

УДК 532.546,536.46

ДИНАМИКА ГОРЕНИЯ ГАЗА В КАНАЛЕ С ИСТЕЧЕНИЕМ ПРОДУКТОВ СГОРАНИЯ ЧЕРЕЗ ПОРИСТУЮ СТЕНКУ

Т. П. Мирошниченко, Н. С. Беляков, С. С. Минаев

Дальневосточный федеральный университет, 690091 Владивосток, taisia.miroshnichenko@gmail.com

Рассматривается процесс истечения газа из сосуда с пористыми проницаемыми стенками, в котором происходит горение. Горение газа в резервуаре вызывает повышение давления в нем и фильтрационное течение газа через проницаемую пористую стенку в окружающее пространство. Предложена модель, которая одновременно описывает нарастание давления в сосуде за счет горения и связанное с этим процессом фильтрационное течение газа через пористые стенки. На основе численного решения одномерной задачи получены данные о максимальном давлении газа в резервуаре, времени разгрузки и характеристиках потока в зависимости от проницаемости среды.

Ключевые слова: горение, фильтрация, пористая среда, газовая динамика.

DOI 10.15372/FGV20150302

ВВЕДЕНИЕ

В данной работе анализируется задача о горении газа в закрытом сосуде с проницаемой пористой стенкой. Необходимость рассмотрения таких задач обусловлена недостаточной изученностью процессов, происходящих в природной среде, в подземных хранилищах и шахтах. Например, возгорание газов вследствие различных природных, технических или химических процессов может привести к истечению ядовитых веществ в атмосферу за счет фильтрации продуктов горения через пористый грунт. В этой связи важно правильно оценить скорость и характер потока газа в окружающую среду, которые связаны с динамикой нарастания давления в резервуаре. Решение задачи о горении газа в сосуде с пористыми стенками не может быть получено из решения хорошо известной задачи о горении газа в сосуде с несколькими отверстиями [1, 2] ввиду того, что пористая стенка не может быть представлена ограниченным набором отверстий.

В данной работе предложена новая одномерная модель горения газа в сосуде с пористой стенкой, в которой используются аппроксимации классической модели горения газа в

закрытом сосуде и континуальная модель фильтрации газа в пористой стенке. При этом обе физические модели связаны друг с другом граничными условиями, полученными аналитически исходя из упрощенной модели для границы раздела двух сред.

Отметим, что моделирование процессов движения газа через пористые среды при больших градиентах давления и поиск адекватных численных алгоритмов расчета имеют множество других приложений и являются актуальной задачей [3–5].

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

В начальный момент времени происходит инициирование горения в резервуаре около непроницаемой стенки, и в процессе горения давление в нем возрастает. При этом предполагается однородное распределение давления в сосуде, которое является функцией только времени. Это предположение существенно упрощает решение задачи и основано на том, что выравнивание пространственных возмущений давления происходит гораздо быстрее по сравнению с характерным временем горения газа в сосуде.

Фильтрация газа через пористую среду вследствие перепада давления между резервуаром и окружающим пространством оказывает влияние на скорость распространения пламени в резервуаре. Считается, что горение газа прекращается в момент, когда пламя достига-

Работа выполнена при поддержке гранта Министерства образования и науки РФ (договор № 14.У26.31.0003) и Научного фонда Дальневосточного федерального университета.

© Мирошниченко Т. П., Беляков Н. С., Минаев С. С., 2015.

ет пористой стенки, поэтому основное внимание в работе уделено описанию режима горения в сосуде и последующего падения давления за счет фильтрации газа. Отметим, что характерный размер пространства между элементами пористой среды намного меньше критического диаметра и нагрев пористых стенок продуктами горения незначителен из-за большой теплоемкости пористых стенок. В этих условиях фильтрационное горение газа невозможно [6, 7]. Такие условия реализуются в случае, если пористый слой состоит, например, из природных грунтов.

Модель фильтрации газа через пористые стенки

Схема резервуара с пористыми стенками показана на рис. 1. Предполагается, что высота резервуара равна H_0 , одна из его стенок непроницаема, а другая — пористая, толщиной H . В результате распространения волны горения возникает перепад давления между резервуаром и внешней границей пористой среды. Газ начинает истекать наружу, увлекая за собой фронт волны горения. Достигнув проницаемой стенки, пламя затухает, а остающиеся в резервуаре продукты горения продолжают участвовать в фильтрационном процессе до тех пор, пока давление внутри резервуара не сравняется с давлением окружающей среды.

Модель фильтрации газа через слой пористого материала строится на основе модели взаимодействующих взаимопроникающих континуумов и включает в себя законы сохранения массы, импульса и энергии [8]. Пористая среда предполагается неподвижной и однородной. Считается, что за время процесса пористая стенка не успевает нагреться и ее температура остается постоянной, равной темпе-

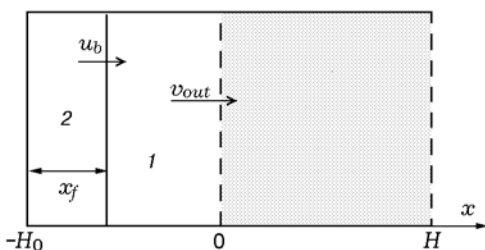


Рис. 1. Схема горения газа в резервуаре с пористыми стенками:

1 — область свежего газа, 2 — область продуктов горения

ратуре в начальный момент времени. Таким образом, уравнение энергии для твердой фазы также не рассматривается. Межфазное взаимодействие (газ — твердая среда) проявляется в том, что в уравнениях сохранения учитываются потери импульса и нагрев газа, возникающие в результате влияния трения между газом и пористой средой. Члены, учитывающие эти эффекты, записываются в правых частях соответствующих уравнений и пропорциональны динамической вязкости газа. Кроме того, учитывается ньютоновский теплообмен между газом и пористой средой. Уравнения движения газа в пористой среде имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho v}{\partial x} &= 0, \\ \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} \right) &= -\frac{\partial p}{\partial x} - m \frac{\mu}{k} v, \\ m \rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + v \frac{\partial T}{\partial x} \right) &= \\ &= \alpha (T_s - T) + m \left(\frac{\partial p}{\partial t} + v \frac{\partial p}{\partial x} \right) + m^2 \frac{\mu}{k} v^2. \end{aligned} \quad (1)$$

Они дополняются уравнением состояния совершенного газа:

$$p = R \rho T.$$

Здесь p , ρ , T , v — давление, плотность, температура и скорость газа соответственно, T_s — температура пористой среды, m — пористость, α — константа, определяющая интенсивность межфазового теплообмена, μ — динамическая вязкость газа, k — коэффициент проницаемости, R — газовая постоянная, c_p — теплоемкость газа при постоянном давлении. На выходе из пористой стенки давление равно давлению в окружающем пространстве: $p(t, H) = p_0$.

Давление, плотность и скорость газа в резервуаре вычисляются из совместного решения уравнений, описывающих фильтрационное течение через пористую стенку и горение газа внутри резервуара.

Модель горения газа в резервуаре

Для описания процессов в резервуаре используется приближение о независимости давления от пространственной координаты, такое же как в классической модели горения газа в закрытом сосуде [9].

Предполагается, что фронт пламени представляет собой плоскую поверхность, которая разделяет свежий газ и продукты горения. В области свежего газа (1 на рис. 1) давление, плотность и температура не зависят от координаты, а являются только функциями времени. В области продуктов горения (2 на рис. 1) температура и плотность газа зависят от координаты, поскольку горение свежей смеси на фронте пламени (величины на фронте волны горения обозначены индексом f) происходит при разных условиях по мере изменения давления. Уравнения для газа в резервуаре имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_r}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (v_r \rho_r) &= 0, \\ \rho_r c_p \left(\frac{\partial T_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial T_r}{\partial x} \right) &= \frac{\partial p_r}{\partial t}. \end{aligned} \quad (2)$$

Индексом r обозначены величины, относящиеся к резервуару. Исключив температуру из законов сохранения (2), получаем обыкновенные дифференциальные уравнения для скоростей сгоревшего и несгоревшего газа:

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_{r1}}{\partial x} &= -\frac{1}{\gamma p_r} \frac{dp_r}{dt}, \\ \frac{\partial v_{r2}}{\partial x} &= -\frac{1}{\gamma p_r} \frac{dp_r}{dt}, \end{aligned} \quad (3)$$

где γ — показатель адиабаты. С учетом того, что одна из стенок непроницаема для газа, граничные условия на стенках сосуда принимают вид

$$v_{r1}|_{x=0} = v_{out}(t), \quad v_{r2}|_{x=-H_0} = 0, \quad (4)$$

где v_{out} — скорость газа около пористой стенки. Проинтегрировав уравнения (3) с граничными условиями (4), запишем

$$\begin{aligned} v_{r1} &= v_{out}(t) - \frac{1}{\gamma p_r} \frac{dp_r}{dt} x, \\ v_{r2} &= -\frac{1}{\gamma p_r} \frac{dp_r}{dt} (x + H_0). \end{aligned}$$

Предположим, что фронт горения распространяется по свежей смеси с нормальной скоростью u_b :

$$\frac{dx_f}{dt} - v_{r1f} = u_b.$$

Из закона баланса массы по обеим сторонам от фронта пламени следует, что

$$v_{r1f} - v_{r2f} = (E - 1)u_b,$$

где $E = \rho_{r1f}/\rho_{r2f}$ — коэффициент расширения газа.

Предполагая, что температура свежего газа после сгорания изменяется на постоянную величину, получаем

$$E - 1 = \frac{\Delta T}{T_0} \left(\frac{p_r}{p_0} \right)^{(1-\gamma)/\gamma} = \frac{T_b - T_0}{T_0} \left(\frac{p_r}{p_0} \right)^{(1-\gamma)/\gamma},$$

где индексом 0 обозначены параметры в начальный момент времени, T_b — адиабатическая температура горения, которая считается постоянной и известной из экспериментальных или расчетных данных.

В предположении, что нормальная скорость пламени постоянна ($u_b = \text{const}$), система уравнений для давления и положения фронта пламени в резервуаре имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{dp_r}{dt} &= \frac{\gamma}{H_0} u_{b0} \frac{\Delta T}{T_0} p_0^{(\gamma-1)/\gamma} p_r^{1/\gamma} - \frac{\gamma}{H_0} v_{out} p_r, \\ \frac{dx_f}{dt} &= -\frac{1}{\gamma p_r} \frac{dp_r}{dt} (x_f + H_0) + \\ &+ \frac{\Delta T}{T_0} u_{b0} \left(\frac{p_r}{p_0} \right)^{(1-\gamma)/\gamma} + u_b. \end{aligned} \quad (5)$$

Эти уравнения используются в расчетах давления до погасания пламени, которое происходит в момент времени, когда фронт пламени достигает стенки резервуара. В момент погасания давление максимально. После прекращения горения давление в сосуде уменьшается за счет фильтрации газа до значения давления в окружающем пространстве.

В области свежего газа плотность, температура и давление зависят только от времени и меняются адиабатически:

$$\rho_{r1} = \rho_0 \left(\frac{p_r}{p_0} \right)^{1/\gamma}, \quad T_{r1} = \frac{p_r}{R \rho_{r1}}.$$

В области продуктов горения плотность и температура газа зависят как от времени, так и от координаты. Распределение плотности в продуктах горения ρ_{r2} находится из закона сохранения массы

$$\frac{\partial \rho_{r2}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_{r2} v_{r2}) = 0. \quad (6)$$

Учитывая связь скорости с давлением (3), уравнение (6) преобразуем к виду

$$\frac{\partial \rho_{r2}}{\partial t} - \frac{1}{\gamma p_r} \frac{dp_r}{dt} \rho_{r2} - \frac{1}{\gamma p_r} \frac{dp_r}{dt} (x + H_0) \frac{\partial \rho_{r2}}{\partial x} = 0. \quad (7)$$

Общее решение уравнения (7) принимает вид

$$\rho_{r2} = \Phi \left[(x + H_0) \left(\frac{p_r}{p_0} \right)^{1/\gamma} \right] \left(\frac{p_r}{p_0} \right)^{1/\gamma}, \quad (8)$$

где функцию Φ можно найти из условия изменения плотности газа на движущемся фронте пламени. С учетом того, что на фронте пламени плотность меняется скачком $\rho_{r2} = \rho_{r1}/E$, из (8) при $x = x_f$ следует

$$\Phi \left[(x_f + H_0) \left(\frac{p_r}{p_0} \right)^{1/\gamma} \right] = \frac{\rho_0}{E(t)}. \quad (9)$$

Соотношение (9) является неявным уравнением. Пусть $x_f(\tau)$ — положение фронта пламени в момент времени τ . Из определения Φ вытекает, что положение фронта пламени в моменты времени t_n и τ связаны выражением

$$x_f(\tau) = H_0 \left[\left(\frac{p_r(t_n)}{p_r(\tau)} \right)^{1/\gamma} - 1 \right] + x_f(t_n) \left(\frac{p_r(t_n)}{p_r(\tau)} \right)^{1/\gamma}. \quad (10)$$

Учитывая (8)–(10), находим распределение плотности в момент времени $t = \tau$:

$$\rho_{r2}(x, \tau) = \frac{\rho_0}{E(t_n)} \left(\frac{p_r(\tau)}{p_0} \right)^{1/\gamma},$$

где $E(t_n)$ — коэффициент расширения в точке x в момент времени t_n . По распределению плотности можно найти распределение температуры газа в продуктах горения из уравнения состояния идеального газа.

Определим, как изменяются параметры в резервуаре, когда фронт горения достигает пористой стенки, т. е. при $x_f = 0$. В этом случае для скорости газа выполняется равенство

$$v_{r2} = -\frac{1}{\gamma p_r} \frac{dp_r}{dt} (x + H_0).$$

При $x = 0$ имеем $v_{r2} = v_{out}$, и тогда падение давления в резервуаре описывается уравнением

$$\frac{1}{p_r} \frac{dp_r}{dt} = -\gamma \frac{v_{out}}{H_0}.$$

Плотность продуктов горения около пористой стенки в момент окончания горения t_q равна

$$\rho_{r2}(t_q) = \frac{\rho_0}{E(t_q)} \left(\frac{p_r(t_q)}{p_0} \right)^{1/\gamma}.$$

Температура находится из уравнения состояния газа.

Условия на поверхности пористой стенки со стороны резервуара

На рис. 2 схематически показана предлагаемая модель пористой среды на внутренней границе. Пористая стенка представляет собой систему микроканалов, состоящую из одинаковых параллельных пластин, расположенных на расстоянии порядка $d \propto k^{1/2}$, где k — проницаемость среды. Толщина пластин h одинакова внутри пористой стенки, а вблизи границы между пористой стенкой и резервуаром толщина пластин уменьшается до нуля. Уменьшение происходит в области шириной, много большей

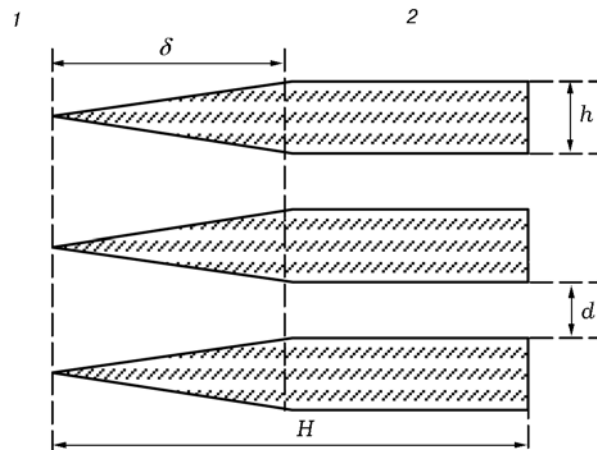


Рис. 2. Структура пористого слоя со стороны резервуара:

область 1 — резервуар, 2 — пористая стенка, состоящая из микроканалов, h — толщина пластин внутри пористой стенки, δ — переходная область между пористой стенкой и резервуаром, d — средняя ширина каналов пористой среды, H — толщина пористой стенки

расстояния между пластинами, но существенно меньшей толщины пористой стенки. В этом случае движение газа внутри пористой среды описывается уравнениями вида (1). Основываясь на теории течения газа в канале переменной площади [10], можно связать температуру, давление, плотность и скорость газа в резервуаре с соответствующими характеристиками течения вдали от внутренней границы пористой стенки:

$$\begin{aligned} \rho_r v_r &= m \rho v, \\ \frac{v_r^2}{2} + c_p T_r &= \frac{v^2}{2} + c_p T, \\ \frac{T}{T_r} &= \left(\frac{p}{p_r} \right)^{(\gamma-1)/\gamma}. \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь пористость m может быть выражена через толщину пластин и расстояние между ними: $m = d/(h + d)$. Поскольку соотношения (11) не включают в себя ширину переходной области, их можно использовать в качестве граничных условий, связывающих величины на границе, разделяющей газ в резервуаре и внутри пористой стенки.

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Уравнения решались численно конечно-разностным методом. Ограничение шага по времени обеспечивались условием Куранта — Фридрикса — Леви. Расчетная сетка по пространству состояла из 1000 узлов. Разбиение выбрано таким образом, чтобы дальнейшее измельчение расчетного интервала не приводило к существенному улучшению точности расчетов. Численное интегрирование выполнялось в безразмерных переменных:

$$\begin{aligned} \hat{p} &= \frac{p}{p_0}, \quad \hat{\rho} = \rho \frac{RT_0}{p_0}, \quad \hat{T} = \frac{T}{T_0}, \\ \hat{v} &= \frac{v}{c}, \quad \hat{x} = \frac{x}{H}, \quad \hat{t} = t \frac{c}{H}, \end{aligned}$$

где $c = \sqrt{\gamma RT_0}$ — скорость звука.

В расчетах использовались значения размерных параметров, характерные для природных грунтов. При этом размер резервуара был меньше либо равен толщине пористой стенки, $H \geq H_0$, что соответствует случаю, например, подземных газовых хранилищ: $m = 0.3$, $c_p =$

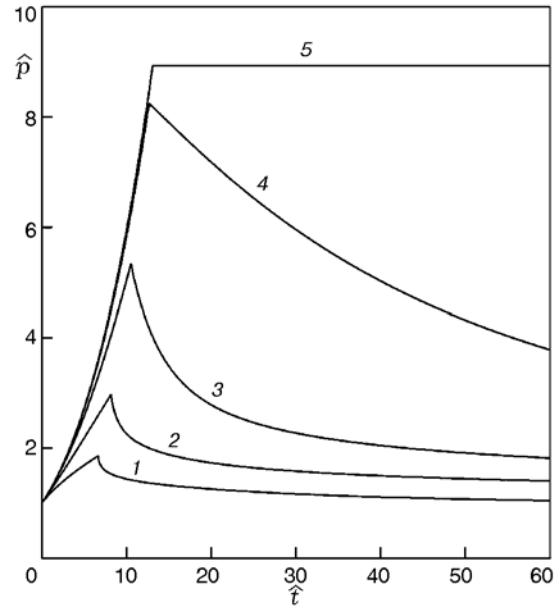


Рис. 3. Давление газа в резервуаре для пористых стенок различной проницаемости:

1 — $k = 10^{-8} \text{ м}^2$, 2 — $k = 10^{-9} \text{ м}^2$, 3 — $k = 10^{-10} \text{ м}^2$, 4 — $k = 10^{-11} \text{ м}^2$, 5 — закрытый сосуд

$10^3 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$, $u_b = 1 \text{ м}/\text{с}$, $H = 30 \text{ м}$, $H_0 = 3 \text{ м}$, $p_0 = 10^5 \text{ Па}$, $T_0 = 300 \text{ К}$, $\Delta T = 1700 \text{ К}$, $R = 277 \text{ м}^2/(\text{К} \cdot \text{с}^2)$, $\mu = 2 \cdot 10^{-5} \text{ кг}/(\text{м} \cdot \text{с})$, $\alpha = 10^4 \text{ Дж}/(\text{м}^3 \cdot \text{К} \cdot \text{с})$, $\gamma = 1.4$, $\rho_c = 2.2 \cdot 10^3 \text{ кг}/\text{м}^3$. Коэффициент проницаемости в расчетах выбран в интервале $k = 10^{-11} \div 10^{-8} \text{ м}^2$, что соответствует песчаникам и сильно проницаемым песчаным грунтам.

На рис. 3 показаны зависимости давления газа в резервуаре от времени, рассчитанные при разной проницаемости стенок. На этом рисунке приведена также зависимость для случая горения в закрытом резервуаре, который является частным решением системы (5). Максимальное давление в сосуде достигается в конце горения. С уменьшением проницаемости решение стремится к решению для закрытого сосуда [11].

На рис. 4 представлены распределения давления, плотности и скорости фильтрации газа в пористой стенке в различные моменты времени, рассчитанные при проницаемости $k = 10^{-8} \text{ м}^2$. К выходу из резервуара плотность, скорость, давление и температура падают из-за вязкого трения и ньютоновского теплообмена между пористым каркасом и газовой средой. Скорость фильтрации достигает максимума вблизи пористой стенки резервуара.

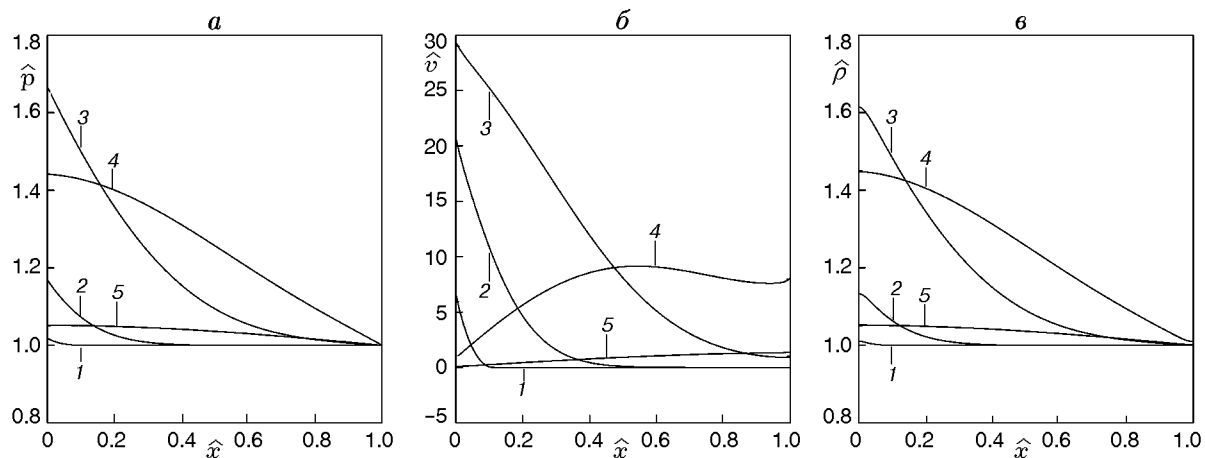
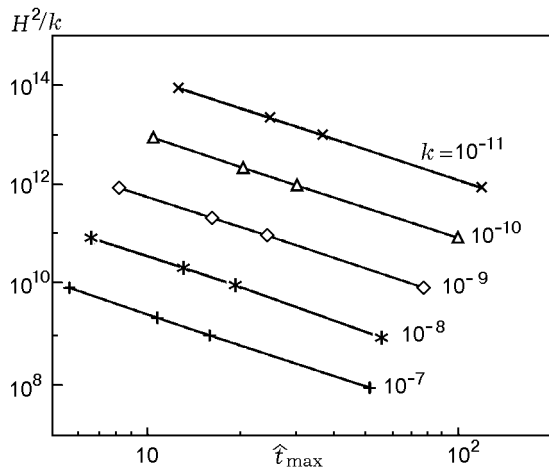


Рис. 4. Распределение давления газа в пористой стенке в различные моменты времени:

1 — $\hat{t} = 0.1$, 2 — $\hat{t} = 1$, 3 — $\hat{t} = 5$, 4 — $\hat{t} = 10$, 5 — $\hat{t} = 60$ Рис. 5. Зависимость времени сгорания газа \hat{t}_{\max} от параметра H^2/k

Пламя в этом случае действует как поршень, который выталкивает газ в пористую среду. После окончания горения в процессе выравнивания давления скорость фильтрации становится максимальной внутри пористой стенки.

Суммарный вклад толщины пористой стенки и проницаемости в скорость сгорания газа в резервуаре можно описать безразмерным параметром H^2/k . Зависимость времени сгорания газа в резервуаре от этого параметра представлена на рис. 5. При равной проницаемости время сгорания уменьшается с ростом толщины стенок. Этот эффект объясняется тем, что скорость движения свежего газа перед фронтом пламени увеличивается из-за фильтрации через пористую стенку по сравнению с закрытым

сосудом. Увеличение скорости газа перед фронтом пламени приводит к увеличению скорости пламени и уменьшению времени горения газа в резервуаре.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрена задача фильтрации газа через пористую стенку из резервуара, внутри которого происходит горение. Предложена математическая модель данного процесса. Показано, что фильтрация газа через пористую стенку может оказывать существенное влияние на горение внутри резервуара. В частности, время сгорания газа в сосудах со стенками одинаковой проницаемости уменьшается с ростом толщины пористой стенки. Полученные зависимости времени сгорания газа от проницаемости пористой среды и ее толщины могут быть использованы, например, для оценки времени и интенсивности истечения продуктов горения из подземных газовых хранилищ, химических реакторов или шахт.

ЛИТЕРАТУРА

1. Bradley D., Mitcheson A. The venting of gaseous explosions in spherical vessels. II — Theory and experiment // Combust. Flame. — 1978. — V. 32. — P. 237–255.
2. Molkov V. V. Theoretical generalization of international experimental data on vented explosion dynamics // Proc. of the First Intern. Seminar on Fire-and-Explosion Hazard of Substances and Venting of Deflagrations, Moscow, Russia, 17–21 July 1995. — P. 166–181.

3. Кубанова А. К., Сагомоян Е. А. Численное моделирование течения газа в пористой среде // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 1. Математика, механика. — 2004. — № 6.
4. Русаков В. С., Русаков С. В., Щипанов А. А. Численное моделирование однофазного течения в пористой среде с учетом взаимовлияния микротрещины — поры // Вестн. Перм. ун-та: Математика. Механика. Информатика. — 2009. — Вып. 3(29). — С. 96–101.
5. Левин В. А., Луценко Н. А. Нестационарные течения газа через осесимметричные пористые тепловыделяющие объекты // Мат. моделирование. — 2010. — Т. 22, № 3. — С. 26–44.
6. Какуткина Н. А., Рычков А. Д. Моделирование нестационарных процессов фильтрационного горения газа // Физика горения и взрыва. — 2010. — Т. 46, № 3. — С. 44–51.
7. Минаев С. С., Потытняков С. И., Бабкин В. А. О неустойчивости фронта пламени при фильтрационном горении газов // Физика горения и взрыва. — 1994. — Т. 30, № 3. — С. 49–54.
8. Нигматулин Р. И. Основы механики гетерогенных сред. — М.: Наука, 1978.
9. Зельдович Я. Б., Баренблатт Г. И., Либрович В. Б., Махиладзе Г. М. Математическая теория горения и взрыва. — М.: Наука, 1980.
10. Лойцзянский Л. Г. Механика жидкости и газа. — М.: Дрофа, 2003.
11. Бабкин В. С., Минаев С. С., Сеначин П. К., Замациков В. В. Поля скоростей и температур при горении вращающегося газа в закрытом сосуде // Физика горения и взрыва. — 1986. — Т. 22, № 3. — С. 50–59.

*Поступила в редакцию 4/XII 2013 г.,
в окончательном варианте — 23/V 2014 г.*
