

УДК 630\*182+57.087

## АНАЛИЗ ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ ДРЕВОСТОЕВ МЕТОДАМИ СЛУЧАЙНЫХ ТОЧЕЧНЫХ ПОЛЕЙ

© 2015 г. О. П. Секретенко<sup>1</sup>, П. Я. Грабарник<sup>2</sup>

<sup>1</sup> *Институт леса им. В. Н. Сукачева СО РАН  
660036, Красноярск, Академгородок, 50/28*

<sup>2</sup> *Институт физико-химических и биологических проблем почвоведения РАН  
142290, Московская область, Пушино, ул. Институтская, 2*

E-mail: sekretenko@ksc.krasn.ru, gpya@ Rambler.ru

Поступила в редакцию 16.03.2015 г.

Рассмотрено применение модельного подхода к анализу горизонтальной структуры древостоя. Описаны основные типы моделей случайных точечных полей, а также статистические процедуры и функции, которые могут быть использованы для изучения размещения деревьев одно- и разновозрастных насаждений на разных стадиях развития. Показано, как современные методы пространственной статистики применяются для выяснения законов естественного изреживания древостоя и соответствующих изменений его пространственной структуры с течением времени. На примере изучения динамики отпада деревьев последовательно описаны этапы моделирования горизонтальной структуры насаждений: проверка однородности размещения деревьев, выбор подходящей параметрической модели, оценка параметров и генерация точечных паттернов в соответствии с выбранной моделью, подбор статистических функций для описания горизонтальной структуры древостоев, тестирование статистических гипотез о соответствии моделей и данных. Продемонстрированы возможности специализированного пакета spatstat, служащего программной поддержкой современных методов анализа пространственного распределения систем дискретных объектов. Показано, что описание естественного изреживания древостоев без учета взаимодействия деревьев хорошо воспроизводит их размерную структуру, однако пространственная структура моделируемых таким способом насаждений не вполне соответствует реальному размещению деревьев в древостоях соответствующего возраста. По данным наблюдений в трех сосняках в возрасте 25, 55 и 90 лет показана перспективность использования моделей случайных точечных полей для объединения данных однократных обмеров разных древостоев в общий динамический ряд с целью изучения процесса естественного изреживания лесных насаждений.

**Ключевые слова:** *горизонтальная структура древостоя, случайные точечные поля, пространственная статистика, экологическое моделирование, естественное изреживание насаждения.*

DOI: 10.15372/SJFS20150304

### ВВЕДЕНИЕ

Пространственная структура древостоя является важнейшей характеристикой, влияющей на свойства и продуктивность растительного сообщества. Взаимное расположение деревьев определяет, с одной стороны, долю ресурса, доступного отдельному растению (света, воды, минерального питания), с другой – обеспечивает устойчивость к ветровому воздействию или иным повреждениям. Таким

образом, динамика древостоя складывается из изменений характеристик отдельных деревьев, связанных с локальными перестройками вследствие отпада соседних деревьев. Как горизонтальная, так и вертикальная пространственная дифференциация деревьев приводят к специфическому «рисунку» (паттерну) в размещении деревьев, который характеризуется устойчивыми статистическими показателями и может быть проанализирован специальными статистическими методами. Применение

современных методов анализа пространственных паттернов открывает широкие возможности для экологов получать информацию о тех или иных экологических процессах, влияющих на динамику и структурные свойства древесного ценоза. В последние годы в связи с развитием методов пространственной статистики экологические исследования, использующие пространственные данные, претерпели качественный скачок благодаря внедрению модельного подхода к построению и проверке экологических гипотез (Wiegand, Moloney, 2014).

Актуальность применения пространственных методов связана также с разработкой индивидуально-ориентированных имитационных моделей древостоев (Комаров, 2010), особенностью которых являются пространственная привязка отдельного дерева и расчет взаимодействия каждого дерева с его окружением. Разработка таких моделей в настоящее время – активно развивающееся направление, так как применение имитационных моделей разного класса имеет ясную прикладную ценность, будучи основой систем поддержки управляющих решений, мониторинговых и инвентаризационных программ. Очевидная трудность при построении индивидуально-ориентированных имитационных моделей – плохая обеспеченность данными, позволяющими калибровать и применять модели с параметрами, которые обладали бы высокой степенью надежности. Действительно, рост древостоя – медленно протекающий процесс, и необходимы усилия поколений исследователей и поддержка долгосрочных программ наблюдений, чтобы получить данные, отвечающие требованиям моделируемой системы. Поэтому обеспечение пространственных моделей динамики древостоя данными многолетних наблюдений, подходящими для их валидации, сдерживает прогресс в данной области. В некоторых случаях для реконструкции динамических изменений пространственной структуры лесного сообщества можно с некоторой степенью уверенности использовать наблюдения, полученные в результате однократного обследования, привлекая дополнительную дендрологическую информацию. Еще один подход к исследованию динамики одновозрастных насаждений может быть основан на использовании нескольких учетных

площадок в древостоях разного возраста, выбранных так, чтобы они составляли естественный ряд развития. Однако при этом возникает задача объединения данных о пространственной структуре различных древостоев в один динамический ряд. Так как изменение пространственной структуры одновозрастных древостоев происходит исключительно за счет отпада деревьев, то в математической постановке данная задача формулируется как поиск модели изреживания случайных точечных полей, приводящей к пространственной структуре, характерной для древостоев более старших возрастов. Модели изреживания точечных полей предложены в работе шведского статистика Б. Матерна (Matern, 1960) более полувека назад. Дальнейшие модификации и специальные случаи могут быть найдены в широко известных монографиях, содержащих методы анализа точечных структур (Diggle, 1983; Illian et al., 2008).

Чтобы не ограничивать себя в выборе моделей, мы обратились к программным ресурсам, предоставляемым пакетом *spatstat* (Baddeley, Turner, 2005). В настоящий момент пакет *spatstat* содержит более миллиона строк высокоуровневого программного кода, и результаты, полученные на его основе, опубликованы в сотнях статей. Заметим также, что этот пакет свободно распространяется и работает в среде R (R Core Team, 2015), представляющей программную систему, которая в настоящее время стала де-факто ведущим инструментом в научных исследованиях, связанных с моделированием и обработкой данных. Ее популярность обеспечивается открытостью программного кода и возможностью интегрирования самых современных методов анализа данных неформальным сообществом исследователей.

Цель данной работы – демонстрация применения моделей пространственных точечных полей к анализу горизонтальной структуры древостоев с помощью специализированного пакета программ *spatstat*, а также проверка возможности описания динамики пространственной структуры древостоев на основе объединения в один динамический ряд данных о размещении деревьев, полученных в результате однократных наблюдений в ряде насаждений, представляющих древостои разного возраста.

## МОДЕЛИ И МЕТОДЫ

Расположение деревьев в древостое естественного происхождения является результатом сочетания множества случайных факторов: переноса семян, расположения соседних деревьев, микротопографии и неоднородности почвенных характеристик, влияния внешних воздействий, например болезней, вредителей, ветровых нагрузок. Таким образом, в математических терминах в качестве модели горизонтальной структуры древостоя может быть использовано *случайное* точечное поле. Если кроме координат деревьев данные включают размерные характеристики деревьев и/или их видовые или другие особенности (живое/усохшее), тогда подходящей моделью пространственной структуры является *маркированное* случайное точечное поле, где деревья с индивидуальными параметрами и координатами в пространстве представляются точками, снабженными *марками* – числовыми или номинальными характеристиками. Далее мы рассматриваем некоторые модели маркированных и немаркированных точечных полей, позволяющих получать реалистичные размещения деревьев.

**Модель случайного размещения: однородные и неоднородные точечные поля Пуассона.** Основной моделью не только ввиду ее простоты, но и из-за исключительной важности является *однородное точечное поле Пуассона*. Эта модель соответствует интуитивному представлению «полной» пространственной случайности, понимаемой как отсутствие определенной структуры у множества точек,

образующих реализацию данного случайного точечного поля. Формально однородное пуассоновское точечное поле, или пространственный точечный процесс на плоскости, определяется следующими двумя свойствами:

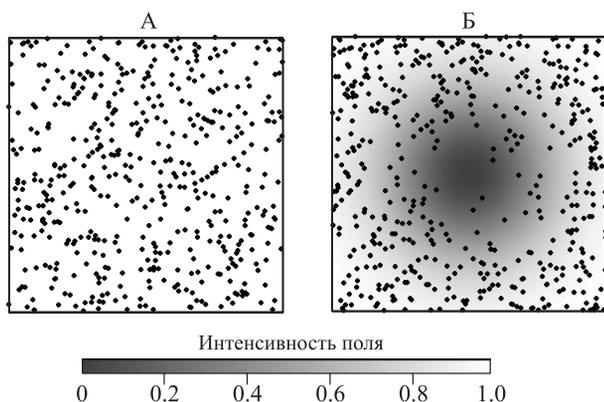
а) число точек в любой области  $B$  подчиняется распределению Пуассона со средним  $\lambda|B|$ , где  $\lambda$  – параметр, отвечающий за плотность точек, а через  $|\cdot|$  обозначается площадь (объем) области  $B$ ;

б) при условии, что множество  $B$  содержит  $n$  точек, местоположения этих точек независимы и распределены равномерно в области  $B$ .

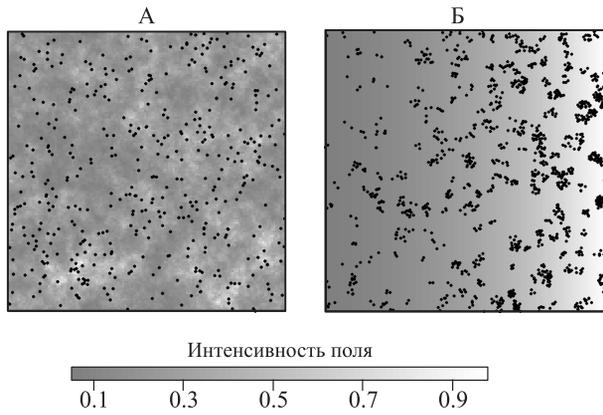
Таким образом, условие б) выражает тот факт, что точки не взаимодействуют друг с другом, или расположение одной точки не влияет на расположение какой-либо другой. Очевидно, что условие б) не выполняется для случая зрелых древостоев, где расположение деревьев благодаря процессу изреживания приобретает «регуляризованный» характер.

**Неоднородный точечный процесс Пуассона.** Для природных процессов характерна пространственная вариабельность, которая обусловлена неоднородностью распределения того или иного ресурса по территории. В случае, если имеет место пространственная неоднородность свойств местообитания, плотность деревьев не будет постоянной. Моделью невзаимодействующих точек с переменной плотностью точек является *неоднородное* точечное поле Пуассона, которое определяется условием, что число точек в любой области  $B$  подчиняется распределению Пуассона со средним  $\int_B \lambda(x) dx$ , где  $\lambda(x)$  – параметр, соответствующий интенсивности поля в заданной точке  $x$  области  $B$ . Реализации однородного и неоднородного точечного поля Пуассона представлены на рис. 1, А, Б.

**Модели древостоев с кластерной структурой.** В отличие от случая, когда неоднородность древостоя связана с неоднородностью местообитания, которая может быть описана детерминированной моделью, неоднородность условий часто носит стохастический характер, например, на размещение деревьев могут влиять микротопографические особенности или другие отличия, обуславливающие вариабельность приживаемости растений. В этом случае подходящей моделью является точечное поле Кокса.



**Рис. 1.** Реализации однородного (А) и неоднородного (Б) точечных полей Пуассона. Интенсивность поля представлена градиациями серого цвета.



**Рис. 2.** Реализации точечного поля Кокса (А) и неоднородного кластерного поля Матерна (Б). Интенсивность поля представлена градиациями серого цвета.

*Поле Кокса (дважды стохастическое поле Пуассона).* В данном случае источник неоднородности сам является стохастическим полем. Алгоритм моделирования поля Кокса включает две стадии. Вначале генерируется реализация  $\lambda(x)$  случайной функции интенсивности  $\Lambda(x)$ , затем моделируется неоднородный точечный процесс Пуассона с интенсивностью  $\lambda(x)$ . Реализация точечного лог-гауссовского поля Кокса представлена на рис. 2, А.

*Кластерные поля.* Пространственная структура древостоя с возобновлением может быть описана моделями кластерного типа, в которых группа деревьев, образующих кластер, рассматривается как совокупность потомков некоторого «родительского» дерева. Кластерное поле можно рассматривать как поле (обычно пуассоновское) центров кластеров («родителей») и поле «потомков», т. е. с каждой точкой «родительского» поля связана независимая копия поля «потомков».

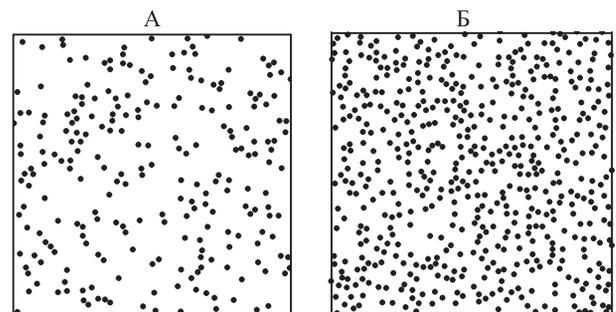
*Кластерные поля Матерна.* Вариант кластерного поля называется полем Матерна (Matern, 1960), если число точек в кластере подчиняется пуассоновскому распределению с параметром  $\mu$  и «потомки» одного родителя независимо и равномерно распределяются внутри круга с центром в «родительской» точке и радиусом  $R$ . Реализация неоднородного кластерного поля Матерна представлена на рис. 2, Б.

*Модели изреживания, или угнетения.* Одним из ведущих факторов, формирующих пространственную структуру древостоя, является отпад деревьев. Экспериментальные исследования показали, что процесс отпада

деревьев пространственно не независимый: в процессе изреживания среднее расстояние между соседними деревьями становится больше, чем если бы это было при независимом отпаде деревьев (Kenkel, 1988). Предложено несколько простых моделей, названных моделями угнетения, в которых пуассоновский процесс трансформировался в новый с помощью некоторой операции прореживания точечного поля.

*Модели угнетения Матерна.* В работе Матерна (Matern, 1960) описаны две модели угнетения. Алгоритм генерации размещения точек в первой модели состоит из двух стадий. Вначале моделируется поле Пуассона с интенсивностью  $\lambda$ , затем осуществляется операция прореживания, которая состоит в удалении тех пар точек, расстояние между которыми меньше фиксированной величины  $\rho$ . Вторая модель Матерна отличается тем, что каждой точке сопоставлена марка, характеризующая возраст или размер растения, и удаление точек происходит в зависимости от значений марок соседних деревьев. Реализации моделей Матерна первого и второго типа приведены на рис. 3, А, Б. Заметим, если в первой модели Матерна изреживание обусловлено симметричным ослаблением деревьев, характерным для начальной стадии заселения растениями свободной территории, то вторая модель может соответствовать стадии формирования ярусной дифференциации деревьев.

*Моделирование древостоев с регуляризованной структурой.* Многие авторы (Gavrilov, Stoyan, 1995; Kenkel, 1988) отмечали закономерные изменения пространственной структуры лесной экосистемы, прослеженной в течение длительного времени. Если пространственная структура древостоя на этапе начального заселения характеризуется клас-



**Рис. 3.** Реализации моделей угнетения Матерна первого (А) и второго (Б) типа.

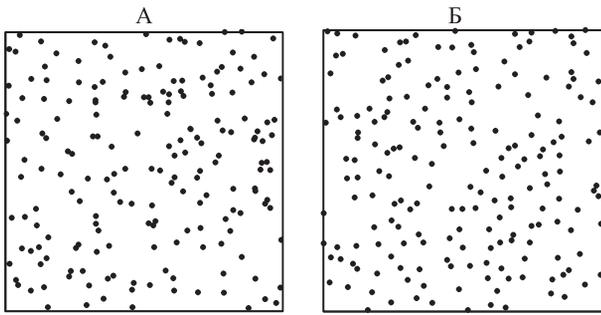


Рис. 4. Реализации модели Штраусса (А) и модели Штраусса с «твердой сердцевиной» (Б).

терными свойствами, то для зрелого древостоя тип размещения можно описать как регуляризованный. Модели изреживания или кластерные модели способны моделировать один из типов размещения – регулярность или кластерность. В отличие от рассмотренных выше моделей гиббсовские точечные поля позволяют описывать широкий спектр типов размещений, следовательно, изменение типов размещения сказывается на изменении параметров. Наиболее простой из этого класса является модель Штраусса, которая имеет единственный параметр  $\gamma$ , управляющий взаимодействием точек. Чтобы учесть размерные характеристики ствола дерева и невозможность центров стволов находиться друг к другу ближе определенного расстояния, модель Штраусса может быть дополнена параметром, отвечающим за минимальное расстояние между точками, – радиусом «твердой сердцевины». Реализации двух последних моделей изображены на рис. 4, А, Б. Примеры программного кода, генерирующего реализации точечных полей на рис. 1–4, приведены в приложении.

**Статистические функции, используемые для анализа пространственной структуры.** Одна из основных задач, связанных со статистическим анализом размещения деревьев, состоит в том, чтобы охарактеризовать пространственную структуру с помощью небольшого числа показателей. Наиболее часто в литературе используются  $K$ -функция Рипли и парная корреляционная функция  $g(r)$ , основанные на подсчете пар точек, расстояние между которыми не превышает некоторого заданного числа (Illian et al., 2008).

Для практического применения выбранных теоретических характеристик нужно вычислить их оценки. В качестве оценок функ-

ций обычно берутся их эмпирические аналоги. Оценка функции Рипли  $\hat{K}(r)$  вычисляется как число пар, состоящих из деревьев, расположенных не далее чем  $r$ , умноженное на размер обследуемой области  $|W|$  и деленное на  $n(n-1)$ ,  $n$  – число деревьев. Вместо  $K$ -функции значительно удобнее использовать ее трансформацию  $L(r) = \sqrt{K(r)/\pi}$  в виде  $L(r) - r$ , так как величина последнего выражения для однородного поля Пуассона равна нулю для любых расстояний  $r$ . Оценка функции  $g(r)$  может быть вычислена с помощью численного дифференцирования соответствующей функции Рипли:

$$\hat{g}(r) = \frac{1}{2\pi r} \frac{d\hat{K}(r)}{dr}$$

Для однородного поля Пуассона парная корреляционная функция равна единице для всех расстояний.

**Коррекция граничного эффекта.** Специфическая черта методов обработки пространственных данных состоит в необходимости учета граничного эффекта, который связан с отсутствием информации за пределами выборочной площадки. Так, число соседей для дерева, расположенного близко к краю изучаемой области, может быть больше, чем на самом деле наблюдалось. Несколько альтернативных подходов предложены для того, чтобы преодолеть указанные трудности. Наиболее часто применяют два метода: аналитический, когда оценки функций модифицируются с помощью весовых множителей, чтобы компенсировать отсутствие информации за пределами учетной области, и эмпирический, когда используют только центральную часть выборочной площадки для вычислений, а оставшаяся часть выступает в качестве вспомогательной (Illian et al., 2008).

#### ПРИМЕР ПРИМЕНЕНИЯ МОДЕЛЕЙ СЛУЧАЙНЫХ ТОЧЕЧНЫХ ПОЛЕЙ ДЛЯ АНАЛИЗА ЕСТЕСТВЕННОГО ИЗРЕЖИВАНИЯ ДРЕВОСТОЕВ

В связи с тем что данные, полученные в результате длительных наблюдений на пробных площадях, включающие координаты деревьев, встречаются крайне редко, связь между конкурентным давлением и ответом на него со стороны отдельного дерева может быть установлена, как правило, только в статистических терминах, т. е. с помощью сравнения той кон-

**Таблица 1.** Характеристика пробных площадей и сосновых насаждений

№ пробной площади	Размер пробной площади, м × м	Возраст насаждений, лет	Густота, экз./га	Средние		Сумма площадей сечений, м <sup>2</sup> /га	Сомкнутость полога
				высота, м	диаметр, см		
II	15 × 15	25	16890	5.7*	4.4*	22.5*	0.64
III	36 × 36	55	4560	12.8	10.7	40.6	0.54
IV	60 × 60	90	1530	18.7	17.9	38.4	0.44

\* Для деревьев высотой не менее 1.3 м.

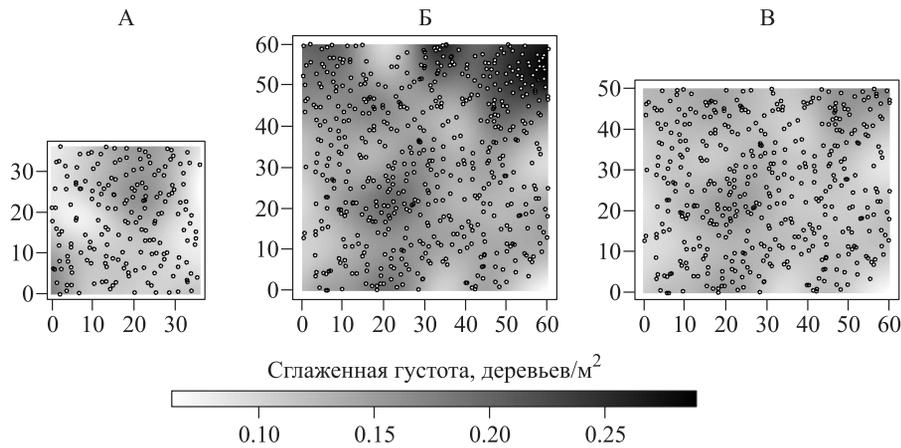
фигурации деревьев, которая может быть получена в результате «смоделированного» отпада и наблюдаемого их размещения.

Применение методов статистического анализа горизонтальной структуры древостоев продемонстрируем на материалах наблюдений в одновозрастных насаждениях. Данные полевых исследований получены сотрудниками лаборатории продуктивности леса Института леса и древесины СО АН СССР в 1980 г. Древостои расположены в Иркутском Приангарье на территории Тангуйского лесхоза, в междуречье рек Ия и Ока, впадающих в Ангару, от 55°10' с. ш., 101°20' в. д. до 55°20' с. ш., 101° 30' в. д. Пробные площади заложены в сосняках рододендрово-брусничных III класса бонитета (табл. 1), сформировавшихся после пожаров на слабодерновой среднеподзолистой супесчаной почве и относящихся к одному естественному ряду (Бузыкин и др., 1983).

Известно, что структура отпада зависит от возраста древостоя (Тарашкевич, 1935; Кофман, Кузьмичев, 1981; Кузьмичев, 2013). В частности, на стадии смыкания крон, когда происходит конкурентный отпад, выживают преимущественно самые крупные деревья. Для сосняков III класса бонитета это возраст 50–100 лет (Тарашкевич, 1935). Рассмотрим на примере 55- и 90-летнего сосняков, насколько хорошо может прогнозироваться отпад, если считать диаметр ствола единственным влияющим фактором. Для начала будем исходить из предположения, что изреживание в 55-летнем древостое произойдет за счет усыхания в ближайшие 35 лет всех деревьев, у которых в 55 лет диаметр был менее 12 см. В результате такого «прореживания» 55-летний древостой сравняется по густоте с 90-летним и на пробной площади останется 186 деревьев. Сравним характеристики горизонтальной структуры «прореженного» та-

ким образом 55-летнего сосняка и 90-летнего древостоя. Для этого опишем размещение деревьев «прореженного» 55-летнего древостоя подходящей моделью точечного размещения и проверим, согласуется ли эта модель с данными по 90-летнему сосняку.

*Проверка однородности размещения деревьев.* Первый шаг при выборе модели состоит в том, чтобы решить, нужно ли включать в модель трендовую составляющую, описывающую изменение густоты древостоя (число деревьев на единице площади) в масштабах, сопоставимых скорее с размером пробной площади, чем с размером участка, занимаемого одним деревом. Предполагается, что причиной вариативности густоты на расстояниях, существенно превосходящих таковые между соседними деревьями, является не взаимодействие деревьев, а различия в условиях роста, например неоднородность почвенных условий. На рис. 5 вместе со схемой расположения деревьев представлена непараметрическая оценка двумерной функции интенсивности, выражающей «локальную густоту» древостоя. Значение функции интенсивности  $\hat{\lambda}(u, r)$  в точке учетной площадки с координатами  $u$  может быть оценено разными способами, например, как количество точек конфигурации, попавших в круг радиуса  $r$  с центром в точке  $u$ , в расчете на единицу его площади. Для того чтобы близко расположенные точки конфигурации влияли на  $\hat{\lambda}(u, r)$  больше, чем точки, лежащие в отдалении, используются взвешенные методы с убывающими по расстоянию функциями, задающими вклад точек. В пакете spatstat для такой оценки функции интенсивности применяется взвешенное сглаживание с ядром в виде функции Гаусса (Handbook..., 2010). Параметр функции Гаусса (стандартное отклонение) задан нами равным 5 м, при том, что среднее расстояние между деревьями



**Рис. 5.** Планы размещения стволов деревьев на фоне непараметрической оценки функции интенсивности (сглаженной плотности древостоя), представленной градиациями серого цвета. А – «прореженный» 55-летний сосняк, Б – 90-летний сосняк, В – однородная часть 90-летнего сосняка на участке 60 × 50 м.

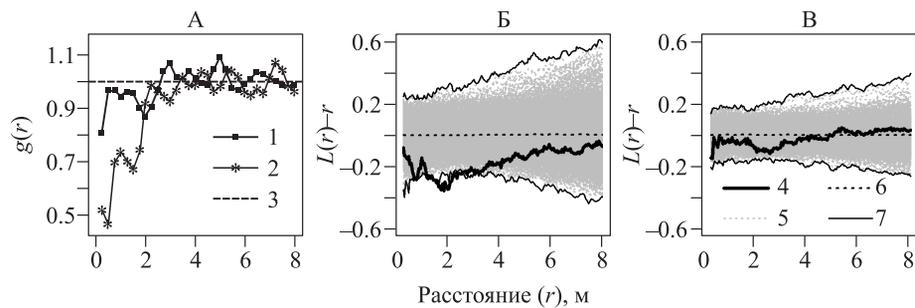
составляет 2.6 м. При используемом нами масштабе и способе сглаживания значение густоты, соотнесенное с каждой точкой пробной площади, приблизительно на 70 % зависит от числа деревьев, находящихся от нее на расстоянии до 5 м. Значения сглаженной густоты древостоя рассчитаны в узлах сетки с размером ячейки 0.5 м (см. рис. 5). В разных частях первой пробной площади, расположенной в 55-летнем сосняке, эти значения варьируют от 0.10 до 0.18 деревьев/м<sup>2</sup> (см. рис. 5, А), а для второй пробной площади диапазон значений намного больше (0.07–0.28), к тому же в северо-восточном углу виден участок повышенной густоты (см. рис. 5, Б).

Проверка по критерию Колмогорова–Смирнова показывает, что предположение о наличии тренда интенсивности как вдоль оси  $X$ , так и вдоль оси  $Y$  для 55-летнего сосняка отклоняется (уровни значимости  $p_x = 0.93$ ,  $p_y = 0.99$  соответственно). Для 90-летнего сосняка  $p_x = 0.66$ ,  $p_y = 0.002$ , т. е. нельзя не считаться с существованием тренда вдоль оси  $Y$ .

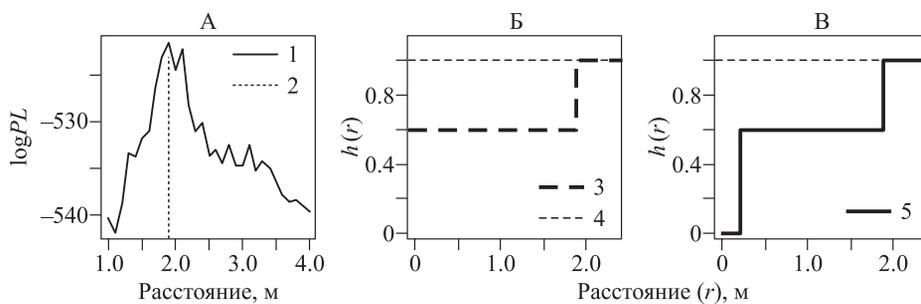
Чтобы описывать оба древостоя одной и той же моделью, содержащей компоненту интенсивности в виде константы, а не функции, для анализа выбрана часть второй пробной площади, на которой сосняк более однороден по густоте. Для этого полосу шириной 10 м по северной границе участка исключили из рассмотрения, т. е. древостой изучали на площадке 60×50 м (см. рис. 5, В). В границах этой площади расположено 431 дерево. Тогда диапазон значений локальной густоты сократился

(0.07–0.22 деревьев/м<sup>2</sup>) и тест Колмогорова–Смирнова не обнаружил тренд густоты ни по оси  $X$ , ни по оси  $Y$  ( $p_x = 0.55$ ,  $p_y = 0.39$ ).

*Предварительный анализ характера размещения деревьев.* Значения эмпирических парных корреляционных функций «прореженного» 55- и 90-летнего сосняков (рис. 6, А) меньше единицы на расстояниях до 2.5 м. Это позволяет ожидать «регуляризованности» размещения стволов в том и другом древостое, возникшей в результате конкуренции деревьев. При этом 55-летний сосняк выглядит более упорядоченным, так как его парная корреляционная функция достигает заметно меньших значений. Наверняка судить о разной степени упорядоченности двух древостоев по этому рисунку трудно: во-первых, пробные площади различаются размером, формой и числом деревьев, во-вторых, каждая из них представляет собой только небольшую случайно выбранную часть соответствующего насаждения. Проверим, может ли предположение о независимом друг от друга размещении деревьев соответствовать реально наблюдаемым размещениям в изучаемых древостоях, для чего протестируем гипотезу о согласии модели однородного поля Пуассона и данных наблюдений в реальных древостоях. Для тестирования применим метод огибающих (Illian et al., 2008; Грабарник, 2010; Grabarnik et al., 2011).  $L$ -функция для 55-летнего сосняка (рис. 6, Б) на расстояниях 1.8–2.3 м выходит за границу критической области – нижнюю огибающую  $L$ -функций, построенных по 1500 реализаци-



**Рис. 6.** А – эмпирические парные корреляционные функции  $g(r)$  90-летнего сосняка (1), «прореженного» 55-летнего сосняка (2) и теоретическая парная корреляционная функция для однородного поля Пуассона (3); Б, В –  $L$ -функции (4) «прореженного» 55-летнего сосняка (Б), 90-летнего сосняка (В), 1500 реализаций однородного поля Пуассона (5), теоретическая  $L$ -функция для однородного поля Пуассона (6) и границы критических областей (7).



**Рис. 7.** А – профиль логарифма функции правдоподобия  $\log PL$  для модели Штраусса (1) с максимумом на расстоянии 1.9 м (2), Б – функция взаимодействия  $h(r)$  для модели Штраусса (3) и Пуассона (4), В – функция взаимодействия  $h(r)$  для модели Штраусса «с твердой сердцевиной» (5). Параметры оценены по данным в «прореженном» 55-летнем сосняке.

ям модели Пуассона в интервале расстояний от 0.35 до 8 м. Это означает, что гипотеза независимости отклоняется в пользу гипотезы о регуляризованности размещения. Уровень значимости, рассчитанный как доля сгенерированных размещений,  $L$ -функция которых не лежит целиком между верхней и нижней огибающими, равен 0.042 (Grabarnik et al., 2011).  $L$ -функция 90-летнего сосняка (рис. 6, В) не выходит за критические границы, уровень значимости 0.032. Таким образом, рассматривая 90-летний древостой в целом, мы должны признать, что гипотеза о независимом расположении деревьев в нем не отклоняется. Следует отметить, что согласно предыдущим исследованиям при учете размеров деревьев в этом древостое в качестве марок выявлена сложная пространственная организация с регуляризованным расположением крупных и средних деревьев и кластерным расположением мелких (Бузыкин и др., 1983, 1985; Grabarnik, Särkkä, 2009; Грабарник, 2010; Genet et al., 2014).

*Выбор модели и радиуса взаимодействия.* Проверим, может ли размещение деревьев 90-летнего древостоя быть описано той же моделью, что и «прореженного» 55-летнего, с параметрами, оцененными по данным 55-летнего древостоя. Подходящей моделью может быть модель Штраусса. Радиус взаимодействия в этой модели должен быть выбран заранее. Вспомогательным средством для предварительного определения радиуса взаимодействия в пакете spatstat является расчет профиля логарифма функции правдоподобия (функция profilepl). Максимальное значение (рис. 7, А) соответствует радиусу 1.9 м. Оцененное значение параметра  $\gamma$  функции взаимодействия Штраусса при этом радиусе меньше единицы (0.590), что характеризует выраженные конкурентные отношения между деревьями и регуляризованность их расположения (рис. 7, Б). Модель Штраусса «с твердой сердцевиной» радиусом 0.2 м и радиусом взаимодействия 1.9 м (рис. 7, В) учитывает,

**Таблица 2.** Число деревьев ( $N$ ) и параметры модели Штраусса «с твердой сердцевиной» ( $\beta$  и  $\gamma$ ), определенные по данным наблюдений и по 100 генерациям модели (средние значения, стандартные отклонения в скобках)

Параметр	Оценка параметра			
	по данным наблюдений в сосняке		по 100 генерациям модели в окне	
	55-летнем	90-летнем	36×36 м	60×50 м
$N$	186	431	185 (10)	430 (15)
$\beta$	0.290	–	0.274 (0.040)	0.273 (0.026)
$\gamma$	0.594	–	0.625 (0.067)	0.621 (0.044)

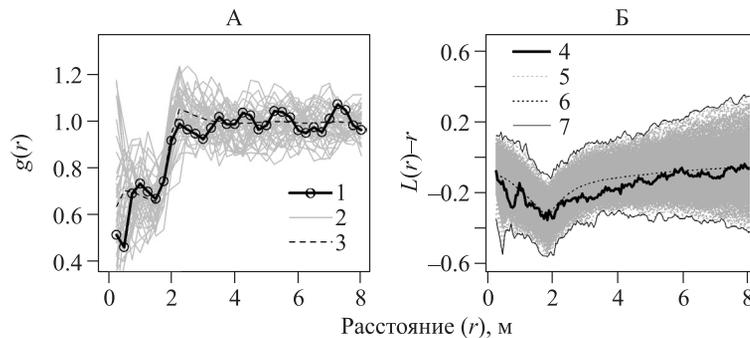
что центры стволов находятся друг от друга на расстоянии не менее 20 см. Параметр  $\gamma$  почти тот же, что и для модели Штраусса (0.594, табл. 2). Дальнейшие расчеты выполнены с использованием последней модели.

Следующая необходимая часть исследования после оценивания параметров – проверка того, насколько хорошо выбранная модель соответствует данным, по которым оценены параметры. Для этого убедимся, что реализации данной модели в окне 36×36 м реалистично воспроизводят характеристики пространственного размещения деревьев в «прореженном» 55-летнем сосняке. Визуальное сравнение парных корреляционных функций, построенных по данным наблюдений и по сгенерированным размещениям (рис. 8, А), позволяет предполагать, что реальное размещение могло бы быть одной из реализаций модели. Поскольку  $L$ -функция при всех представленных расстояниях находится между огибающими, построенными по 1500 реализациям модели, и не выходит в верхнюю или нижнюю критическую область (рис. 8, Б), ги-

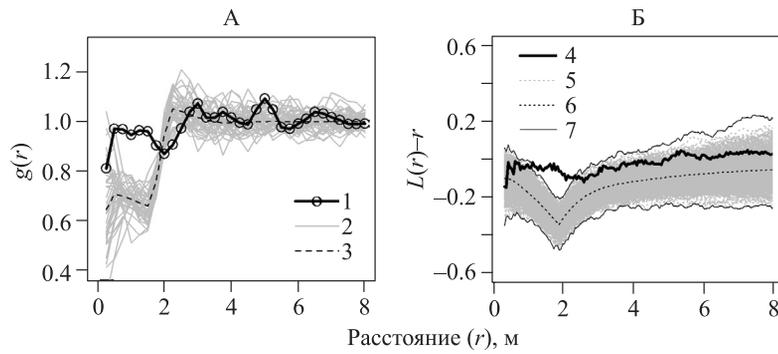
потеза о согласии построенной модели и данных не отклоняется, значимость 0.11.

Для 100 генераций модели параметры рассчитаны с использованием той же функции, которая применялась для оценки параметров по данным. Полученные значения близки (табл. 2), что свидетельствует о согласованности применяемых алгоритмов генерации и оценки точечных структур.

Реализации этой же модели в окне 60×50 м, соответствующем однородной части пробной площади в 90-летнем сосняке, сравним с размещением деревьев в 90-летнем сосняке. На расстояниях до 2 м парные корреляционные функции (рис. 9, А) для реализаций модели имеют заметно меньшие значения, чем для 90-летнего сосняка, т. е. модель описывает размещение с большей степенью регулярности, чем наблюдаемое в 90-летнем сосняке. Поскольку  $L$ -функция на расстояниях от 1 до 2.5 м выходит в верхнюю критическую область (рис. 9, Б), гипотеза о согласии модели и данных отклоняется при значимости 0.045.



**Рис. 8.** А – эмпирические парные корреляционные функции  $g(r)$  «прореженного» 55-летнего сосняка (1), 40 реализаций модели Штраусса «с твердой сердцевиной» на площадке 36×36 м (2), средние значения функции  $g(r)$  по реализациям модели (3); Б –  $L$ -функции «прореженного» 55-летнего сосняка (4), 1500 реализаций модели Штраусса «с твердой сердцевиной» (5), средние значения  $L$ -функции по реализациям модели (6), границы критических областей (7).



**Рис. 9.** А – эмпирические парные корреляционные функции  $g(r)$  90-летнего сосняка (1), 40 реализаций модели Штраусса «с твердой сердцевиной» на площадке  $60 \times 50$  м (2), средние значения функции  $g(r)$  по реализациям модели (3); Б –  $L$ -функции 90-летнего сосняка (4), 1500 реализаций модели Штраусса «с твердой сердцевиной» (5), средние значения  $L$ -функций по реализациям модели (6), границы критических областей (7).

Известно, что естественное изреживание древостоев не идет по пути отмирания только подчиненной части насаждения (Кузьмичев, 2013). Даже на стадии «низового отпада», наблюдающейся в сосняках III класса бонитета в возрасте 40–100 лет, часть стволов верхнего полога усыхает из-за влияния повреждающих факторов (ветра, насекомых, болезней), а нижнего – отмирает из-за недостатка света и питания (Тарашкевич, 1935). Предположение о том, что все отставшие в росте по диаметру деревья составляют отпад, не находит подтверждения не только по результатам повторных наблюдений в одних и тех же древостоях (Тарашкевич, 1935), но и при сделанном нами статистическом сравнении горизонтальной структуры двух насаждений разного возраста. Сопоставление размещения деревьев 90-летнего сосняка и крупных деревьев 55-летнего, которые составили бы 90-летнее насаждение, если бы отмирали только угнетенные деревья, показывает, что должны оставаться в живых не только самые крупные, но и часть более мелких деревьев.

В качестве еще одного примера рассмотрим более детальное моделирование процесса изреживания, предполагающее, что деревья любого диаметра имеют шанс на выживание. При этом конкурентные отношения соседствующих деревьев, как и в предыдущем случае, не будем учитывать. В той же работе А. И. Тарашкевича (1935) количественно проверяется предположение о том, что доля отпада деревьев каждого размерного класса пропорцио-

нальна его численности, а вероятность отпада отдельного дерева обратно пропорциональна квадрату его диаметра. Проанализируем, насколько реалистично воспроизводится горизонтальная структура древостоев при таком описании изреживания. Для этого опишем величину суммарного отпада в 55-летнем насаждении и рост по диаметру каждого дерева до возраста 90 лет, используя степенные функции (Кофман, Кузьмичев, 1981), не учитывая при этом зависимостей от расположения и характеристик непосредственных соседей.

Прогноз густоты древостоя по пятилетиям получен с помощью степенной функции (Кофман, Кузьмичев, 1981)

$$N_{t+5} = 1.179N_t^{0.958},$$

где  $N_t$ ,  $N_{t+5}$  – густота древостоя в возрасте  $t$  и  $t+5$  лет соответственно.

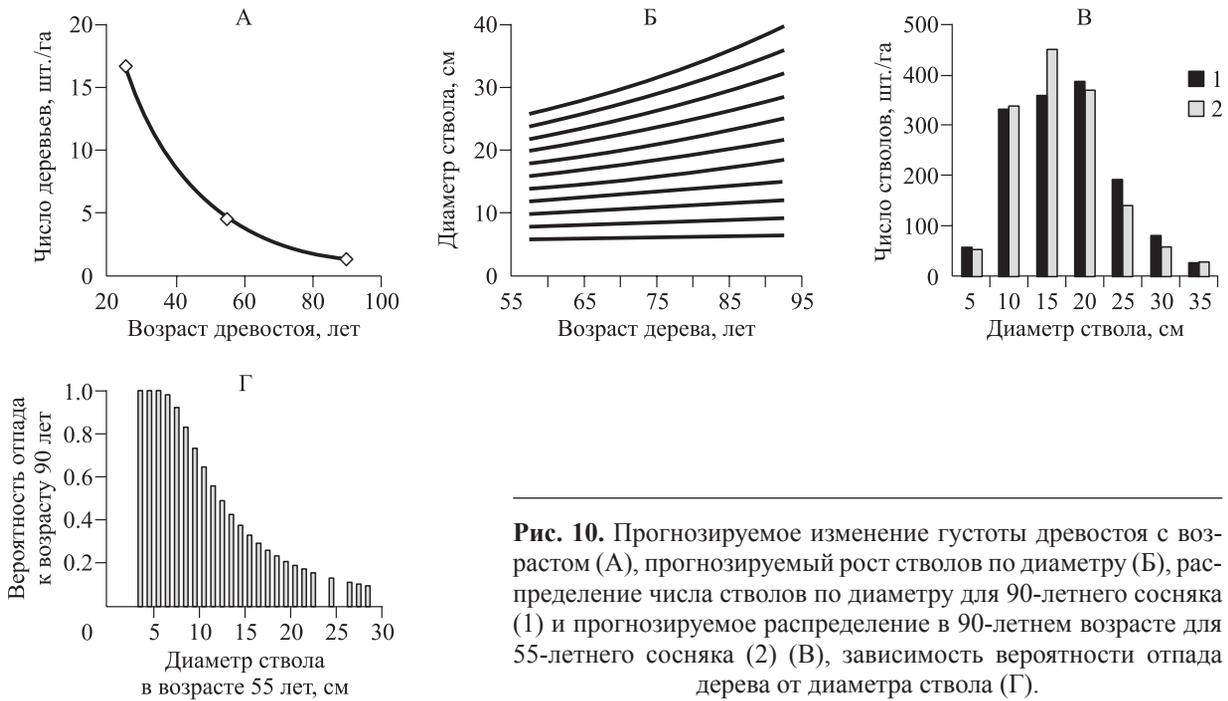
Значения параметров рассчитаны по данным о густоте 25-, 55- и 90-летнего древостоев (см. табл. 1, рис. 10, А).

Рост стволов по диаметру (рис. 10, Б) описывался степенным уравнением

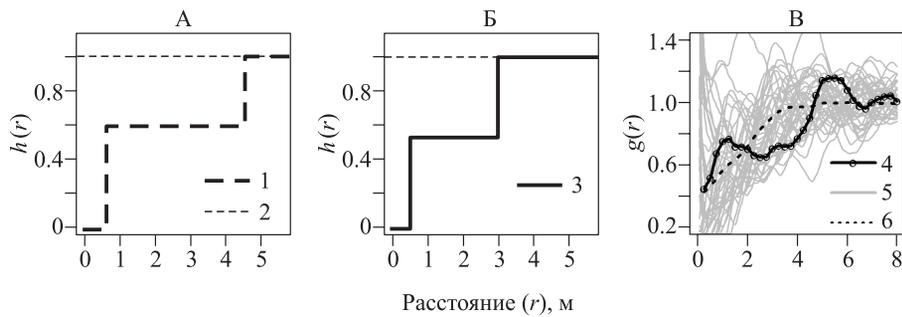
$$D_{t+5} = 0.965D_t^{1.031},$$

где  $D_{t+5}$ ,  $D_t$  – диаметр дерева в возрасте  $t$  и  $t+5$  лет.

Коэффициенты уравнения получены путем минимизации суммы квадратов разностей между распределением по диаметру деревьев 90-летнего сосняка и прогнозируемым распределением диаметров 55-летнего сосняка при достижении им 90-летнего возраста



**Рис. 10.** Прогнозируемое изменение густоты древостоя с возрастом (А), прогнозируемый рост стволов по диаметру (Б), распределение числа стволов по диаметру для 90-летнего сосняка (1) и прогнозируемое распределение в 90-летнем возрасте для 55-летнего сосняка (2) (В), зависимость вероятности отпада дерева от диаметра ствола (Г).



**Рис. 11.** А – функции взаимодействия  $h(r)$  Штраусса «с твердой сердцевиной» с параметрами, оцененными по размещению крупных деревьев в 90-летнем сосняке (1), и для модели Пуассона (2), Б – функции взаимодействия  $h(r)$  Штраусса «с твердой сердцевиной» по модели изреживания для крупных деревьев 55-летнего сосняка (3); В – эмпирические парные корреляционные функции для крупных деревьев в 90-летнем сосняке (4), по 40 реализациям модели изреживания в 55-летнем сосняке (5) и среднее по реализациям (6).

(рис. 10, В) с учетом прогнозируемого изменения густоты и роста по диаметру.

Вероятность отпада через 5 лет для каждого дерева полагали обратно пропорциональной квадрату диаметра его ствола (Тарашкевич, 1935). Для генерации реализаций полученной модели изреживания 55-летнего древостоя к 90-летнему возрасту использовали вероятности отпада для деревьев разного диаметра, полученные как отношение прогнозируемой численности данной ступени толщины в 90-летнем возрасте к количеству этих же деревьев в 55-летнем возрасте (рис. 10, Г). Горизонтальную структуру полученных реализаций описывали с помощью модели Штраусса

«с твердой сердцевиной». Характерной чертой 90-летнего сосняка является регуляризованное расположение крупных деревьев, поэтому сравнивали характеристики расположения деревьев с диаметром более 22 см с прогнозируемым расположением деревьев 55-летнего сосняка с таким же минимальным значением диаметра, рассчитанным по степенному уравнению роста. Функции взаимодействия Штраусса для наблюдаемого и прогнозируемого насаждений различаются – в реальном 90-летнем сосняке оцененный радиус взаимодействия достигает 4.5 м, в прогнозируемом – 3 м (рис. 11, А, Б). Парные корреляционные функции также демонстрируют некоторое раз-

личие (рис. 11, В), а именно большой радиус взаимодействия в наблюдаемом древостое по сравнению с расположением деревьев в древостое, прогнозируемом на основе модели без взаимодействия соседей. Это означает, что при моделировании роста и изреживания древостоя без учета конкурентных взаимодействий воспроизводится пространственная структура, характерная для более молодого насаждения. Следовательно, можно предполагать, что реальный отпад должен дополнительно включать часть крупных деревьев, расположенных слишком близко друг к другу и погибших в результате конкуренции.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В последние десятилетия статистическое исследование горизонтальной структуры древостоев становится все более рутинной процедурой благодаря интенсивному развитию методов анализа и моделирования, основанных на теории случайных точечных полей. Появление соответствующего программного обеспечения, в частности пакета spatstat (Baddeley, Turner, 2005), предназначенного для всестороннего статистического анализа закономерностей распределения в пространстве дискретных объектов, дает в руки лесных экологов эффективный инструмент для исследования пространственных взаимоотношений деревьев в процессе роста и отпада. Координаты деревьев в отличие от их размеров и состояния не меняются со временем, и изменение рисунка в расположении деревьев в одновозрастных древостоях происходит исключительно за счет отпада части деревьев, что дает возможность исследования закономерностей роста и изреживания древостоев путем изучения динамики их горизонтальной структуры. В данной работе на примере объединения данных наблюдений на пробных площадях в древостоях разного возраста демонстрируется перспективность применения методов случайных точечных полей в моделировании динамики древостоев.

### ПРИЛОЖЕНИЕ

Электронное приложение к статье содержит листинг программы, генерирующей реализации точечных полей (рис. 1–4) в среде

статистических вычислений R (R Core Team, 2015) с помощью функций пакета spatstat (Baddeley, Turner, 2005).

Адрес приложения: <http://сибирскийлеснойжурнал.рф/upload/iblock/dd5/dd5ea65c3001ad7a7fd769d1969b7583.pdf>

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Бузыкин А. И., Охонин В. А., Секретенко О. П., Хлебоброс Р. Г.* Анализ пространственной структуры одновозрастных древостоев // Структурно-функциональные взаимосвязи и продуктивность фитоценозов. Красноярск: Ин-т леса и древесины им. В. Н. Сукачева СО АН СССР, 1983. С. 5–20.
- Бузыкин А. И., Гавриков В. Л., Секретенко О. П., Хлебоброс Р. Г.* Анализ структуры древесных ценозов. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1985. 95 с.
- Грабарник П. Я.* Анализ горизонтальной структуры древостоя: модельный подход // Лесоведение. 2010. № 2. С. 77–85.
- Комаров А. С.* Пространственные индивидуально-ориентированные модели лесных экосистем // Лесоведение. 2010. № 2. С. 60–68.
- Кофман Г. Б., Кузьмичев В. В.* Подобие в исследовании роста и изреживания древостоев // Пространственно-временная структура лесных биогеоценозов. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1981. С. 125–151.
- Кузьмичев В. В.* Закономерности динамики древостоев: принципы и модели. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 2013. 208 с.
- Тарашкевич А. И.* Процесс отпада стволов // Лесн. хоз-во и лесозащита. 1935. № 11. С. 38–41; № 12. С. 42–47.
- Baddeley A., Turner R.* Spatstat: an R package for analyzing spatial point patterns // J. Stat. Software. 2005. V. 12. N. 6. P. 1–42.
- Diggle P. J.* Statistical analysis of spatial point patterns. London: Acad. Press, 1983. 148 p.
- Gavrikov V., Stoyan D.* The use of marked point processes in ecological and environmental forest studies // Environ. Ecol. Stat. 1995. V. 2. N. 4. P. 331–344.
- Genet A., Grabarnik P., Sekretenko O., Pothier D.* Incorporating the mechanisms underlying inter-tree competition into a random point process model to improve spatial tree pattern

- analysis in forestry // *Ecol. Model.* 2014. V. 288. P. 143–154.
- Grabarnik P., Myllymäki M., Stoyan D. Correct testing of mark independence for marked point patterns // *Ecol. Model.* 2011. V. 222. P. 3888–3894.
- Grabarnik P., Särkkä A. Modeling the spatial structure of forest stands by multivariate point processes with hierarchical interactions // *Ecol. Model.* 2009. V. 220. P. 1232–1240.
- Handbook of Spatial Statistics / Ed. by A. E. Gelfand, P. J. Diggle, M. Fuentes, P. Guttorp. Boca Raton: CRC Press, 2010. 619 p.
- Illian J., Penttinen A., Stoyan H., Stoyan D. Statistical analysis and modeling of spatial point patterns. Chichester: J. Wiley & Sons, 2008. 539 p.
- Kenkel N. C. Pattern of self-thinning in jack pine: testing the random mortality hypothesis // *Ecology.* 1988. V. 69. N. 4. P. 1017–1024.
- Matérn B. Spatial variation. Stochastic models and their application to some problems in forest surveys and other sampling investigations // *Medd. Statens Skogsforskningsinst.* 1960. V. 49. N. 5. P. 1–144.
- R Core Team R: A language and environment for statistical computing. Vienna: R Foundation for Statistical Computing, 2015. <http://www.r-project.org>
- Wiegand T., Moloney K. A. Handbook of spatial point pattern analysis in ecology. Boca Raton: Chapman & Hall/CRC Press, 2014. 510 p.

## Analysis of Tree Stand Horizontal Structure Using Random Point Field Methods

O. P. Sekretenko<sup>1</sup>, P. Y. Grabarnik<sup>2</sup>

<sup>1</sup> V. N. Sukachev Institute of Forest, Russian Academy of Sciences, Siberian Branch  
Akademgorodok, 50/28, Krasnoyarsk, 660036 Russian Federation

<sup>2</sup> Institute of Physicochemical and Biological Problems in Soil Science, Russian Academy of Sciences  
Institutskaya str., 2, Pushchino, Moscow Oblast, 142290 Russian Federation

E-mail: sekretenko@ksc.krasn.ru, gpya@rambler.ru

This paper uses the model approach to analyze the horizontal structure of forest stands. The main types of models of random point fields and statistical procedures that can be used to analyze spatial patterns of trees of uneven and even-aged stands are described. We show how modern methods of spatial statistics can be used to address one of the objectives of forestry – to clarify the laws of natural thinning of forest stand and the corresponding changes in its spatial structure over time. Studying natural forest thinning, we describe the consecutive stages of modeling: selection of the appropriate parametric model, parameter estimation and generation of point patterns in accordance with the selected model, the selection of statistical functions to describe the horizontal structure of forest stands and testing of statistical hypotheses. We show the possibilities of a specialized software package, spatstat, which is designed to meet the challenges of spatial statistics and provides software support for modern methods of analysis of spatial data. We show that a model of stand thinning that does not consider inter-tree interaction can project the size distribution of the trees properly, but the spatial pattern of the modeled stand is not quite consistent with observed data. Using data of three even-aged pine forest stands of 25, 55, and 90-years old, we demonstrate that the spatial point process models are useful for combining measurements in the forest stands of different ages to study the forest stand natural thinning.

**Keywords:** tree stand horizontal structure, random point fields, spatial statistics, ecological modeling, natural forest thinning.

**How to cite:** Sekretenko O. P., Grabarnik P. Y. Analysis of tree stand horizontal structure using random point field methods // *Sibirskij Lesnoj Zurnal* (Siberian Journal of Forest Science). 2015. N. 3: 32–44 (in Russian with English abstract).