья компонента) покидают вторую фазу с энтальпией, определяемой также температурой частиц $v_{13} i_{13}(p, T_2)$. Таким образом, учитывая (2.10)

$$\begin{aligned} v_2 x_2 &= v_{13} i_{13}(p, T_2) - v_{11} i_{11}(p, T_2) - v_2 i_2(p, T_2) \\ v_2 x_1 &= v_2 i_1(p, T_1) - v_{13} i_{13}(p, T_2) + v_{11} i_{11}(p, T_2) \end{aligned} \quad (2.12)$$

В случае квазигомогенного режима (горение в газовой фазе, когда также отсутствует f -фаза и справедливо (2.11)) полагаем, что топливо покидает частицу с энтальпией $v_2 i_{12}(p_s(T_2), T_2)$, соответствующей параметру топлива при состоянии насыщения ($p_s(T_2)$ — давление насыщенных паров топлива). В результате

$$\begin{aligned} v_2 x_2 &= v_2 i_{12}(p_s(T_2), T_2) - v_2 i_2(p, T_2) \\ v_2 x_1 &= v_2 i_1(p, T_1) - v_2 i_{12}(p_s(T_2), T_2) \end{aligned} \quad (2.13)$$

В случае парофазного режима (горение в f -фазе), как и в предыдущем случае, полагаем, что пары топлива уходят из частиц в окружающее их пламя (f -фаза) с энтальпией $i_{12}(p_s(T_2), T_2)$, окислитель уходит из несущей среды в f -фазу с энтальпией $i_{11}(p, T_1)$, соответствующей первой компоненте и определяемой температурой пламени T_f , а продукты реакции уходят

из f -фазы (пламя) в несущую среду при температуре пламени T_f , т. е.

$$\begin{aligned} v_2 x_2 &= v_2 i_{12}(p_s(T_2), T_2) - v_2 i_2(p, T_2) \\ v_2 x_f &= v_{13}(p, T_f) - v_2 i_{12}(p_s(T_2), T_2) - v_{11}(p, T_f) \\ v_2 x_1 &= v_2 i_1(p, T_1) + v_{11}(p, T_f) - v_{13} i_{13}(p, T_f) \end{aligned} \quad (2.14)$$

Система уравнений (1.6), (2.8) с учетом (1.7) — (1.10), (2.11) — (2.13) описывает взаимопроникающее движение двухфазной дисперсной смеси с горением диспергированной фазы в одном из трех указанных выше режимах. Их этой системы следует уравнение сохранения энергии смеси в виде

$$\begin{aligned} \rho_{11} \frac{d_1}{dt} \left(i_{11} + \frac{v_1^2}{2} \right) + \rho_{13} \frac{d_1}{dt} \left(i_{13} + \frac{v_1^2}{2} \right) + \rho_2 \frac{d_2}{dt} \left(i_2 + \frac{v_2^2}{2} \right) + n \frac{d_2 u_f^*}{dt} = \frac{\partial p}{\partial t} + \\ + (i_{11} - i_{13}) \nabla \rho_{11} w_{11} + \nabla \rho_{11} w_{11} (u_{13} - u_{11}) + v_2 J \frac{v_2^2 - v_1^2}{2} - \nabla q_1 + JQ \end{aligned} \quad (2.15)$$

$$(Q = v_{11} i_{11}(\rho_{11}^\circ, T_1) + v_2 i_2(p, T_2) - v_{13}(\rho_{13}^\circ T_1))$$

где Q — теплота рассматриваемой химической реакции. В случае парового режима горения часто можно пренебречь теплоемкостью f -фазы (величиной $n d_2 u_f^* / dt$). Тогда уравнение притока тепла этой фазы переходит в алгебраическое соотношение

$$-v_2 J x_f = q_{f1} + q_{f2} \quad (2.16)$$

которое с учетом (2.14) сводится к уравнению относительно температуры пламени вокруг частиц T_f .

3. Взаимодействие между фазами. Для дальнейшего необходимо определить массовое (J), силовое (f) и тепловое (q_{fi}) взаимодействие между фазами с учетом структуры фаз, а также режима горения. Соответствующие выражения будем задавать из представлений об обтекании одиночной сферы газом, причем значения J и q_{fi} будем определять в приближении «приведенной пленки» [9]. Силу межфазового трения можно записать в виде

$$f = n \frac{\pi d^2}{4} C_d \rho_1^\circ \frac{|v_1 - v_2| (v_1 - v_2)}{2} \left(C_d = C_d(N_{Re}, n), N_{Re} = \frac{\rho_1^\circ |v_1 - v_2| d}{\mu_1} \right) \quad (3.1)$$

где C_d — коэффициент трения, N_{Re} — число Рейнольдса, μ_1 — динамический коэффициент вязкости первой фазы, который можно принять

$$\rho_1 \mu_1 = \rho_{11} \mu_{11} + \rho_{13} \mu_{13} \quad (3.2)$$

При $Re < 1$ и малых объемных содержаниях второй фазы ($\alpha_2 \approx 0$) можно использовать закон Стокса для ламинарного обтекания сферы

$$C_d = 24 / Re \quad (3.3)$$

Интенсивность теплообмена между f -фазой и первой и второй фазами, приходящаяся на единицу объема смеси, представим в виде

$$\begin{aligned} q_{f1} &= n \pi d_f^2 h_1 (T_f - T_1), & q_{f2} &= n \pi d_f^2 h_2 (T_f - T_2) \\ \left(h_1 &= \frac{\lambda_{f1}}{d_f} \frac{2d_1}{d_1 - d_f}, \quad h_2 = \frac{\lambda_{f2}}{d} \frac{2d_f}{d_f - d} \right) \end{aligned} \quad (3.4)$$

Здесь h_1 и h_2 — коэффициенты теплообмена между пламенем и газом или частицами соответственно, d_1 — диаметр приведенной пленки, d_f — диаметр поверхности пламени. Естественно принять

$$\lambda_{f1} = \lambda_1(T_f), \quad \lambda_{f2} = \lambda_{12}(T_f) \quad (3.5)$$

где λ_1 и λ_{12} — коэффициенты теплопроводности первой фазы и паров топлива, причем аналогично (3.2) имеем

$$\rho_1 \lambda_1 = \rho_{11} \lambda_{11} + \rho_{13} \lambda_{13} \quad (3.6)$$

В соответствии с определением приведенной пленки имеем

$$\frac{2d_1}{d_1 - d} = N_{Nu} \quad (3.7)$$

Здесь N_{Nu} — диффузионное число Нуссельта, и можно использовать соотношение Ранца — Маршалла

$$N_{Nu} = 2 + 0.6N_{S1}^{1/3}N_{Re}^{1/2} \quad N_{S1} = \mu_1 (\rho_1^\circ)^{-1} D_{11}^{-1} \quad (3.8)$$

где N_{S1} — число Шмидта для газа.

В случае отсутствия пламени вокруг частиц имеем

$$q_{12} = -q_{21} = \pi d^2 h (T_1 - T_2) \quad \left(h = \frac{\lambda_i}{d} \frac{2d_i}{d_i - d} \right) \quad (3.9)$$

Здесь h — коэффициент теплоотдачи между частицами и газом.

Интенсивность массообмена между второй и f -фазами представим [10] в виде

$$J_2 = \pi d^2 \beta_2 \frac{p g_2}{RT_2} \ln \frac{p}{p - p_s} \quad \left(\beta_2 = \frac{D_{12}}{d} \frac{2d_f}{d_f - d} \right) \quad (3.10)$$

где β_2 — коэффициент массоотдачи между пламенем и частицами, D_{12} , g_2 и R — соответственно коэффициент самодиффузии, молекулярный вес паров топлива и универсальная газовая постоянная. Формула (3.10), известная в литературе как формула Стефана, определяет интенсивность испарения скоростью диффузии паров топлива.

Если в (3.10) заменить d_f на d_1 , то получим выражение, определяющее интенсивность массоотдачи в случае квазигомогенного режима горения.

Интенсивность массообмена между первой и f -фазами, определяемую диффузией окислителя и химической кинетикой, представим в виде [10]

$$J_{11} = \pi d_f^2 \frac{p_{11} g_{11}}{RT_1} \frac{1}{1/\beta_1 + 1/k} \quad \left(\beta_1 = \frac{D_{11}}{d_f} \frac{2d_1}{d_1 - d_f} \right) \quad (3.11)$$

Здесь β_1 — коэффициент массоотдачи между пламенем и газом, D_{11} и g_{11} — коэффициент самодиффузии и молекулярный вес окислителя, p_{11} — парциальное давление окислителя, k — константа скорости химической реакции

$$k = z \exp(-E/RT_f) \quad (3.12)$$

где E — энергия активации, z — предэкспоненциальный множитель.

Так как во фронте пламени происходит полное потребление поступающих сюда паров топлива и окислителя ($J_{11}v_2 = J_2v_{11}$), то из этого факта с учетом (3.10) и (3.11) и получается уравнение, определяющее диаметр пламени вокруг частиц d_f .

Если в (3.11) заменить d_f на d , то получим интенсивность массообмена между фазами в случае чистогетерогенного горения.

Для дальнейшего необходимо определить уравнения состояния и термодинамические свойства фаз и компонент. Предположим, что первая фаза и пары топлива состоят из совершенных газов, а вторая — несжимаемая среда, тогда

$$\bar{i}_{11} = c_{p1} (T_1 - T^\circ) + h_{11}^\circ, \quad p_{11} = \rho_{11}^\circ R_{11} T_1 \quad (3.13)$$

$$\bar{i}_2 = c_2 (T_2 - T^\circ) + h_2^\circ + (p - p^\circ) / \rho_2^\circ, \quad \rho_2^\circ = \text{const}$$

$$\bar{i}_{13} = c_{p3} (T_1 - T^\circ) + h_{13}^\circ, \quad p_{13} = \rho_{13}^\circ R_{13} T_1, \quad p = p_{11} + p_{13}$$

$$\bar{i}_{12} (p_s(T_2), T_2) = c_2 (T_2 - T^\circ) + (p_s(T_2) - p^\circ) / \rho_2 + h_2^\circ + l_2(T_2), \quad p_s = \rho_{12}^\circ R_{12} T_2$$

где h_i ($i = 11, 13, 2$) — энтальпия компонент при $T = T^\circ$, $p = p^\circ$, $c_{p1} = c_{p3}$ — средние (в интервале от T° до T_1) удельные теплоемкости при постоянной давлении; c_2 — удельная теплоемкость второй фазы; $l_2(T_2)$ — теплота парообразования; ρ_{12}° — истинная плотность насыщенного пара. Для большинства веществ давление насыщенного пара является функцией температуры частиц, которая хорошо описывается формулой

$$p_s = p^* \exp(-T^*/T_2) \quad (3.14)$$

где p^* и T^* — эмпирические константы.

Теплота химической реакции при $T_1 = T_2 = T^\circ$ и $p = p^\circ$ согласно (2.15), (3.13) определяется по формуле

$$Q^\circ = v_{11} (h_{11}^\circ - h_{13}^\circ) + v_2 (h_2^\circ - h_{13}^\circ) \quad (3.15)$$

4. Уравнения одномерного установившегося движения в случае чистогетерогенного режима горения. Перейдем к безразмерным переменным

$$P = \frac{p}{p_0}, \quad U_i = \frac{v_i}{a_0}, \quad \theta_i = \frac{T_i}{T_0}, \quad M_k = \frac{m_k}{m_{110}} \quad (4.1)$$

($a_0 = \gamma_{10} p_0 / \rho_{10}^{\circ}$, $m_1 = \rho_1 v_1$, $m_2 = \rho_2 v_2$, $m_{11} = \rho_{11} v_1$, $m_{13} = \rho_{13} v_1$, $i = 1, 2$; $k = 1, 11, 13, 2$)

где индекс 0 внизу указывает, что соответствующий параметр взят в каком-либо фиксированном состоянии, а именно перед фронтом реакции в невозмущенном состоянии, которое предполагается равновесным ($v_1 = v_2 = v_0$, $T_1 = T_2 = T_0$); a_0 — скорость звука в первой фазе, γ_{10} — показатель адиабаты первой фазы.

Введем приведенные термодинамические параметры

$$\lambda_k^* = \frac{\lambda_k T_0}{\rho_{10}^{\circ} a_0^3}, \quad C_1 = \frac{c_{p1}}{\gamma_{10} R_{10}}, \quad C_2 = \frac{c_2}{\gamma_{10} R_{10}}, \quad C_3 = \frac{c_{p3}}{\gamma_{10} R_{10}}, \quad Q^* = \frac{Q^{\circ}}{a_0^2} \quad (4.2)$$

а также приведенные члены, отображающие взаимодействие фаз

$$J^* = \frac{J}{m_{10}}, \quad f^* = \frac{f}{m_{10} a_0}, \quad q^* = \frac{q_{12}}{\rho_{10} a_0^3} \quad (4.3)$$

В случае горения достаточно крупных частиц ($d_0 \geq 5 \text{ мк}$) обычно можно пренебречь скоростями w_{11} и w_{13} , характеризующими взаимную диффузию газовых компонент первой фазы по сравнению со скоростями v_1 и v_2 . Поэтому получим из п. 1 и 2

$$\begin{aligned} \frac{dM_{11}}{dx} &= -v_{11} J^*, & \frac{dM_2}{dx} &= -v_2 J^*, & \frac{dM_{13}}{dx} &= (v_{11} + v_2) J^* \\ M_1 \frac{dU_1}{dx} + \frac{\alpha_1}{\alpha_{10} \gamma_{10} U_0} \frac{dp}{dx} &= f_1^*, & M_2 \frac{dU_2}{dx} + \frac{\alpha_2}{\alpha_{10} \gamma_{10} U_0} \frac{dP}{dx} &= f^* \\ \frac{\lambda_1^*}{U_0} \frac{d\theta}{dx} - \frac{r M_2}{\gamma} \frac{dP}{dx} - M_1 U_1 \frac{dU_1}{dx} - M_2 U_2 \frac{dU_2}{dx} &= b_3 \\ M_2 \left[C_2 + \frac{dC_2}{d\theta_2} (\theta_2 - \theta^{\circ}) \right] \frac{d\theta_2}{dx} &= b_5, & \frac{d\theta_1}{dx} &= \theta \\ P \alpha_1 \frac{dU_1}{dx} + \frac{\alpha_2 P U_1}{U_2} \frac{dU_2}{dx} + \alpha_1 U_1 \frac{dP}{dx} &= b_4 \end{aligned} \quad (4.4)$$

Здесь

$$\begin{aligned} f_1^* &= -f^* + v_2 J^* (U_2 - U_1), \quad b_3 = v_1 J^* (C_3 - C_1) (\theta_1 - \theta^{\circ}) + \\ &+ v_2 J^* \left[C_3 (\theta_1 - \theta^{\circ}) - C_2 (\theta_2 - \theta^{\circ}) + \frac{U_1^2 - U_2^2}{2} \right] - J^* Q^* + (M_{11} C_1 + M_{13} C_3) \theta - \\ &- \frac{\theta^2}{U_0} \frac{d\lambda_1^*}{d\theta_1} + \frac{\theta J^* (v_{13} M_{11} + v_{11} M_{13})}{U_0 M_1^2} (\lambda_{11}^* - \lambda_{13}^*) + \left(M_{11} \frac{dC_1}{d\theta_1} + M_{13} \frac{dC_3}{d\theta_1} \right) \times \\ &\times (\theta_1 - \theta^{\circ}) \theta + b_5, \quad b_5 = \frac{1}{U_0} q^* + J^* Q^* + J^* (\theta_2 - \theta^{\circ}) [v_{11} (C_1' - C_3') + v_2 (C_2 - C_3')] \\ b_4 &= \alpha_{10} U_0 \theta_1 J^* \left[\frac{g_{11}}{g_{13}} (v_{11} + v_2) - v_{11} \right] - \frac{\alpha_2 P U_1}{M_2} v_2 J^* + \\ &+ \alpha_0 U_0 \left(M_{11} + \frac{g_{11}}{g_{13}} M_{13} \right) \theta \quad (r = \rho_{110}^{\circ} / \rho_2^{\circ}, \quad C_1' = C_1(\theta_2), \quad C_3' = C_3(\theta_2)) \end{aligned} \quad (4.5)$$

Последнее уравнение (4.4) представляет собой уравнение состояния первой фазы в дифференциальной форме.

Система (4.4) имеет четыре первых интеграла

$$\begin{aligned} M_{11} + M_2 + M_{13} &= S_1, \quad M_{11} - \frac{v_{11}}{v_2} M_2 = S_4, \quad M_1 U_1 + M_2 U_2 + \frac{P}{\alpha_{10} \gamma_{10} U_0} = S_2 \\ \frac{\lambda_1^*}{U_0} \theta - \frac{M_1 U_1^2}{2} - \frac{M_2 U_2^2}{2} - (M_{11} C_1 + M_{13} C_3) (\theta_1 - \theta^{\circ}) - M_2 C_2 (\theta_2 - \theta^{\circ}) - \\ &- M_2 \frac{r}{\gamma_{10}} (P - 1) + M_{13} \frac{v_2 r}{\gamma_{10} v_{13}} + M_{13} \frac{Q^*}{v_{13}} = S_3 \\ \left(M_{11} + M_{13} = M_1, \quad \alpha_2 = 1 - \alpha_1 = r \alpha_{10} U_0 \frac{M_2}{U_2} = \frac{\alpha_{20} U_{20}}{M_{20}} \frac{M_2}{U_2} \right) \end{aligned} \quad (4.6)$$

Разрешая систему (4.4) относительно производных, получаем

$$\begin{aligned} \frac{dM_{11}}{dx} &= -v_1 J^*, & \frac{dM_2}{dx} &= -v_2 J^*, & \frac{dM_{13}}{dx} &= v_{13} J^* \\ \frac{dU_1}{dx} &= \frac{1}{M_1} \left(f_1^* - \frac{\alpha_1}{\alpha_{10} \gamma_{10} U_0} \frac{\Delta p}{\Delta} \right), & \frac{dU_2}{dx} &= \frac{1}{M_2} \left(f_2^* - \frac{\alpha_2}{\alpha_{10} \gamma_{10} U_0} \frac{\Delta p}{\Delta} \right) \\ \frac{d\theta_1}{dx} &= \vartheta, & \frac{d\theta_2}{dx} &= \frac{b_5}{M_2 C_2}, & \frac{dP}{dx} &= \frac{\Delta p}{\Delta} \\ \frac{d\vartheta}{dx} &= \frac{U_0}{\lambda_1^*} \left[(b_3 + U_1 f_1^* + U_2 f_2^*) - \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_{10} \gamma_{10} U_0} U_1 + \frac{\alpha_2}{\alpha_{10} \gamma_{10} U_0} U_2 - \frac{r}{\gamma_{10}} M_2 \right) \frac{\Delta p}{\Delta} \right] \\ \left(\Delta = \alpha_1 U_1 M_1 - \frac{P \alpha_1^2}{\alpha_{10} \gamma_{10} U_0} - \frac{r P U_1 \alpha_2 M_1}{\gamma_{10} U_2^2}, \Delta p = b_4 M_1 + \alpha_1 P f_1^* - \frac{r \alpha_{10} U_0 P U_1 M_1 f_1^*}{U_2^2} \right) \end{aligned} \quad (4.7)$$

Вводя безразмерные величины

$$d^* = \frac{d}{d_0}, \quad \mu^* = \frac{\mu_1}{\mu_0}, \quad z^* = \frac{z}{a_0}, \quad D_{11}^* = \frac{D_{11}}{a_0 d_0}, \quad \theta_A = \frac{E}{RT_0} \quad (4.8)$$

запишем выражения для f^* , q^* , J^*

$$\begin{aligned} f^* &= \frac{3}{4} \frac{r \alpha_{10}}{\alpha_{10} d_0} \frac{U_0 M_2 M_1}{U_1 U_2} \frac{C_d}{d^*} \frac{(U_1 - U_2)^3}{|U_1 - U_2|}, & q^* &= \frac{6 m_{10}}{\rho_2^0 d_0^2 \alpha_0} \frac{\lambda_1^* M_2}{d^* u_2} \bar{N}_{Nu} (\theta_1 - \theta_2) \\ J^* &= \frac{6 m_{10}}{\rho_2^0 d_0 \alpha_0} \frac{M_1 M_2}{L_1 U_1} \left[\frac{d^*}{N_{Nu} D_{11}^*} + \frac{\exp(\theta_A / \theta_2)}{z^*} \right]^{-1} \\ \left(Re = \frac{\rho_{10}^0 \alpha_0 d_0}{\mu_0} \frac{d^*}{\mu^*} \frac{\alpha_{10} M_1}{\alpha_1} \frac{U_0}{U_1} |U_1 - U_2|, \quad d^* = \left(\frac{M_2}{M_{20}} \right)^{1/3} \right) \end{aligned} \quad (4.9)$$

5. Задача о нормальном распространении пламени в газозвеси. Фронт пламени в газозвеси представляет собой область, в которой частицы проходят предварительный подогрев, воспламеняются и горят. Причем всегда можно указать область, в которой скорость химической реакции пренебрежимо мала, т. е. ввести некоторую температуру T_b (или θ_b), ниже которой реакция не протекает. Наличие T_b (которую условно можно назвать температурой воспламенения и которая должна быть существенно меньше температуры, при которой происходит заметное увеличение скорости горения) является необходимым условием единственности решения стационарной задачи о нормальном распространении пламени [10]. Это обстоятельство связано с тем, что граничные условия соответствующей краевой задачи задаются в особых точках дифференциальных уравнений. Раскрытие этих особенностей в случае горения газозвесей осложняется двухфазными эффектами.

Отмеченные граничные условия характеризуют состояние системы до ($x = -\infty$, состояние 0) и после ($x = +\infty$, состояние e) фронта реакции. В одномерной стационарной постановке система координат будет связана с фронтом пламени, и скорость распространения пламени определяется скоростью потока свежей смеси ($x = -\infty$). В математическом плане решение задачи сводится к отысканию указанной скорости v_0 (или U_0), которому соответствует решение стационарных уравнений, удовлетворяющее заданным граничным условиям в 0 и e .

Предположим, что в состояниях 0 и e выполняются условия $U_1 = U_2$, $\theta_1 = \theta_2$, кроме того, перед фронтом отсутствует третья компонента (продукты реакции). Таким образом, 0 и e характеризуются параметрами

$$\begin{aligned} P_0 = 1, U_0, \theta_0 = 1, M_{110}, M_{20}, M_{130} = 0, \vartheta = 0 \\ P_e, U_e, \theta_e, M_{11e}, M_{2e}, M_{13e}, \vartheta_e = 0 \end{aligned} \quad (5.1)$$

Значения параметров в точке e определяются по заданным параметрам в точке 0 на основании первых интегралов (4.6), откуда, если учесть, что

$U_0 \ll 1$ (скорость пламени существенно меньше скорости звука), имеем

$$P_e = 1, \quad \theta_e = 1 + \frac{M_{3e} Q^*}{v_{13}(M_{11e} C_1 + M_{13e} C_3 + M_{2e} C_2)}, \quad U_e = \alpha_0 U_0 \theta_e \left(M_{11e} + \frac{g_{11}}{g_{13}} M_{13e} \right) \quad (5.2)$$

Так как точки 0 и e — особые точки системы дифференциальных уравнений (4.4) или (4.7), то необходимо исследовать асимптотическое поведение интегральных кривых в окрестности 0 и e .

Окрестность точки 0 ($\theta < \theta_b$) характеризуется нулевой скоростью горения ($J^* = 0$). Кроме того, для достаточно крупных частиц можно пренебречь изменением их скорости и температуры по сравнению с изменением соответствующих параметров газа, тогда

$$P = 1, \quad \theta_1 = 1 + (\theta_b - 1) \exp(C_1 U_0 x / \lambda_1^*), \quad U_1 = U_0 \theta_1 \\ U_2 = U_0, \quad \theta_2 = 1 \quad (5.3)$$

Окрестность точки e характеризуется асимптотическим стремлением скорости реакции к нулю. Будем предполагать в качестве первого приближения, что реакция идет до конца, т. е. до полного выгорания или топлива или окислителя, а догорание происходит в диффузионном режиме ($k \gg \beta_1, N_{Nu} = 2$) из-за достаточно высокой температуры. При этом можно выделить три случая в зависимости от состава исходной смеси.

1. Смесь стехиометрического состава

$$M_{20} = v_2 / v_{11}, \quad M_{11e} = 0, \quad M_{2e} = 0, \quad M_{13e} = 1 + v_2 / v_{11} \quad (5.4)$$

и асимптотическое поведение системы в окрестности точки описывается следующим образом:

$$M_2 = \frac{27 M_2^{\circ}}{[3 + (x - x^{\circ})/\delta]^3} \quad \left(\delta = \frac{d_0 U_e^2}{18 \alpha_0 U_0 v_2 r D_{11}^* M_{13e}^{2/3} M_2^{\circ 1/3}} \right) \\ \frac{U_2 - U_e}{U_2^{\circ} - U_e} = \exp \left[c \left(\frac{1}{M_2^{\circ}} - \frac{1}{M_2} \right) \right] \quad \left(c = \frac{3 \alpha_e U_e \alpha_0 \mu_1}{2 v_2 D_{11}} \right) \\ \theta_2 - \theta_e = \left[(\theta_2^{\circ} - \theta_e) \exp \frac{a}{M_2^{\circ}} - b \int_{M_2^{\circ}}^{M_2} \frac{1}{\xi} \exp \frac{a}{\xi} d\xi \right] \exp \left(-\frac{a}{M_2} \right) \quad (5.5)$$

$$\left(a = \frac{\lambda_1^* \alpha_e v_{11} U_e}{d_0 \alpha_0 C_2 D_{11}^* U_0}, \quad b = \frac{Q_2^*}{v_2 C_2}, \quad Q_2^* = Q^* + (\theta_{2e} - \theta_0) [v_{11} (C_1' - C_3') + v_2 (C_2' - C_3')] \right)$$

где градусами отмечены параметры частиц, соответствующие некоторому фиксированному состоянию, начиная с которого используется асимптотическое решение. Из (5.5) следует, что при $x \rightarrow \infty$ $M_2 \rightarrow 0$, $U_2 \rightarrow U_e$, $\theta_2 \rightarrow \theta_e$.

2. Смесь с избытком окислителя

$$M_{20} < \frac{v_2}{v_1}, \quad M_{11e} = M_{110} - \frac{v_{11}}{v_2} M_{20}, \quad M_{2e} = 0, \quad M_{13e} = \left(1 + \frac{v_{11}}{v_2} \right) \\ \frac{M_2}{M_2^{\circ}} = \left(\frac{x_{\delta} - x}{x_{\delta} - x^{\circ}} \right)^{3/2}, \quad \frac{U_e - U_2}{U_e - U_2^{\circ}} = \left(\frac{M_2}{M_2^{\circ}} \right)^c, \quad \frac{\theta_2 - \theta_{2e}}{\theta_2^{\circ} - \theta_{2e}} = \left(\frac{M_2}{M_2^{\circ}} \right)^a \quad (x \leq x_{\delta}) \\ \left(c = \frac{3 \mu_{10} v_{11} \alpha_e}{2 m_{110} d_0 v_2 D_{11}^*} \frac{\mu^* U_e}{M_{11e}}, \quad a = \frac{\lambda_1^* \alpha_e v_{11} U_e}{d_0 \alpha_0 C_2 D_{11}^* U_0 M_{11e}}, \quad \theta_{2e} = \theta_e + \frac{Q_2^*}{v_2 C_2} \right) \\ x_{\delta} = x^{\circ} + \left(\frac{M_2^{\circ}}{M_{20}} \right)^{2/3} \frac{v_{11} \alpha_e U_e^2 d_0}{8 \alpha_0 r U_0 v_2 D_{11}^* M_{11e}} \quad (5.6)$$

Из уравнений (5.6) следует, что при $x \rightarrow x_{\delta}$ имеет место $M_2 \rightarrow 0$, $U_2 \rightarrow U_e$, $\theta_2 \rightarrow \theta_{2e} \neq \theta_e$, это означает, что температура частиц в отличие от их скорости не успевает выравниваться с температурой газа к моменту их полного сгорания.

3. Смесь с избытком топлива

$$\begin{aligned}
 M_{20} &> \frac{v_2}{v_{11}}, \quad M_{11e} = 0, \quad M_{2e} = M_{20} \frac{v_2}{v_{11}} M_{110}, \quad M_{13e} = M_{110} \left(1 + \frac{v_2}{v_{11}}\right) \\
 \frac{M_2 - M_{2e}}{M_{2^\circ} - M_{2e}} &= \exp\left(-\frac{\varphi x - x^\circ}{\delta}\right), \quad \frac{U_e - U_2}{U_e - U_{2^\circ}} = \left(\frac{M_2 - M_{2e}}{M_{2^\circ} - M_{2e}}\right)^c \\
 \theta_2 - \theta_e &= \left(\frac{M_2 - M_{2e}}{M_{2^\circ} - M_{2e}}\right)^a + \frac{b(M_{20^\circ} - M_{2e})}{(a-1)(\theta_{2^\circ} - \theta_e)} \left[\frac{M_2 - M_{2e}}{M_{2^\circ} - M_{2e}} - \left(\frac{M_2 - M_{2e}}{M_{2^\circ} - M_{2e}}\right)^a\right] \\
 \left(c = \frac{3\lambda_{10}}{2m_{110}d_0} \frac{\lambda_1^* \alpha_e U_e}{D_{11}^* M_{2e}}, \quad a = \frac{\lambda_1^* \alpha_e U_e}{d_0 \alpha_0 C_2 D_{11}^* M_{2e}}, \quad b = \frac{Q_2^*}{v_2 C_2 M_{2e}}, \quad \delta = \frac{d_0 \alpha_e U_e^2}{12 \alpha_0 r U_0 D_{11}^* M_{20}^{2/3} M_{2e}^{1/3}}\right) & \quad (5.7)
 \end{aligned}$$

Из уравнений (5.7) следует, что при $x \rightarrow \infty$ имеет место $M_2 \rightarrow M_{2e}$, $U_2 \rightarrow U_e$, $\theta_2 \rightarrow \theta_e$.

6. Расчет структуры фронта реакции в газозвеси. Параметры во фронте реакции изменяются непрерывно, причем известно состояние системы перед фронтом ($x = -\infty$) и за фронтом ($x = +\infty$ или $x = x_3$).

Чтобы найти численно соответствующую интегральную кривую, необходимо делать пристройку по параметру U_0 (собственное число задачи). Так как интегральные кривые допускают смещение вдоль оси x , фиксируем для $x = 0$ некоторое θ_b такое, что $1 < \theta_b < \theta_e$, причем θ_b нужно взять достаточно близким к единице, чтобы в области $x \leq 0$ выполнялись асимптотические решения (5.3). При $x = 0$ решения дают значения параметров системы, которые используются в качестве начальных условий для решения задачи Коши при $x > 0$.

Далее подбираем U_0 таким, чтобы при интегрировании системы вправо от $x = 0$ значения параметров в пределе ($x \rightarrow \infty$ или $x \rightarrow x_3$) выходили на значения, соответствующие состоянию e , т. е. $\Phi_e = 0$ (см. фиг. 1, на которой показан примерный ход интегральных кривых в плоскости $x\Phi$, где Φ — градиент температуры), причем

$$\Phi_b = C_1 U_0 (\theta_b - 1) / \lambda_1^* \quad (6.1)$$

Для определения асимптотического поведения параметров частиц используются решения (5.5) — (5.7). Численное интегрирование системы уравнений (4.7) производилось на ЭВМ методом Рунге — Кутты, при этом интегралы (4.6) использовались для контроля за точностью вычислений.

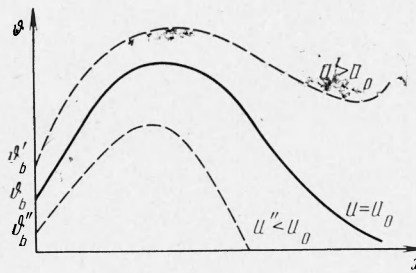
7. Результаты расчетов. Рассматривалось в качестве примера горение частиц углерода (электродный уголь) в атмосфере кислорода. Предполагалось [11, 12], что идет химическая реакция полного горения в чистогетерогенном режиме



На фиг. 2—5 приведены результаты численного интегрирования, отображающие структуру фронта реакции ($v_0 = 17.8$ см/сек) в газозвеси с исходным составом $M_{20} = 0.25$ (избыток окислителя), начальным диаметром частиц $d_0 = 50$ мк, при следующих термодинамических данных:

$$\begin{aligned}
 p_0 &= 1 \text{ атм}, \quad T_0 = 300^\circ \text{ К}, \quad \gamma_{10} = 1.41, \quad \rho_{10}^\circ = 0.131 \cdot 10^{-2} \text{ г/см}^3 \\
 \rho_2^\circ &= 1.5 \text{ г/см}^3, \quad c_{p1} = 0.915 \text{ Дж/г} \cdot \text{град}, \quad c_2 = 0.714 \text{ Дж/г} \cdot \text{град} \\
 c_{p3} &= 0.84 \text{ Дж/г} \cdot \text{град}, \quad \lambda_{11}^\circ = 5.89 \cdot 10^{-5} \text{ кал/см} \cdot \text{сек} \cdot \text{град} \\
 \lambda_{13}^\circ &= 3.28 \cdot 10^{-5} \text{ кал/см} \cdot \text{сек} \cdot \text{град}, \quad D_{110} = 0.186 \text{ см}^2 / \text{сек} \\
 \mu_{11}^\circ &= 202 \cdot 10^6 \text{ г/см} \cdot \text{сек}, \quad \mu_{13}^\circ = 146 \cdot 10^{-6} \text{ г/см} \cdot \text{сек}, \quad Q^\circ = 94052 \text{ кал}
 \end{aligned}$$

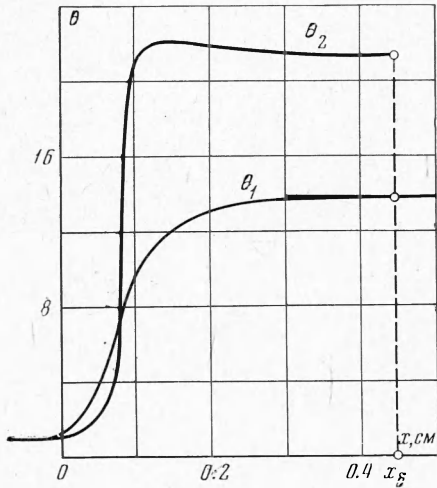
Зависимость термодинамических коэффициентов (c_p , λ , D , μ) от температуры принималась в соответствии с [13]. Из-за малых скоростных эффектов во фронте горения



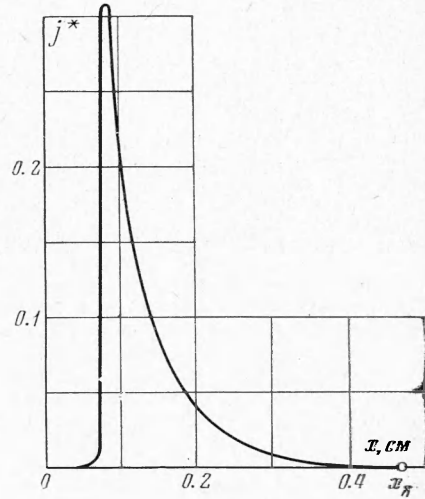
Фиг. 1

($N_{Re} < 1$) можно использовать закон трения Стокса в виде $C_d = 24/N_{Re}$. Соответствующие кинетические константы (см. (3.12)) брались из [11] равными $E = 4 \cdot 10^4$ кал/моль, $z = 5 \cdot 10^9$ см/сек.

Из представленных графиков следует, что сначала в некоторой области происходит постепенный разогрев частиц (фиг. 2) за счет теплообмена с газом, который в свою очередь нагревается за счет теплопередачи из

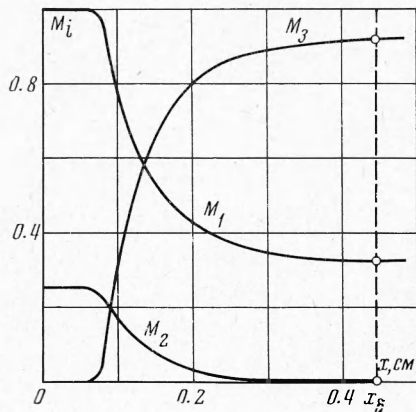


Фиг. 2

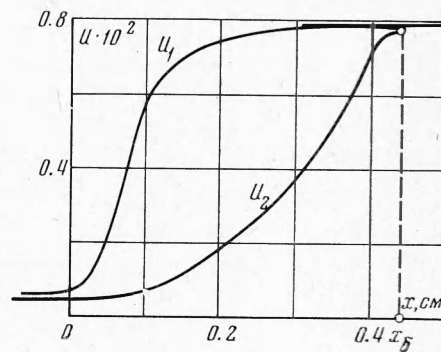


Фиг. 3

зоны с более высокой температурой. В этой области скорость реакции J^* (фиг. 3) мала. Далее скорость реакции начинает заметно возрастать и становится настолько большой, что тепло, выделяющееся в частицах, не успевает отводиться к газу, и частицы начинают самопроизвольно разогреваться. Этот разогрев представляет собой воспламенение



Фиг. 4



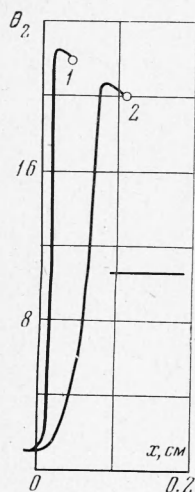
Фиг. 5

ние частиц. В результате воспламенения частицы достигают наибольшей температуры. Замедление роста температуры частиц и образование максимума кривой $\theta_2(x)$ объясняется уменьшением скорости реакции вследствие уменьшения (фиг. 4) имеющейся массы углерода (кривая $M_2(x)$) и кислорода (кривая $M_1(x)$). После достижения частицами максимальной температуры дальнейшее горение происходит в диффузионной области.

Изменение температуры газа во фронте реакции описывается кривой $\theta_1(x)$ на фиг. 2, которая имеет точку перегиба, соответствующую максимальному значению градиента температуры ϑ (см. кривую $\vartheta(x)$). До точки перегиба каждый элемент газа является стоком тепла, т. е. получает от более горячих элементов больше тепла, чем отдает более холодным, после точки перегиба элемент газа превращается в источник тепла, т. е. отдает более холодным элементам больше тепла, чем получает от более горячих.

Ускорение газа (кривая $U_1(x)$ на фиг. 5) происходит вследствие теплового расширения. Скорость же частиц (кривая $U_2(x)$) изменяется только под действием силы трения. После того как относительная скорость становится достаточно большой, частицы вовлекаются в движение газа, причем этот процесс усиливается по мере их выгорания. Давление во фронте реакции из-за малых скоростей практически не меняется.

На фиг. 6 показано влияние состава (M_{20}) исходной смеси (остальные параметры те же, что указаны в начале этого пункта) на скорость распространения в ней пламени. Максимум кривой имеет место не при стехиометрическом составе ($M_{20} = 0.375$), а несколько смещен в сторону более богатых топливом смесей и приходится на значение $M_{20} \approx 0.5$. Этот факт прежде всего объясняется увеличением общей поверхности реакции в более богатых смесях. Аналогичное смещение наблюдалось и при горении гомогенных смесей [11].

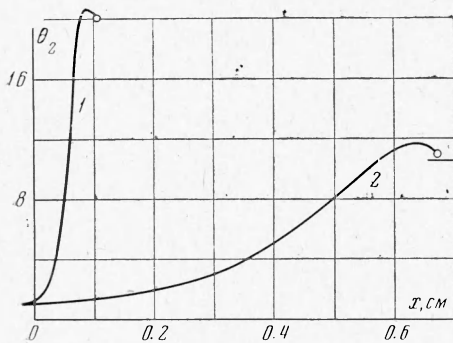


Фиг. 6

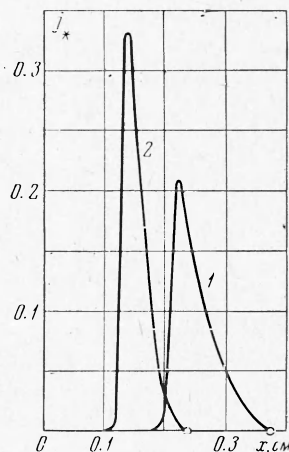
Следует отметить, что горение углерода, вообще говоря, сопровождается вторичными реакциями, которые приводят к образованию в конечном итоге окиси углерода CO [11]. Это обстоятельство особенно существенно для смесей с составом, близким к стехиометрическому, горение которых происходит при наиболее высоких температурах, и для смесей с большим избытком топлива. Учет образования в процессе горения окиси углерода необходим и должен привести к понижению равновесной температуры T_e и, следовательно, к изменению скорости распространения фронта реакции.

На фиг. 7, 8 представлены зависимости температуры частиц $\theta_2(x)$ для различных значений кинетических констант z и E . Приведенные результаты соответствуют начальному диаметру $d_0 = 5 \text{ мк}$ и плотности материала частиц $\rho_2^0 = 2.2 \text{ г/см}^3$, характерной для графита, а также $M_{20} = 0.154$. Из представленных графиков видно, что уменьшение предэкспоненциального множителя от $z = 5 \cdot 10^9 \text{ см/сек}$ до $z = 5 \cdot 10^8 \text{ см/сек}$ при $E = 4 \cdot 10^4 \text{ кал/моль}$ (кривые 1, 2 на фиг. 7) приводит к более длительной задержке воспламенения частиц и тем самым к уменьшению скорости распространения пламени от $v_0 = 29 \text{ см/сек}$ до $v_0 = 11.2 \text{ см/сек}$. Однако и в том и в другом случае имеются области, где температуры газа и частиц значительно отличаются, т. е. существенны двухтемпературные эффекты. Увеличение энергии активации от $E = 4 \cdot 10^4 \text{ кал/моль}$ до $E = 5 \cdot 10^4 \text{ кал/моль}$ при $z = 5 \cdot 10^8 \text{ см/сек}$ (кривые 1, 2 на фиг. 8) приводит к качественным изменениям. Горение в этом случае происходит

в кинетической области, что приводит к значительному увеличению толщины фронта реакции и к уменьшению скорости распространения от $v_0 = 29$ см/сек до $v_0 = 4.3$ см/сек. Отличие температур газа и частиц в этом случае по всей длине фронта невелико (т. е. двухтемпературные эффекты менее существенны). Здесь вообще не имеет смысла говорить о воспламенении частиц, так как температура частиц по всей длине фронта меняется достаточно плавно.



Фиг. 8



Фиг. 9

То же самое можно сказать и о значении двухскоростных эффектов. Их влияние в том случае, когда частицы горят в кинетической области, невелико. В то же время при горении в диффузионной области относительная

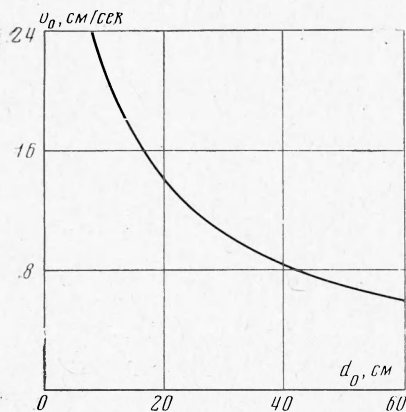
скорость движения (несмотря на малые динамические эффекты) частиц и газа ($N_{Re} \sim 1$) приводит к более интенсивному тепло- и массообмену между газом и частицами. Это проиллюстрировано на фиг. 9, где представлены зависимости $J^*(x)$, полученные при расчете по односкоростному приближению ($v_1 = v_2$, кривая 1) и при законе трения $C_d = 24 / Re$ (кривая 2) при следующих значениях параметров:

$$M_{20} = 0.154, \quad d_0 = 25 \text{ мк}, \\ z = 5 \cdot 10^6 \text{ см/сек}, \quad E = 4 \cdot 10^4 \text{ кал/моль}.$$

В этом случае неучет двухскоростных эффектов приводит к занижению скорости пламени до 6.6 см/сек по сравнению с 11.8 см/сек. Влияние двухско-

ростных эффектов приобретает тем большее значение, чем больше диаметр частиц. Так, при $d_0 = 50$ мк односкоростное приближение дает $v_0 = 3.9$ см/сек вместо $v_0 = 6.9$ см/сек, которую дает двухскоростная модель.

На фиг. 10 представлена зависимость скорости распространения фронта от начального диаметра частиц при фиксированном составе свежей смеси ($M_{20} = 0.154$). Факт уменьшения скорости ($v_0 \sim d_0^{-m}$, $m = 0.5 \div 0.8$) объясняется тем, что с ростом диаметра частиц увеличивается время сгорания фиксированной массы топлива. Полученный результат качественно согласуется с результатами работы [1]. В той же работе приве-



Фиг. 10

дены данные о распространении пламени в газугольных смесях при атмосферном давлении, относящихся к смеси графит — кислород. Смесь состояла из графитовой пыли ($d_0 \leq 5 \text{ мк}$) и кислорода в количестве 1 л на 0.2 г графита (это соответствует $M_{20} = 0.154$). Скорость распространения пламени составляла 12—18 см/сек. Из сравнения экспериментальных данных и данных этой работы можно сделать вывод о их качественном согласовании. Однако для количественного сравнения необходимо полное решение обратной задачи теории горения и, следовательно, более широкий определенный и точный набор экспериментальных данных.

Поступила 27 I 1971

ЛИТЕРАТУРА

1. Лейпунский О. И. О зависимости от давления скорости горения черного пороха. Ж. физ. химии, 1960, т. 34, вып. 1.
2. Руманова Э. Н., Хайкин Б. И. Критические условия самовоспламенения совокупности частиц. Физика горения и взрыва, 1969, т. 5, № 1.
3. Клячко Л. А. Воспламенение совокупности частиц при гетерогенной реакции. Теплоэнергетика, 1966, № 8.
4. Виргоуэ Т. Н., Соуэн Л. The effect of drop size on flame propagation in liquid aerosols. Proc. Roy. Soc., 1954, vol. A255, No. 1162, pp. 357—392.
5. Уильямс Ф. А. Spray combustion theory. Combustion and Flame, 1959, No. 2, pp. 215—228.
6. Нигматулин Р. И. Уравнения гидромеханики и волны уплотнения в двухскоростной и двухтемпературной сплошной среде при наличии фазовых превращений. Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, № 5.
7. Нигматулин Р. И. Методы механики сплошной среды для описания многофазных смесей. ПММ, 1970, т. 34, вып. 6.
8. Нигматулин Р. И. Мелкомасштабные течения и поверхностные эффекты в гидромеханике многофазных сред. ПММ, 1971, т. 35, вып. 3.
9. Варшавский Г. А. Горение капли жидкого топлива. Тр. НИИ-1, 1945, № 6.
10. Франк-Каменецкий Д. А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М., «Наука», 1967.
11. Хитрин Л. Н. Физика горения и взрыва. М., Изд-во МГУ, 1957.
12. Канторович Б. В. Вопросы теории горения потока топлива. Сб. «Горение двухфазных систем», М., Изд-во АН СССР, 1958.
13. Справочник химика. М.—Л., Госхимиздат, 1962—1964.